

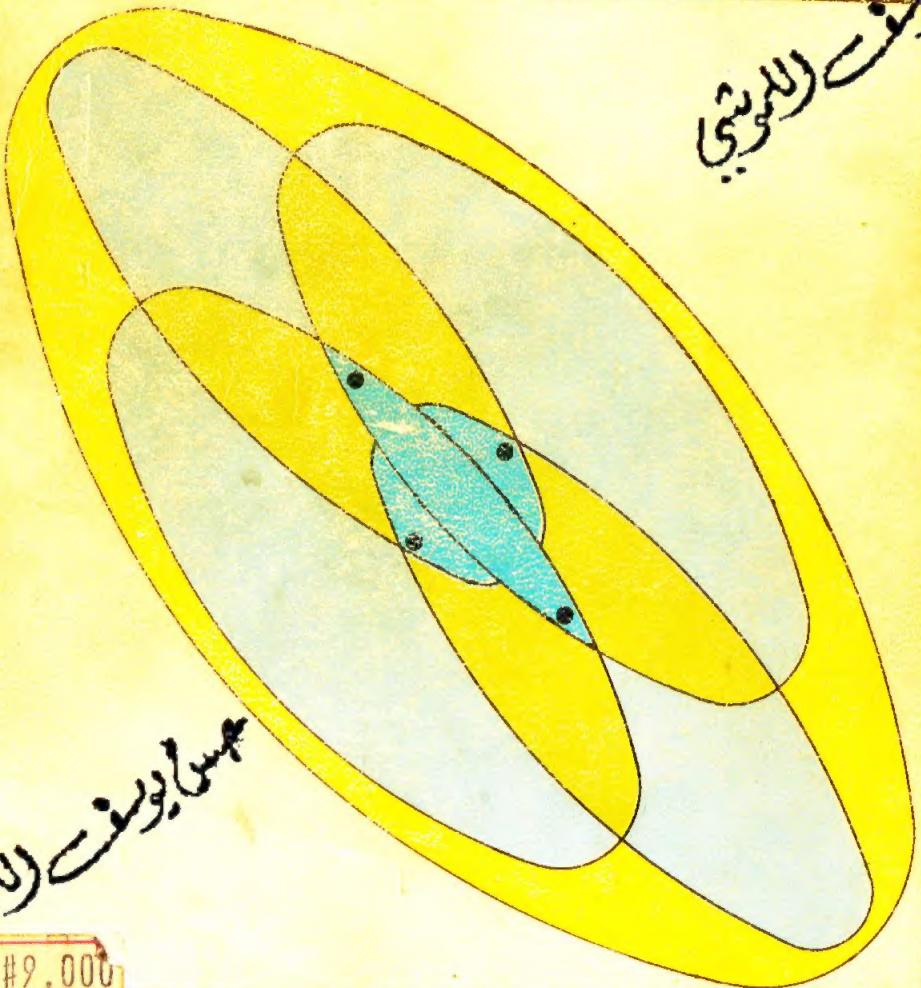
مفاهيم في الفيزياء الحديثة

ترجمة

د. منعم مشكور شاكر جابر شاكر

عيسى يوسف اللواتي

عيسى يوسف اللواتي



عيسى يوسف اللواتي

#9.000

جامعة الطاج - كلية العلوم
مسحور يوسف الموسوي
23.5.1984

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل

مفاهيم في الفيزياء الحديثة

تأليف آرثر بايزر

ترجمة

الدكتور منيرة مشكور

أستاذ مساعد كلية العلوم

جامعة الموصل

السيد شاكر جابر شاكر

مدرس مساعد كلية العلوم

جامعة الموصل

مسحور يوسف الموسوي

CONCEPTS OF MODERN PHYSICS

Second Edition

Arthur Beiser

هاسان ابراهيم

INTERNATIONAL STUDENT EDITION

McGRAW-HILL KOGAKUSHA, LTD.

Tokyo Düsseldorf Johannesburg London Mexico
New Delhi Panama Rio de Janeiro Singapore Sydney

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

المحتويات

| | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--------|--|
| ١٠ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | المقدمة |
| ١١ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | الفصل الاول : النظرية النسبية الخاصة |
| ١١ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ١ - ١ | تجربة مكلسون وموري |
| ١٨ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٢ - ١ | النظرية النسبية الخاصة... |
| ٢١ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٣ - ١ | تمدد الزمن |
| ٢٦ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٤ - ١ | معضلة التوائم |
| ٢٧ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٥ - ١ | تقلص الطول |
| ٣٠ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٦ - ١ | الحلال الميزونات |
| ٣٢ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٧ - ١ | تحويلات لورنس |
| ٣٧ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٨ - ١ | مقلوب تحويلات لورنس |
| ٣٨ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٩ - ١ | جمع السرعة |
| ٤٠ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ١٠ - ١ | نسبية الكتل |
| ٤٥ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ١١ - ١ | علاقة الكتلة بالطاقة |
| ٤٨ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ١٢ - ١ | علاقة الكتلة بالطاقة - اشتقاق آخر |
| ٥٠ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | تمرينات |
| ٥٣ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | الفصل الثاني : الصفات الجسيمية للموجات |
| ٥٤ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ١ - ٢ | الظاهرة الكهروضوئية |
| ٥٧ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٢ - ٢ | النظرية الكمية للضوء |
| ٦١ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٣ - ٢ | الاشعة السينية |
| ٦٧ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٤ - ٢ | حيود الاشعة السينية |
| ٧١ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٥ - ٢ | ظاهرة كومبتن |
| ٧٤ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٦ - ٢ | تكون زوج الكهرون - بوزترون |

٧٧ ٢* - ٧ الازاحة الحمراء بقاثير مجال الجذب الكلي

٨٢ تمرينات

٨٥ الفصل الثالث: الصفات الموجية للجسيمات

٨٥ ٣ - ١ موجات ديبرولي

٨٦ ٣ - ٢ دالة الموجة

٨٨ ٣ - ٣ سرعة موجة ديبرولي

٩١ ٣ - ٤ سرعة الموجة وسرعة مجموعة الامواج

٩٥ ٣ - ٥ حيود الجسيمات

٩٨ ٣ - ٦ مبدأ عدم التحديد

١٠٤ ٣ - ٧ تطبيقات على مبدأ عدم التحديد

١٠٦ ٣ - ٨ الازدواجية الموجية - الجسيمية

١٠٩ تمرينات

١١٢ الفصل الرابع: التركيب الذري

١١٣ ٤ - ١ النظريات الذرية

١١٦ ٤* - ٢ تشتت جسيمات الفا

١٢١ ٤* - ٣ معادلة تشتت راذرفورد

١٢٤ ٤ - ٤ الابعاد النووية

١٢٦ ٤ - ٥ المدارات الالكترونية

١٣٠ ٤ - ٦ الاطياف الذرية

١٣٥ ٤ - ٧ ذرة بور

١٣٩ ٤ - ٨ مستويات الطاقة والاطياف

١٤٣ ٤ - ٩ حركة النواة

١٤٤ ٤ - ١٠ التوهج الذري

١٤٦ ٤ - ١١ مبدأ التقابل

١٤٩ تمرينات

| | | | | | | | | | | | |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---------|-------------------------|
| ٢٢٣ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٣ - ٧ | مبدأ الانفراد |
| ٢٢٦ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٤ - ٧ | التركيب الالكتروني |
| ٢٢٨ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٥ - ٧ | الجدول الدوري |
| ٢٣٦ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٦ - ٧ | قاعدة هوند |
| ٢٣٦ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٧ - *٧ | الزخم الزاوي الكلي |
| ٢٤٠ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٨ - *٧ | شد LS |
| ٢٤٣ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٩ - *٧ | شد # |
| ٢٤٤ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ١٠ - *٧ | أطياف الالكترون المنعرد |
| ٢٤٧ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ١١ - *٧ | طيف نظام من الالكترين |
| ٢٥٠ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ١٢ - ٧ | طيف الاشعة السينية |
| ٢٥٣ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | | تمرينات |

الفصل الثامن : فيزياء الجزيئات

| | | | | | | | | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--------|------------------------------|
| ٢٥٦ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ١ - ٨ | تكوين الجزيئات |
| ٢٥٦ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٢ - ٨ | مشاوكة الالكترونات |
| ٢٥٦ ج ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٣ - ٨ | ايون جزيئة الهيدروجين |
| ٢٥٦ ر ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٤ - ٨ | جزيئة الهيدروجين |
| ٢٥٦ س ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٥ - ٨ | المدارات الجزيئية |
| ٢٦٠ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٦ - ٨ | المدارات الهجينية |
| ٢٦٥ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٧ - ٨ | أواصر ترابط كربون - كربون |
| ٢٦٨ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٨ - ٨ | مستويات الطاقة الدورانية |
| ٢٧٢ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٩ - ٨ | مستويات الطاقة الاهتزازية |
| ٢٨١ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ١٠ - ٨ | الاطياف الالكترونية للجزيئات |
| ٢٨٤ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | | تمرينات |

الفصل التاسع : الميكانيك الاحصائي

| | | | | | | | | | | | |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------------------------|
| ٢٨٧ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ١ - ٩ | قوانين التوزيع الاحصائي |
| ٢٨٨ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٢ - ٩ | فضاء الحالة |
| ٢٨٩ ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ٣ - ٩ | توزيع ماكسويل وبولتزمان |

| | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|------|------|
| ٢٩٣ | ... | ... | ... | ... | ... | حساب الثوابت | ٤ - | * ٩ |
| ٢٩٥ | ... | ... | ... | ... | ... | طاقة الجزيئات في غاز مثالي | ٥ - | ٩ |
| ٢٩٧ | ... | ... | ... | ... | ... | الاطياف الدورانية | ٦ - | ٩ |
| ٣٠٠ | ... | ... | ... | ... | ... | توزيع بوز وآينشتين | ٧ - | * ٩ |
| ٣٠٣ | ... | ... | ... | ... | ... | اشعاعات الجسم الاسود | ٨ - | ٩ |
| ٣٠٨ | ... | ... | ... | ... | ... | توزيع فيرمي وديراك | ٩ - | * ٩ |
| ٣١٠ | ... | ... | ... | ... | ... | مقارنة النتائج | ١٠ - | ٩ |
| ٣١١ | ... | ... | ... | ... | ... | أشعة ليزر | ١١ - | ٩ |
| ٣١٥ | ... | ... | ... | ... | ... | تمرينات | | |
| ٣١٨ | ... | ... | ... | ... | ... | الفصل العاشر : فيزياء الحالة الصلبة | | |
| ٣١٨ | ... | ... | ... | ... | ... | المواد الصلبة المتبلورة وغير المتبلورة | ١ - | ١٠ |
| ٣٢٠ | ... | ... | ... | ... | ... | البلورات الايونية | ٢ - | ١٠ |
| ٣٢٧ | ... | ... | ... | ... | ... | البلورات التساهمية | ٣ - | ١٠ |
| ٣٢٩ | ... | ... | ... | ... | ... | قوى فاندرولز | ٤ - | ١٠ |
| ٣٣١ | ... | ... | ... | ... | ... | الآصرة المعدنية | ٥ - | ١٠ |
| ٣٣٥ | ... | ... | ... | ... | ... | نظرية الحزمة في المواد الصلبة | ٦ - | ١٠ |
| ٣٤٢ | ... | ... | ... | ... | ... | طاقة فيرمي | ٧ - | * ١٠ |
| ٣٤٥ | ... | ... | ... | ... | ... | توزيع طاقة الالكترونات | ٨ - | * ١٠ |
| ٣٤٧ | ... | ... | ... | ... | ... | مناطق بريلولين | ٩ - | * ١٠ |
| ٣٤٩ | ... | ... | ... | ... | ... | منشأ الحزم الممنوعة | ١٠ - | * ١٠ |
| ٣٥٨ | ... | ... | ... | ... | ... | الكتلة الفعلية | ١١ - | ١٠ |
| ٣٥٩ | ... | ... | ... | ... | ... | تمرينات | | |
| ٣٦٣ | ... | ... | ... | ... | ... | الفصل الحادي عشر : نوى الذرات | | |
| ٣٦٣ | ... | ... | ... | ... | ... | الكتل الذرية | ١ - | ١١ |
| ٣٦٧ | ... | ... | ... | ... | ... | النيوترون | ٢ - | ١١ |
| ٣٦٩ | ... | ... | ... | ... | ... | النوى المستقرة | ٣ - | ١١ |
| ٣٧٢ | ... | ... | ... | ... | ... | حجم النوى وأشكالها | ٤ - | ١١ |
| ٣٧٤ | ... | ... | ... | ... | ... | طاقة الترابط | ٥ - | ١١ |

| | | | |
|---------|---------------------------------------|-----|----|
| ٣٧٧ ... | الديوترون | | |
| ٣٨٠ ... | الحالة الارضية للديوترون | | |
| ٣٨٢ ... | الحالة الثلاثية والاحادية للديوترون | | |
| ٣٨٣ ... | نموذج القطرة للنواة | | |
| ٣٨٥ ... | نموذج القشرة للنواة | | |
| ٣٩١ ... | تمرينات | | |
| ٣٩٣ ... | المعاني عشر : التحويلات النووية | | |
| ٣٩٣ ... | الاضمحلال الاشعاعي | | |
| ٣٩٧ ... | سلاسل النشاط الاشعاعي | | |
| ٤٠١ ... | الانحلال الفا | | |
| ٤٠٤ ... | اختراق حاجز الجهد | | |
| ٤٠٩ ... | نظرية انحلال الفا | | |
| ٤١٢ ... | انحلال بيتا | | |
| ٤١٥ ... | معكوس انحلال بيتا | | |
| ٤١٦ ... | انحلال كاما | | |
| ٤١٨ ... | مساحة مقطع التفاعل | | |
| ٤٢١ ... | النوى المركبة | | |
| ٤٢٥ ... | الانشطار النووي | | |
| ٤٢٨ ... | عناصر ما بعد اليورانيوم | | |
| ٤٢٨ ... | الحرارة النووية | | |
| ٤٣٣ ... | تمرينات | | |
| ٤٣٥ ... | المعاني الثالث عشر : الجسيمات الأولية | | |
| ٤٣٥ ... | ضديدات الجسيمات | ١ - | ١٣ |
| ٤٣٧ ... | نظرية الميزون في تفسير القوى النووية | ٢ - | ١٣ |
| ٤٤٠ ... | البايونات والميونات | ٣ - | ١٣ |
| ٤٤٢ ... | الكايونات والهايرونات | ٤ - | ١٣ |
| ٤٤٣ ... | تصنيف الجسيمات الأولية | ٥ - | ١٣ |
| ٤٤٨ ... | عدد الغرابة | ٦ - | ١٣ |

| | | |
|--------|-------------------------|--------|
| ٤٥١... | برم النظارة | ٧ - ١٣ |
| ٤٥٢... | التناظر وقوانين الحفظ | ٨ - ١٣ |
| ٤٥٥... | نظريات الجسيمات الأولية | ٩ - ١٣ |
| ٤٥٨... | تمرينات | |
| ٤٦٠... | أجوبة المسائل الفردية | |
| ٤٦٨... | المصطلحات العلمية | |

مكتبة جامعة الكويت

المقدمة

في النية استخدام هذا الكتاب لفصل دراسي واحد في الفيزياء الحديثة . فهم الكتاب يتطلب مباديء أولية فقط في الفيزياء الكلاسيكية ورياضيات التفاضل والتكامل . في البداية سوف يتم معالجة النظرية النسبية والكمية لتمكن الطالب من فهم الفيزياء الذرية والنوية . يتبع ذلك مناقشة لصفات الذرات المتجمعة . وأخيراً ندرس نوى الذرات ثم الجسيمات الأولية .

الميزان هنا ، وعن عمد ، يميل أكثر نحو المفاهيم الأساسية بدلاً من الطرق التجريبية والتطبيقات العملية . ذلك لأنني أعتقد ان الطالب المبتدئ في الفيزياء الحديثة يحتاج الى الهيكل العام للمفاهيم أكثر من التفاصيل الدقيقة للأشياء . لكن جميع النظريات الفيزيائية تبقى او تزول بحدة التجارب ، لذا فقد أوردنا عدداً من الاشتقاقات المطولة لكي توضح بصورة دقيقة كيف ان فكرة مجردة يمكن ان تقارن مع قياسات حقيقية . ومن المحتمل ان عدداً كبير من المدرسين يفضلون أن لا يجعلوا طلابهم مسؤولين عن هذه الاشتقاقات المعقدة نسبياً (على الرغم من انها ليست معقدة جداً رياضياً) . لذا فقد أشرت بعلامة نجمة (*) لتلك البنود التي يمكن التنبيه عليها بلطف من دون خسارة في الاستمرارية . والمسائل التي تعتمد على هذه البنود كذلك مؤشرة بنجوم . وبطبيعة الحال حذفنا أخرى ممكنة أيضاً ، كالنسبية مثلاً فمن الممكن ان يكون الطالب قد تعرض اليها مسبقاً . كذلك يمكن حذف الجزء الثالث بكامله اذا كان فحواه ضمن منهج دراسات تابعة . لذلك هناك مجال واسع للمدرس ان يختار البرنامج الذي يغيه فيما اذا كان مجرد مطالعة عامة او دراسات عميقة في بعض المواضيع ويستطيع كذلك ان يختار المستوى المناسب لطلابه .

صيغة موسعة لهذا الكتاب الذي لا يحتاج ايضاً الى استعداد لرياضيات أعلى هو كتابي «جبهات الفيزياء الحديثة» " Perspectives of Modern Physics " . هذا الكتاب يعتبر متقدماً ضمن سلسلة كتب الفيزياء الحديثة . هناك بطبيعة الحال كتب أخرى متقدمة تحوي بصورة مفصلة مواضيع خاصة في هذا المجال .

عند تحضير هذه الطبعة لـ « مفاهيم في الفيزياء الحديثة » كثير من مواضيع الكتاب الاصيل قد أعيدت كتابتها وترتيبها ، بعض المواضيع قد وسعت وبعض المواد حذفنا لاهميتها الجانبية . انني ممتن لـ لواي بيرز Y. Beers و تي ساتو T. Satoh لاقتراحاتهما المساعدة بهذا الخصوص .

الفصل الأول

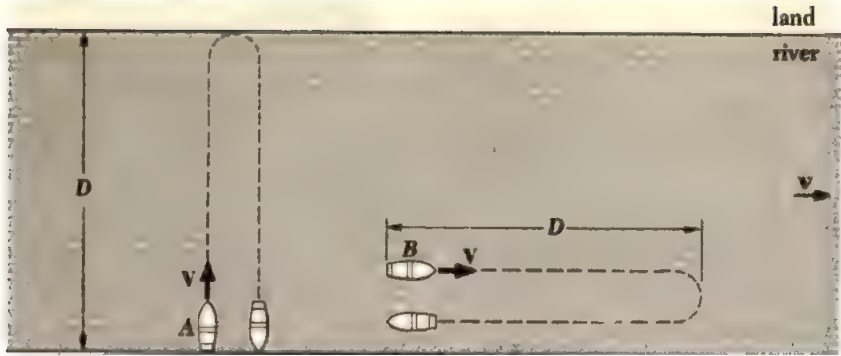
النظرية النسبية الخاصة

دراستنا للفيزياء الحديثة سوف تبدأ بمناقشة النظرية النسبية الخاصة special theory of relativity . هذه هي نقطة بداية منطقية ، اذ ان الفيزياء بالنهاية تهتم بالقياسات ، والنسبية تدرس اعتماد نتائج هذه القياسات على المشاهد وماهوتحت المشاهدة . من النظرية النسبية ينتج ميكانيك جديد فيه علاقة وطيدة بين المكان space والزمان time ، وبين الكتلة mass والطاقة energy . وبدون هذه العلاقات لايمكننا فهم الذرة التي هي مركز اهتمام الفيزياء الحديثة .

١-١ - تجربة مكلسون ومورلي THE MICHELSON-MORLEY EXPERIMENT

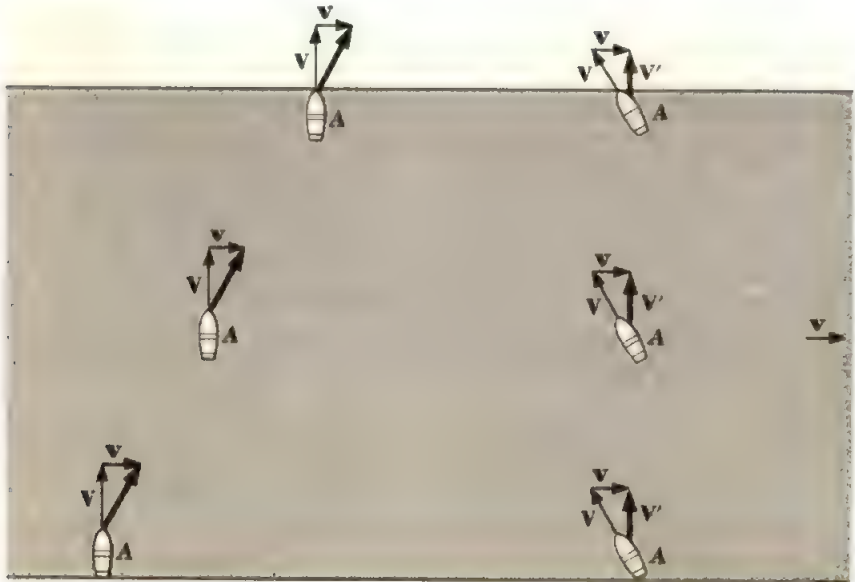
النظرية الموجية للضوء wave theory كانت قد وضعت واكمل شكلها عشرات السنين قبل اكتشاف الموجات الكهرومغناطيسية electromagnetic waves . لذا كان من المعقول لرواد علم البصريات في البداية ان يفهموا الضوء كموجات في وسط مرن ينتشر في كل مكان ، سمي بالاثير ether . ان نجاح تفسير ظاهرة الحيود diffraction والتداخل interference للضوء على اساس انه موجات في وسط الاثير ، قد جعل فكرة وجود الاثير مقبولة من دون أية مناقشة . ان اكتشاف ماكسويل Maxwell النظرية الكهرومغناطيسية للضوء في عام 1864 واثباتها العملي من قبل هيرتز Hertz عام 1887 قد جردت الاثير من معظم صفاته . مع هذا لم يكن هناك أحد مستعد لترك فكرة الاثير باعتباره المرجع الكوني الثابت universal frame of reference . لان انتشار الضوء . دعنا نوضح بمثال بسيط ماذا سوف ينتج عن هذه النظرية .

الشكل (١-١) يبين نهراً عرضه D وسرعة تياره v . قاربان يبدان من نقطة على احد ضفتي النهر بنفس السرعة V بالنسبة للماء . قارب A يعبر النهر الى نقطة على الضفة الثانية تقابل تماماً نقطة الشروع ، ثم يرجع . على حين يتحرك قارب B باتجاه تيار النهر لمسافة D ثم يرجع الى نقطة شروعه . دعنا نحسب الزمن اللازم لكل من الرحلتين .



الشكل (١-١) : القارب A يتوجه عموديا على اتجاه النهر ويرجع الى نقطة شروعه . على حين يتحرك القارب B باتجاه التيار لنفس المسافة ثم يرجع .

نبدأ بدراسة القارب A . لو تحرك القارب ١. عموديا على تيار النهر . فانه سوف ينحرف بتأثير التيار عن نقطة المهدف في الجهة المقابلة من النهر (الشكل ١-٢) . لذا فإن على القارب أن يتجه بمركبة سرعة ضد تيار الماء كي يعادل تأثير التيار عليه . مركبة سرعة القارب ضد التيار يجب ان تساوي تماما $(-v)$ لكي تعادل سرعة تيار الماء (v) . فبذلك تكون محصلة سرعته عبر النهر هي v الشكل (٢-١) يوضح العلاقة التالية بين السرع المختلفة :



الشكل (٢-١) : القارب A يجب أن يتجه بمركبة سرعة ضد تيار النهر لكي يعادل تأثير حركة التيار عليه .

$$V^2 = V'^2 + v^2$$

من هذه العلاقة ينتج ان السرعة الحقيقية للقارب عبر النهر هي :

$$\begin{aligned} V' &= \sqrt{V^2 - v^2} \\ &= V\sqrt{1 - v^2/V^2} \end{aligned}$$

والزمن اللازم للذهاب يساوي المسافة D مقسومة على السرعة V' . ولما كان رجوع القارب يتطلب نفس هذا الزمن ، لذا فإن زمن رحلة ذهابه وإيابه يساوي ضعف D/V' ، أي :

$$t_A = \frac{2D/V}{\sqrt{1 - v^2/V^2}} \quad (١ - ١)$$

الحالة للقارب B تختلف نوعاً ما عن الحالة السابقة . عندما يتحرك القارب B باتجاه التيار تكون سرعته بالنسبة لصفة النهر هي مجموع سرعته الخاصة V زائداً سرعة التيار v (الشكل ١-٣) . وعليه سوف يستغرق القارب زمناً $D/(V + v)$ في قطع المسافة D باتجاه حركة النهر . عند رجوع القارب الى نقطة الشروع تكون سرعته بالنسبة لصفة النهر $(V - v)$. لذلك فإن زمن رجوع القارب يساوي $D/(V - v)$. زمن رحلة ذهابه وإيابه يساوي مجموع هذين الزمنين ، أي :

$$t_B = \frac{D}{V + v} + \frac{D}{V - v}$$

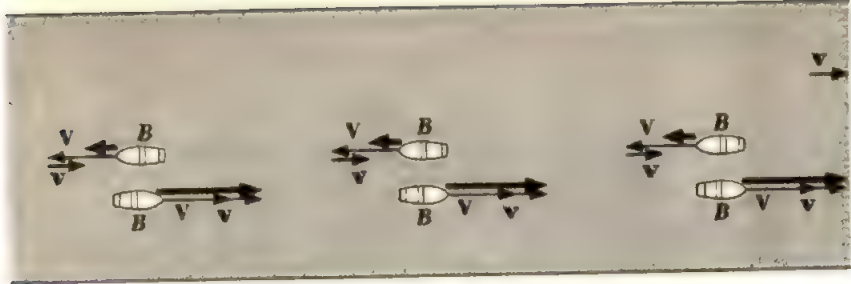
وبتوحيد المقامات ينتج

$$\begin{aligned} t_B &= \frac{D(V - v) + D(V + v)}{(V + v)(V - v)} \\ &= \frac{2DV}{V^2 - v^2} \\ &= \frac{2D/V}{1 - v^2/V^2} \end{aligned}$$

وهذا الزمن أكبر من t_A زمن رحلة ذهاب وإياب القارب A . نسبة الزمن t_B إلى t_A

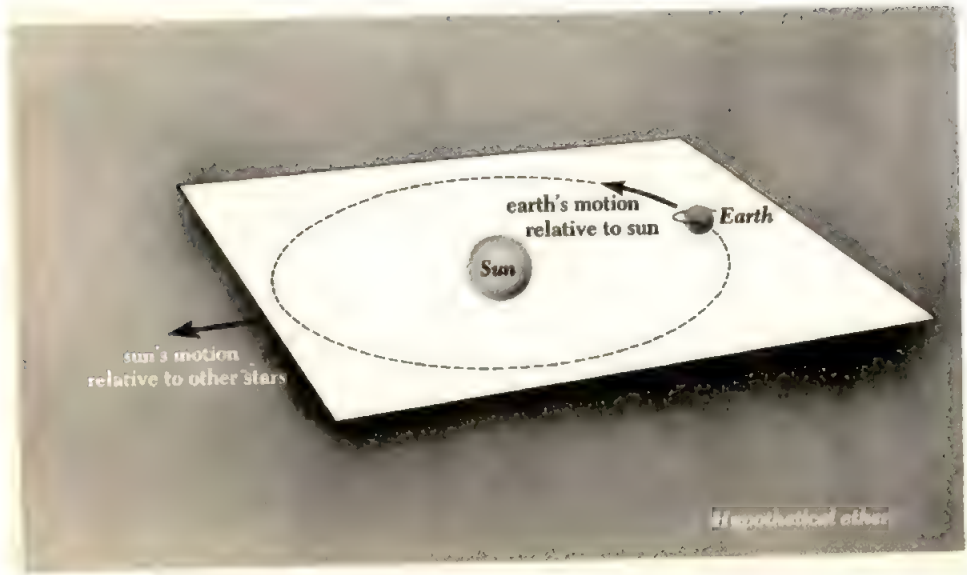
$$\frac{t_B}{t_A} = \sqrt{1 - v^2/V^2} \quad (٣ - ١)$$

وعلى ذلك لنعرفنا السرعة V لكل من القارين بالنسبة للماء والنسبة t_A/t_B ، لأمكننا حساب سرعة التيار v .

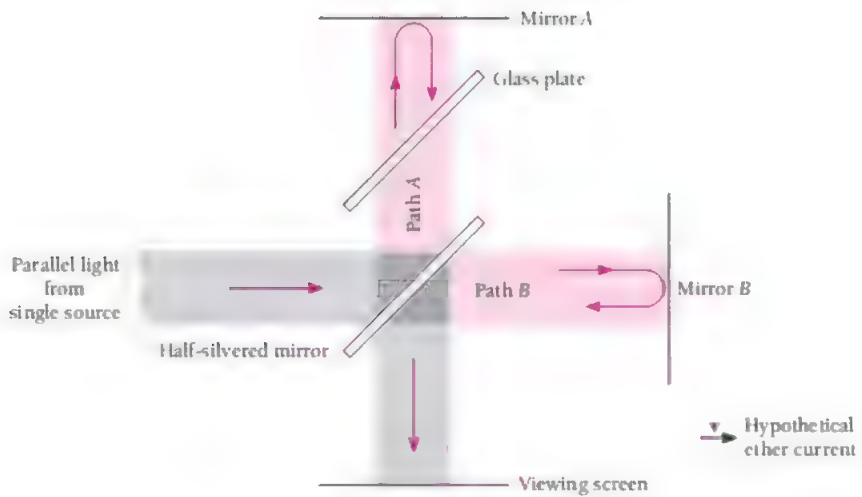


الشكل (٣-١) سرعة القارب B باتجاه حركة التيار بالنسبة لصفة النهر تردد بمقدار سرعة التيار على حين تقل سرعته عكس التيار بنفس المقدار .

التحليل الذي اتبعناه في هذه المسألة يمكن أيضاً أن يستخدم لدراسة انتشار الموجات الضوئية خلال الاثير . فاذا كان هناك فعلاً اثير يملأ الفضاء ، فإن سرعة حركتنا بالنسبة له تساوي في الاقل $3 \times 10^4 \text{ m/s}$ وهذه تمثل سرعة الأرض في مدارها حول الشمس . ولو كانت الشمس في حالة حركة ايضاً ، لكانت سرعتنا خلال الاثير أكبر من هذه القيمة (الشكل ٤-١) . بالنسبة لمشاهد على الأرض ، يظهر الاثير متحركاً باتجاه معاكس لحركة الأرض . ويمكننا التحري عن هذه الحركة باستخدام فكرة المثال السابق بعد تبديل القارين بحزمتين ضوئيتين متولدتين بواسطة مرآة نصف مطلية (half-silvered mirror) (الشكل ٥-١) . احدى الحزمتين تتوجه نحو مرآة بمستوى عمودي على اتجاه حركة تيار الاثير المزعوم ، على حين تذهب الحزمة الثانية الى مرآة بمستوى مواز لتيار الاثير . ان ترتيب الجهاز يكون بحيث إن كلا من الحزمتين ، بعد انعكاسهما من المرآتين ، تصل الى نفس شاشة المراقبة (viewing screen) . والهدف من وجود الصفيحة الزجاجية (glass plate) الميمنة في الشكل (٥-١) هو جعل الحزمتين تخترقان نفس السمك من طبقات الهواء والزجاج .



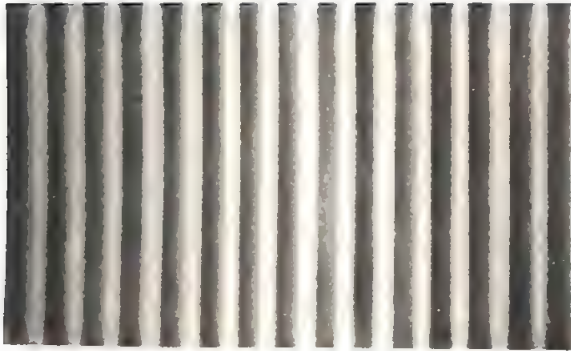
الشكل (١ - ٤) : حركة الأرض بحال الأثير المفترض .



الشكل (١ - ٥) : تجربة مكلسون ومورلي

إذا كان طول المسار الضوئي للحزمتين متساوياً تماماً ، فسيصلان الشاشة بنفس الطور in phase وبذلك يتداخلان تداخلاً بناءً interfere constructively فيما بينهما مؤدياً إلى اضاءة الشاشة ، لكن لو كان هناك تيار أثر - كالمبين في الشكل - لأدى هذا إلى أن الحزمتين الضوئيتين تستغرقان وقتين مختلفين في الانتقال من المرآة نصف المظلية إلى الشاشة . ونتيجة لذلك لا تكون الحزمتان في نفس الطور ، وعليه سوف تتداخلان تداخلاً هداماً interfere destructively فيما بينهما . هذا هو جوهر التجربة المشهورة للعالمين الأمريكيين مكلسون ومورلي التي قاما بها عام 1887 .

في التجربة الحقيقية لم تكن المرآتان عموديتين تماماً بعضهما على الآخر . بذلك تم الحصول على سلسلة من أهداب التداخل interference fringes المضيئة والمعتمة على الشاشة نتيجة لاختلاف أطوال مسارات الموجات الضوئية المتجاورة (الشكل ١-٦) . فإذا تغير طول أي من المسارات الضوئية فإن أهداب التداخل تظهر لتحرك عبر الشاشة ، ذلك لانتقال مناطق التداخل البناء والتداخل الهدام . ان الوضعية الثابتة للجهاز لا تستطيع أن تبين لنا أي فارق بين مساري الشعاعين نتيجة لحركة الاثير . لكن لو دورنا الجهاز بزاوية 90° لتغير اتجاه الحزمتين بالنسبة لاتجاه حركة تيار الاثير المزعوم، وبالتالي فإن الحزمة التي كانت تحتاج الى زمن t_1 للانتقال من المرآة نصف المظلية الى الشاشة سوف تحتاج زمن t_2 ، والعكس صحيح . اذا كان هذان الزمان مختلفين فإن أهداب التداخل سوف تظهر لتحرك عبر الشاشة خلال عملية الدوران .



الشكل (١-٦) شكل الاهداب

المشاهدة في تجربة مكلسون ومورلي .

دعنا نحسب انحراف اهداب التداخل في ضوء فرضية وجود الاثير . من المعادلتين (١-١) و (٢-١) نجد أن الفارق الزمني للمسارين نتيجة تأثير تيار الاثير هو

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{2D/V}{1 - v^2/V^2} - \frac{2D/V}{\sqrt{1 - v^2/V^2}}$$

حيث v سرعة جريان الاثير ، التي نفترضها تساوي 3×10^4 m/s أى سرعة الارض في دورانها حول الشمس ، و v تمثل سرعة الضوء c وتساوي 3×10^8 m/s . لذا فإن :

$$\frac{v^2}{V^2} = \frac{v^2}{c^2} = 10^{-8}$$

وهذا المقدار أصغر بكثير من 1 . وبناء على نظرية ذي الحدين binomial theorem ، إذا كانت x صغيرة جداً بالمقارنة مع 1 ، نجد :

$$(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx$$

وعليه يمكننا تقريب Δt لدرجة كبيرة من الدقة بالمقدار :

$$\Delta t = \frac{2D}{c} \left[\left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) \right] = \left(\frac{D}{c} \right) \left(\frac{v^2}{c^2} \right)$$

حيث D هي المسافة بين المرآة نصف المطلوبة وكل من المرآتين الاخرتين . فرق المسار d الذي يقابل فرق الزمن Δt هو :

$$d = c \Delta t$$

وعدد أهداب التداخل n التي تنحرف عبر نقطة معينة نتيجة لفرق المسار d يحقق العلاقة

$$d = n\lambda$$

حيث λ طول موجة الضوء المستعمل . بمقارنة المعادلتين الاخيرتين نجد

$$n = \frac{c \Delta t}{\lambda} = \frac{Dv^2}{\lambda c^2}$$

في التجربة الحقيقية تمكن مكلسون ومورلي من جعل قيمة D الفعلية تساوي حوالي عشرة امتار،

وذلك بواسطة انعكاسات متعددة لحزمتي الضوء . وكان طول موجة الضوء المستخدم حوالي
 لذا فان مقدار الانحراف المتوقع بدوران الجهاز بزاوية $5,000 \text{ \AA}$ ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$).
 90° هو :

$$n = \frac{Dv^2}{\lambda c^2}$$

$$= \frac{10 \text{ m} \times (3 \times 10^4 \text{ m/s})^2}{5 \times 10^{-7} \text{ m} \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2}$$

$$= 0.2 \text{ fringe}$$

ولما كان تغير طول مسار كل من الحزمتين الضوئيتين يؤدي الى هذا الانحراف في اهداب
 التداخل فان الانحراف الكلي يجب ان يساوي $2n$ أو 0.4 fringe . وانحراف بهذا المقدار
 يمكن مشاهدته بسهولة ، ولذلك فان تجربة مكلسون ومورلي حدية في اثبات أونفي وجود
 الاثير .

ومن غير المتوقع لم يكن هناك أي انحراف في اهداب التداخل في تجربة مكلسون ومورلي.
 باعادة التجربة في فصول السنة المختلفة وفي مناطق مختلفة ، وباجراء تجارب متشابهة لنفس
 الغرض من قبل علماء آخرين ، كانت النتيجة دائماً نفسها : ليس هناك أية حركة بالنسبة
 للاثير يمكن التحسس بها .

النتيجة غير المتوقعة في تجربة مكلسون ومورلي لها مردودان : الأول هو أنه لا يمكن البقاء
 على فرضية الاثير على اساس ان ليس للاثير خاصية يمكن قياسها - هذه نهاية مهينة لفكرة
 كانت في وقت ما محترمة . والمردود الثاني هو أن تجربة مكلسون ومورلي تقترح قاعدة جديدة
 في الفيزياء ، الا وهي ان سرعة الضوء في الفراغ هي نفسها في كل مكان بغض النظر عن حركة
 المصدر او المشاهد .

١-٢ - النظرية النسبية الخاصة THE SPECIAL THEORY OF RELATIVITY

ذكرنا سابقاً أن الاثير في النظرية الموجية القديمة يشكل مرجعاً كونياً universal frame
 of reference ثابتاً تكون سرعة الضوء بالنسبة له $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$. وطبعي أننا كلما
 تكلمنا على الحركة كان المقصود بها الحركة بالنسبة لمرجع معين . هذا المرجع يمكن ان يكون
 طريقاً ، أو سطح الأرض ، أو الشمس ، أو مركز مجرتنا ... لكن يجب علينا ان نحدد
 اختيارنا له في كل مسألة . صخرتان احدهما تسقط في برمودا Bermuda والاخرى في بيرث
 Perth كلاهما تتجهان الى الاسفل بالنسبة الى سطح الأرض . على حين اذا ماشوهدت
 الصخرتان من مركز الارض فانهما تظهران متجهتين تماماً عكس بعضهما الآخر .

ما الاختيار الصحيح للمرجع ، سطح الأرض او مركزها ؟
 الجواب عن هذا هو ان اختيار أي مرجع يكون صحيحاً . لكن من الممكن ان يكون هناك مرجع معين أكثر ملاءمة لحالة معينة . اذا كان هناك أثير منتشر في جميع الفضاء فسوف يمكننا ان ننسب جميع الحركات اليه ، وبذلك يتخلص القاطنون في بيرمودا وبيرث من حيرتهم . ان عدم وجود الاثير يعني أنه ليس هناك مرجع كوني متميز . جميع الحركات تكون بالنسبة للشخص او الجهاز الراصد . فلو كنا في منطاد طليق فوق سحابة متجانسة وشاهدنا منطادا آخر وكانت المسافة بيننا تتغير مع الزمن ، لصرنا في حيرة من معرفة أي المنطادين هو في الحقيقة في حالة حركة ؟ ولو كنا معزولين في الفضاء ، لما امكننا معرفة كوننا متحركين او ثابتين ؛ ذلك لأنه ليس هناك أي معنى للحركة من دون مرجع .

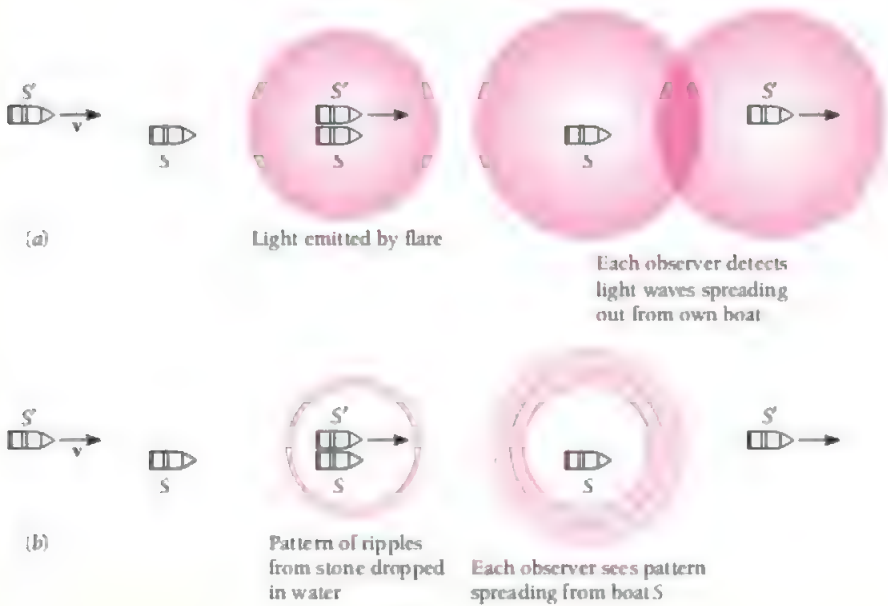
النسبية relativity تنتج من تحليل الظواهر الفيزيائية المتأنية من انعدام وجود مرجع كوني متميز . والنظرية النسبية الخاصة special theory of relativity التي أوجدها البرت أينشتين Albert Einstein عام 1905 تعالج مسائل تتضمن مراجع قصورية inertial frames of reference . أي مراجع تتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة لبعضها الآخر . على حين نجد النظرية النسبية العامة general theory of relativity ، التي اقترحها أينشتين أيضا بعد عقد من الزمن من وضع النظرية النسبية الخاصة ، تعالج مسائل تتضمن مراجع متعجلة بالنسبة لبعضها الآخر . هنا عكس الحالة السابقة ، يمكن للمشاهد أن يتحمس بتعجيل المرجع . وأي شخص ركب مصعدا كهربائيا أو جلس في مركبة دائرة في مدينة الألعاب يستطيع أن يتحقق من ذلك من خلال تجربته الخاصة . ان للنظرية النسبية الخاصة تأثيراً عميقاً على جميع فروع الفيزياء . وهنا سوف نركز على دراسة هذه النظرية ، على حين نذكر لمحات مختصرة فقط حول النظرية النسبية العامة .

النظرية النسبية الخاصة تعتمد على فرضيتين اساسيتين : الفرضية الاولى تنص على ان قوانين الفيزياء يمكن كتابتها بمعادلات تأخذ نفس الصيغة بالنسبة لجميع المراجع التي تتحرك بسرع ثابتة بالنسبة لبعضها الآخر . هذه الفرضية تعبر عن عدم وجود مرجع كوني متميز . اذا لو اخذت قوانين الفيزياء أشكالاً مختلفة بالنسبة لمراجع في حركات نسبية فيما بينها ، لتمكنا من اختلاف هذه الصيغ ان نحدد أي مرجع هو ثابت في الفضاء وأياً منها في حالة حركة . ان عدم وجود مرجع كوني متميز يعني انه لا يمكن ان يكون هناك أي تباين ما بين المراجع المختلفة . من هذه الصفة بالذات تولدت الفرضية الاولى .

الفرضية الثانية للنسبية الخاصة تنص على ان سرعة الضوء في الفراغ لها نفس القيمة بالنسبة لجميع المراجع بغض النظر عن سرعتها النسبية . هذه الفرضية تأتي مباشرة من نتائج تجربة

مكلسون ومورلي ونتائج تجارب علماء آخرين .

للهولة الاولى لاتبدو هاتان الفرضيتان حديتين لاحداث تغيرات جذرية في الفيزياء ، لكن في الواقع انهما يلغيان جميع المفاهيم المعتادة للزمان والمكان . مثال بسيط يمكن ان يوضح هذا القول . الشكل (٧-١) يبين القاربين A و B مرة ثانية . القارب B ثابت في الماء على حين القارب A ينحرف بسرعة ثابتة v وهناك ضبابية كثيفة واطنة ، حتى ان راصدا على أي من القاربين لا يستطيع معرفة أي القاربين هو في الحقيقة متحرك بالنسبة للنهر . وفي لحظة التقاء القارب A بالقارب B تنطلق فرقعة flare عند نقطة الالتقاء . وفق الفرضية الثانية للنسبية الخاصة ، راصد على كل من القاربين يلاحظ ان الضوء الصادر من وهج الفرقعة ينتشر بنفس السرعة في جميع الاتجاهات . وبناء على الفرضية الاولى ، كل من الراصدين يجب ان يلاحظ كرة ضوئية متوسعة مركزها الراصد نفسه . هذا على الرغم من ان احد الراصدين يغير موقعه بالنسبة لموقع الانفجار . والسبب هو أن كلا من الراصدين لا يدري بان كان في حالة حركة أم لا ، وذلك لأن الضبابية الكثيفة تحجب جميع المراجع عدا المرجع المثبت على قارب الراصد نفسه . ولما كانت سرعة الضوء هي واحدة بالنسبة للراصدين ، ينتج ان هذين الراصدين يجب ان يشاهدا نفس الظاهرة الضوئية .



الشكل (٧-١) : الظواهر النسبية تختلف عن مشاهداتنا اليومية .

لماذا تكون النتيجة المبينة في الشكل (١-٧) غير متوقعة ؟ دعنا ندرس مثالا متداولاً مرادفا لهذه المسألة . لنفترض الآن ان القارين هما في عرض البحر في يوم صحو وان شخصا على احد القارين يرمي حجرا في لحظة التقاء القارين . بذلك سوف تنشأ على سطح الماء موجات دائرية تنتشر الى الخارج . هنا ، على خلاف الاستنتاج السابق ، أشكال هذه الموجات تظهر مختلفة بالنسبة للراصدين على كلا القارين . ومن ملاحظة كون القارب في مركز الموجة أم لا ، يستطيع الراصد على ظهر القارب ان يتبين حركة اوسكون القارب بالنسبة للماء . بناء على هذا يمكننا استخدام الماء (باعتباراه وسطاً لانتشار الموجة السطحية) كمرجع لتحديد مواقع الاجسام . هذا هو عكس الحالة بالنسبة للمسألة السابقة حيث لا يمكن استخدام وسط انتشار الضوء (الفراغ) . وثم اختلاف اخر بين هاتين الحالتين ، هو أنه بالنسبة للقارب المتحرك تكون سرعة الموجة السطحية مختلفة في الاتجاهات المختلفة . من الضروري أن نؤكد بأن حركة الاجسام وانتشار الموجات في الماء تختلف تماماً عما هي عليه في الفضاء space فالتأثير

نفسه يمكن ان يكون مرجعا ، على حين لا يكون الفضاء كذلك . من هذا ينتج أن سرعة الموجة في الماء تتغير مع حركة الراصد في حين تكون سرعة الضوء في الفضاء ثابتة .
الوسيلة الوحيدة لتفسير الحقيقة ان راصدين على القارين في المثال السابق يشاهدان كرتين ضوئيتين متوسعتين متماثلتين ، هي بتصور أن نظام الاحداثيات coordinate system لكل من الراصدين - كما ملاحظ من قبل الراصد الاخر - يكون متأثراً بالحركة النسبية بينهما . سوف نرى من اعتماد هذه الفكرة واستخدام قوانين الفيزياء المقبولة وفرضيات آينشتين انه يمكن التنبؤ بالعديد من الظواهر الفيزيائية غير المتوقعة . احدى انتصارات الفيزياء الحديثة هي الالبيات العملية لمثل تلك الظواهر .

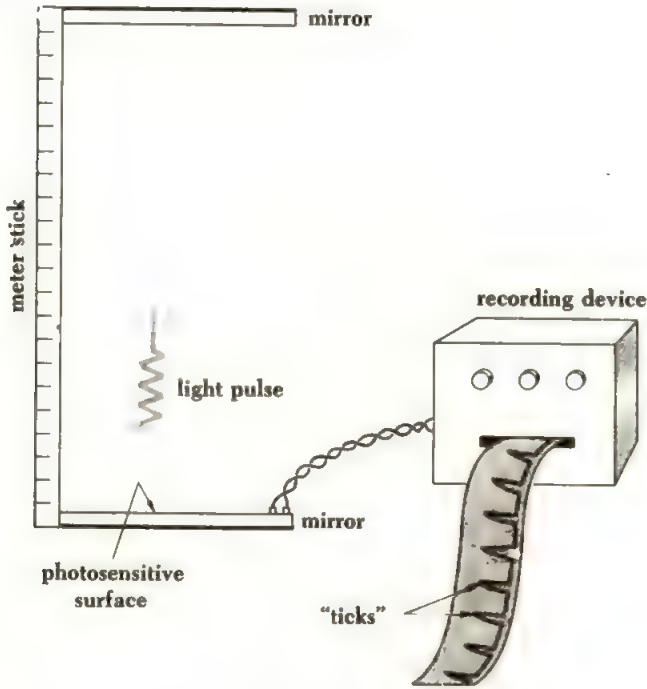
٣-١ تمدد الزمن TIME DILATION

سوف نستخدم اولاً فرضيات النسبية الخاصة لدراسة كيف أن الحركة النسبية تؤثر على قياسات الفترات الزمنية والاطوال .

نابض ساعة متحركة بالنسبة لمشاهد يتذبذب بسرعة ابطاء مما لو كانت الساعة ساكنة بالنسبة له . أي لو كان شخص على متن طائرة يلاحظ فترة زمنية t_0 بين حدثين في الطائرة فاننا على الارض سوف نلاحظ فترة زمنية t اطول من t_0 بين نفس الحدثين . المقدار t_0 ، الذي يحدد الفترة الزمنية بين حدثين يقعان في نفس المكان بالنسبة لمرجع الراصد . يدعى

بالزمن الحقيقي *proper time* بين الحدثين . عندما نرصد الحالة من الارض نلاحظ ان الحدثين اللذين يحددان بداية ونهاية الفترة الزمنية يكونان في موقعين مختلفين . ونتيجة لذلك ، فان الفترة الزمنية بين الحدثين تظهر اطول من الزمن الحقيقي . هذه الظاهرة تدعى بظاهرة تمدد الزمن *time dilation* .

لدراسة كيفية حدوث تمدد الزمن ، دعنا نتفحص عمل ساعة بسيطة كالبيئة في الشكل (٨-١) . هذه الساعة تتكون من مسطرة طولها L_0 ، وفي كل من نهايتها مرآة . نبضة ضوئية تنعكس ذهابا وايابا بين المرآتين ، احدى المرآتين مربوطة بجهاز مناسب ليعطي اشارة معينة في كل مرة يسقط الضوء على المرآة . (هذا الجهاز يمكن أن يكون سطحاً حساساً للضوء يغطي المرآة مصمماً ليعطي اشارة كهربائية في كل مرة تصل فيها النبضة الضوئية اليه) .



الشكل (٨-١) : ساعة بسيطة . كل دقة تمثل رحلة ذهاب واياب لنبضة ضوئية بين المرآة السفلى والعلية .

الزمن الحقيقي بين دقتين للساعة يكون :

$$t_0 = \frac{2L_0}{c} \quad (٤-١)$$

واذا كان طول المسطرة يساوي مترا واحدا ، فإن :

$$t_0 = \frac{2 \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 0.67 \times 10^{-8} \text{ s}$$

حيث هناك 1.5×10^8 دقة لكل ثانية . تستخدم ساعتان متماثلتان من هذا النوع احدهما تثبت على سفينة فضائية بصورة عمودية على اتجاه حركتها ، على حين تبقى الاخرى ساكنة على الارض .

ما هو طول الفترة الزمنية t بين اشارتين في الساعة المتحركة مقاسة من قبل راصد على الارض مستخدما الساعة المماثلة الثانية ؟ كل اشارة في الساعة تتضمن انتقال نبضة الضوء بسرعة c من المرآة السفلى الى المرآة العليا ثم الى المرآة السفلى . خلال انتقال الضوء بين المرآتين تكون الساعة في السفينة الفضائية ككل في حالة انتقال . هذا يعني أن نبضة الضوء ، كما هي مشاهدة من الارض ، تتبع مسلكا متعرجا (الشكل ٩-١) . نلاحظ أن في انتقال الضوء من المرآة السفلى الى العليا في الزمن $t/2$ انه يقطع مسافة اتقية طولها $vt/2$ ومسافة كلية $ct/2$ لما كان L_0 هي المسافة العمودية بين المرآتين ، نجد

$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 = L_0^2 + \left(\frac{vt}{2}\right)^2$$

$$\frac{t^2}{4}(c^2 - v^2) = L_0^2$$

$$t^2 = \frac{4L_0^2}{c^2 - v^2} = \frac{(2L_0)^2}{c^2(1 - v^2/c^2)}$$

$$t = \frac{2L_0/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

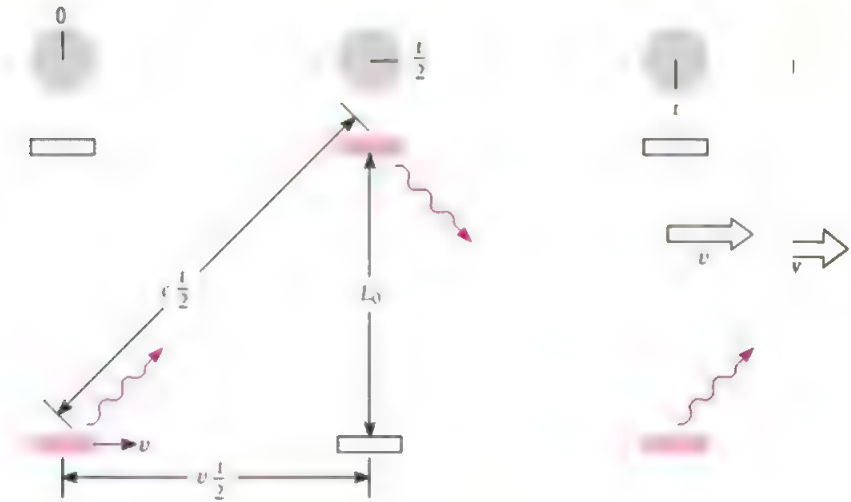
ومنها

$$t = \frac{2L_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (٥-١)$$

ولكن $2L_0/c$ هي الفترة الزمنية t_0 بين دقتين في الساعة الثابتة على الأرض ، المعادلة (١-٤) .
لذلك فإن

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{تمدد الزمن} \quad (١-٦)$$

لذا بالنسبة لمشاهد على الأرض ، تبدو الساعة المتحركة في السفينة الفضائية بأنها تدق بسرعة أبطأ من سرعة دقات الساعة المماثلة على الأرض .



الشكل (١-٩) : ساعة ضوئية في سفينة فضائية كما هي مشاهدة من قبل شخص ثابت على الأرض . المراتان توازيان اتجاه حركة السفينة الفضائية

نفس التحليلات تبقى صحيحة لقياسات الساعة الثابتة على الأرض بالنسبة لربان السفينة الفضائية . فبالنسبة لربان السفينة ، النبضة الضوئية للساعة الثابتة على الأرض تتبع مساراً متعرجاً ، تحتاج النبضة فيه الى وقت t لكل رحلة ذهاب وإياب . في حين تدق ساعته الثابتة في السفينة على فترات t_0 . وبذلك نجد من وجهة نظر الربان ان :

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

أي أن الظاهرة متبادلة : كل مشاهد يلاحظ أن الساعات المتحركة بالنسبة له تدق بسرعة أبطأ من الساعات الساكنة

دراستنا لتمدّد الزمن قد اعتمدت على ساعة غير اعتيادية فيها نبضه ضوئية تتذبذب ذهاباً وإياباً بين مرأتين . السؤال هو هل أن نفس الاستنتاجات السابقة تبقى صحيحة بالنسبة للساعات الاعتيادية التي تعتمد في عملها على اجزاء ميكانيكية - كتابض حلزوني ، أو شوكة رنانة ، ؟ الجواب عن هذا السؤال يجب أن يكون نعم ! اذ لو اتفق على الأرض توقيت ساعة اعتيادية مع ساعة متكونة من مرآيا كالمشروحة في اعلاه ، في حين يختلف توقيتهما على ظهر سفينة فضائية ، لأمكننا من هذا الاختلاف الاستدلال على سرعة السفينة الفضائية بدون الاشارة الى أي مرجع خارجي ، وهذا يناقض القاعدة القائلة بان جميع الحركات هي نسبية . ان تحليلات دقيقة لعمل ساعة اعتيادية متحركة مشاهدة من الأرض تؤكد هذا الجواب . وعلى سبيل المثال ، وكما ستلاحظه في البند (١-١٠) ، كتلة جسم ما تكون أكبر عندما يكون في حالة حركة . لذا فان زمن دورة period جسم مهتز في سفينة فضائية هو أكبر مما لو كان الجسم على الأرض . جميع الساعات في حالة سكون بالنسبة لبعضها الاخر يكون لها نفس التوقيت بالنسبة لمشاهد بدون الاشارة الى الحركة النسبية بين مجموعة الساعات والمشاهد .

صفة كون الزمن نسبي تؤدي الى عدد من الاستنتاجات . على سبيل المثال ، حوادث تبدو واقعة بصورة آنية بالنسبة لمشاهد معين ؛ قد لا تكون آنية لمشاهد آخر في حركة نسبية بالنسبة للاول ، والعكس صحيح . فأي من المشاهدين يكون تقديره صحيحاً ؟ في الحقيقة أن هذا السؤال ليس ذا معنى : اذ أن تقدير المشاهدين يكون صحيحاً ، ذلك ببساطة ، أن كلاً منهم يقيس ما يشاهده

لكون أن الانية مفهوم نسبي وليس مطلقاً ، عليه يجب اهمال جميع النظريات الفيزيائية التي تتطلب انية الحوادث في المواقع المختلفة فالصيغة البدائية لقانون حفظ الطاقة conservation of energy تتضمن ان مجموع الطاقة في الكون ثابتة . هذه في الحقيقة لا تنفي أن تكون هناك عمليات بواسطتها تنعدم كمية من الطاقة ΔE في نقطة وتخلق آنية كمية مساوية من الطاقة في مكان آخر من دون وجود انتقال حقيقي للطاقة من المكان الاول الى الثاني . لكن الانية صفة نسبية ، وهذا يعني أن هناك مشاهدين لتلك العمليات يجدون أن الطاقة غير محفوظة (خلال الفترة الزمنية ما بين انعدام وخلق الطاقة في المكانين المختلفين) . ولا نقاد قانون حفظ الطاقة من نتائج النظرية النسبية الخاصة ، علينا أن نقول ان اختفاء طاقة في مكان ما لتظهر في مكان آخر يتم نتيجة جريان الطاقة من المكان الاول الى المكان الثاني . (هناك بطبيعة الحال عدة طرق لجريان الطاقة) . لذا تكون الطاقة محفوظة في كل منطقة من الفضاء وفي أي زمان ، وليس فقط عندما ندرس الكون كلاً . والصيغة الاخيرة لقانون حفظ الطاقة هي أقوى بكثير من الصيغة البدائية المذكورة في اعلاه .

وعلى الرغم من أن الزمان كمية نسبية ، فليست جميع مفاهيم الزمان المبنية على التجارب اليومية هي غير صحيحة . فبالنسبة لجميع المشاهدين لايمضي الزمان الى الخلف . فمثلا ، تسلسل حوادث في مكان معين في الاوقات t_1, t_2, t_3 .. بالنسبة لمشاهد تظهر بنفس الترتيب بالنسبة لجميع المشاهدين في أي مكان آخر ، هذا على الرغم من أن هذه الحوادث ليست من الضروري ان تحدث بنفس الفترات الزمنية $t_2 - t_1, t_3 - t_2$.. فيما بينها . كذلك لا يوجد هناك مشاهد بعيد (مهما كانت حالته الحركية) يستطيع أن يرى حدثا قبل وقوعه بصورة ادق ، قبل أن يشاهد الحدث راصد قريب . ليس هناك طريقة للتنبؤ بالمستقبل ، بالرغم من أن التقديرات الزمنية (وكما سنرى ، ايضا التقديرات المكانية) للماضي يمكن أن تكون مختلفة لمشاهدين مختلفين .

١ - ٤ معضلة التوائم THE TWIN PARADOX

نستطيع الآن فهم الظاهرة الفيزيائية المشهورة التي تدعى بمعضلة التوائم twin paradox هذه المعضلة تتضمن ساعتين متماثلتين احدهما تبقى على الارض . والاخرى تذهب في رحلة في الفضاء بسرعة v وترجع بعد زمن t . اعتياديا نعوض عن الساعتين الحقيقيتين بتوأمين ذكرين A و B . هذا التعويض يمكن اعتماده ذلك لأن الفعاليات الحيوية كضربات القلب ، والتنفس ، تكون ساعات بايولوجية ذات توافق مقبول .

التوأم A يقبل عند عمر عشرين سنة ليسافر بسرعة $0.99c$ في الفضاء . بالنسبة لـ B على الارض تبدو الفعاليات الحيوية لـ A أنها تسير ببطء ، وفي الحقيقة ، بسرعة

$$\sqrt{1 - v^2/c^2} = \sqrt{1 - (0.99c)^2/c^2} = 0.14 = 14\%$$

من سرعة الفعاليات الحيوية لـ B نفسه . لكل شهيق يأخذه A ، يأخذ B مقابلها سبع شهقات . كل وجبة طعام يأكلها A ، يأكل B مقابلها سبع وجبات . لكل فكرة لـ A ، يقابلها سبع فكرات لـ B . أخيرا ، بعد مضي سبعين سنة حسب تقدير التوأم B ، يرجع A الى الارض وعمره ثلاثون سنة ، في حين يكون عمر B تسعين سنة .

المعضلة هي أننا لو درسنا المسألة وفق وجهة نظر التوائم A في السفينة الفضائية ، يكون على الارض في حركة بسرعة $0.99c$ وعليه نتوقع عند رجوع السفينة الفضائية الى الارض أن يكون عمر B ثلاثين سنة على حين يكون عمر A تسعين سنة - أي عكس الاستنتاج السابق تماما .

حل هذه المعضلة يستند على الحقيقة أن السفينة الفضائية في رحلتها تكون في حالة تعجيل في فترات زمنية مختلفة : عن الانفلاع . عند الاستدارة . وأخيرا عند رجوعها وتوقفها على الأرض . خلال كل من هذه التعجيلات لا يكون A في مرجع قصوري . إضافة إلى ذلك أن المراجع القصورية في الذهاب والاياب مختلفة . من جهة أخرى . التوأم B على الأرض لم يعان تعجيلا بل يبقى كل الوقت في نفس المرجع القصوري . وعليه . فما يقيسه B يمكن اسناده الى النظرية النسبية الخاصة . وبذلك فإن استنتاج B أن عمر A عند الرجوع هو الأصغر يكون هو الصحيح . ومن الطبيعي . بقدر ما يخص الأمر بالنسبة لـ A فإن فترة بقائه في السفينة الفضائية لم تكن مطولة . إذ أنه مهما كان طول عشر السنوات التي قضاها في السفينة الفضائية بالنسبة لأخيه B ، فإنها فقط عشر سنوات من فعالياته الحيوية في السفينة . والذي حدث هنا هو أن تعجيل A قد أثر على فعالياته الحيوية . بتطبيق النظرية النسبية العامة على ساعة متعجلة نجد أن A سوف يحصل على نفس الاستنتاج B المعتمد على اتساع الزمن في النسبية الخاصة .

٥-١ تقلص الطول LENGTH CONTRACTION

قياسات الطول ، كما هو الحال للفترات الزمنية . تتأثر أيضا بالحركة النسبية . فطول جسم L في حالة حركة بالنسبة لمشاهد يبدو دائما أقصر من طوله L_0 عندما يكون الجسم في حالة سكون . هذه الظاهرة تعرف بتقلص لورنس Lorentz-FitzGerald contraction . يحدث هذا التقلص باتجاه الحركة النسبية فقط . الطول L_0 . لجسم في

حالة سكون بالنسبة للمراجع يسمى بالطول الحقيقي proper length

يمكننا استعمال الساعة الضوئية المبينة في البند (١-٣) لدراسة تقلص لورنس . لهذا الغرض ، نتصور الساعة موضوعة بحيث أن الإشارة الضوئية تسير ذهابا وإيابا بموازية خط حركة الساعة بالنسبة للمشاهد (الشكل ١-١٠) . تبدأ الإشارة الضوئية من المرآة الخلفية في $t = 0$ وتصل المرآة الامامية في $t = t_1$. بذلك تسير الإشارة مسافة ct_1 لتصل المرآة الامامية . في حين تبعد المرآة الامامية بمسافة vt_1 خلال هذه الفترة الزمنية . عليه

$$ct_1 = L + vt_1$$

$$t_1 = \frac{L}{c - v}$$

أي

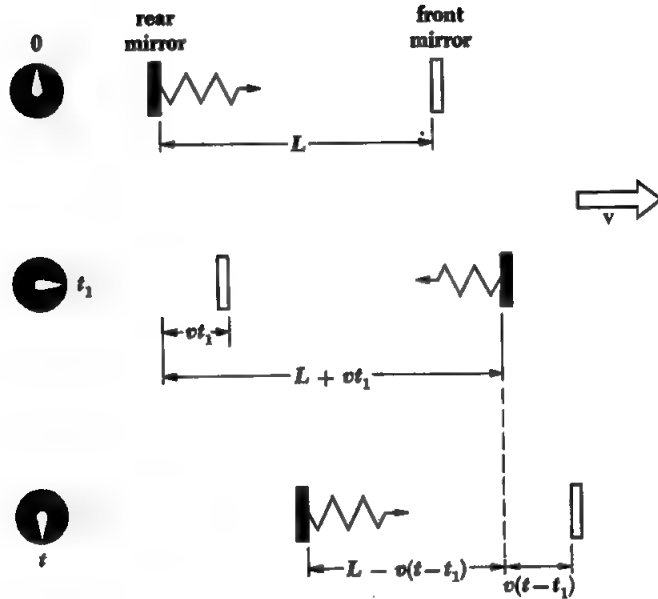
$$(٧-١)$$

حيث L هي المسافة بين المرآتين كما هي مقاسة من قبل المشاهد الثابت .

بعد أن تصل الإشارة للمرآة الامامية تنعكس لتصل المرآة الخلفية عند اللحظة t ، بذلك تقطع مسافة $c(t - t_1)$ ، حيث

$$c(t - t_1) = L - v(t - t_1)$$

الحد الثاني في الطرف الايمن يمثل المسافة التي تقطعها المرآة الخلفية نحو الشعاع المنعكس خلال الفترة الزمنية $(t - t_1)$



الشكل (١٠-١) : ساعة ضوئية في سفينة فضائية كما هي مشاهدة من قبل شخص ثابت على الأرض . لاحظ ان المرآتين عموديتان على اتجاه حركة السفينة .

عليه الزمن الكلي t لحركة الإشارة (المرآة الخلفية - الامامية - الخلفية) ، كما هو مشاهد من الأرض يكون

$$t = \frac{L}{c + v} + t_1 \quad (٨-١)$$

بالتعويض عن t_1 من المعادلة (٧-١) نجد

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v} \\
 &= \frac{2Lc}{(c+v)(c-v)} \\
 &= \frac{2Lc}{c^2 - v^2} \\
 &= \frac{2L/c}{1 - v^2/c^2}
 \end{aligned}$$

(٩ - ١)

المعادلة (٩ - ١) تعطينا الزمن t بين اشارتين في الساعة الضوئية مقاسة من قبل مشاهد على الأرض . كنا قد استنتجنا سابقا العلاقة التالية للزمن

$$t = \frac{2L_0/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (٥ - ١)$$

التي هي بدلالة المسافة الحقيقية L_0 بين المراتين ، بدلاً من المسافة بين المراتين L ، المقاسة من قبل مشاهد على الأرض . هاتان المعادلتان يجب أن تكونا متكافئتين ، أي

$$\frac{2L/c}{1 - v^2/c^2} = \frac{2L_0/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (١٠ - ١)$$

بما ان السرعة النسبية في المعادلة (١٠ - ١) تظهر بشكل v^2 ، نجد ان تقلص لورنس هو تأثير متبادل . أي ، بالنسبة لشخص في السفينة الفضائية ، تقلص الاشياء على الارض بنفس المعامل $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ الذي تقلص به السفينة الفضائية بالنسبة لشخص ثابت على الارض . الطول الحقيقي للجسم هو أقصى طول يمكن ان يشاهده راصد . في السرع الاعتيادية يمكن اهمال التقلص النسبي في الطول . تأثير هذه الظاهرة يكون مهما عندما تكون السرعة النسبية قريبة من سرعة الضوء . السرعة $1,000 \text{ mi/s}$ تبدو هائلة ، ومع هذا فهي تؤدي الى تقلص في الطول باتجاه الحركة بمقدار

$$\begin{aligned}
 \frac{L}{L_0} &= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\
 &= \sqrt{1 - \frac{(1,000 \text{ mi/s})^2}{(186,000 \text{ mi/s})^2}} \\
 &= 0.999985
 \end{aligned}$$

= 99.9985 percent
من طوله عند السكون . من ناحية اخرى ، جسم يسير بسرعة 0.9 يظهر ليتقلص الى

$$\frac{L}{L_0} = \sqrt{1 - \frac{(0.9c)^2}{c^2}}$$

$$= 0.436$$

$$= 43.6 \text{ percent}$$

من طوله عند السكون وهذا يمثل تأثيراً كبيراً .

نسبة L/L_0 في المعادلة (١ - ١٠) هي نفس نسبة t/t_0 في المعادلة (١ - ٣) وعليه ، لربما يفكر أحد بان نتيجة مكلسون ومورلي السلبية يمكن تفسيرها على اساس تقلص لورنس في طول الجهاز باتجاه حركة الأرض . في الحقيقة ان هذا التفسير قد درس من قبل العالمين كندي Kennedy وثورندايك Thorndike بعمل تجربة مماثلة ولكن باستخدام جهاز مقياس التداخل interferometer ذي ذراعين مختلفين في الطول . وقد وجد هذان العالمان ايضا انه ليس هناك انحراف في خطوط التداخل . وهذا يعني ان هذه التجارب يجب ان تؤخذ كأدلة على عدم وجود التأثير بكل ما يترتب على ذلك من نتائج ، وليس فقط على وجود ظاهرة تقلص الطول .

هناك تشوه آخر في صورة جسم متحرك بسرعة عالية عدا التشوه الحاصل نتيجة لتقلص لورنس . هذا التشوه يعتمد على زاوية النظر للجسم والنسبة v/c . وسبب الظاهرة الجديدة هو أن الضوء الذي يصل الكاميرا (أو العين) من أجزاء الجسم البعيدة ينبعث في وقت اسبق من وقت انبعاث الضوء من اجزاء الجسم القريبة ولذلك فإن الصورة المتكونة في الكاميرا تكون مركبة : الاشعة الصادرة من اجزاء الجسم المختلفة لتكوّن الصورة في لحظة معينة تصدر من الجسم عندما يكون الاخير في مواقع مختلفة . هذه الظاهرة تؤدي الى تمدد الطول الظاهري للجسم باتجاه حركته . ونتيجة لهذا فان جسماً ذا ثلاثة ابعاد ، كمكعب ، يمكن ان يشاهد منحرفاً ومتغير الشكل بمقدار يعتمد على زاوية النظر والنسبة v/c . علينا أن نميز هذه الظاهرة من ظاهرة تقلص لورنس الحقيقية . وحتى لو لم يكن هناك تقلص لورنس ، فان شكل جسم متحرك يظهر مختلفاً عن شكله في حالة السكون ، ولكن بطريقة مختلفة .

ومن الجدير ان نذكر ان التحليل اعلاه للشكل الظاهري لجسم متحرك بسرعة عالية لم يدرس حتى سنة 1959 ، اي بعد اربع وخمسين سنة من اكتشاف النظرية النسبية الخاصة .

١ - ٦ انحلال الميزونات MESON DECAY

نستطيع توضيح تمدد الزمن وتقلص الطول بدراسة اضمحلال الميزونات μ mesons . ميزونات μ هي جسيمات أولية unstable particles غير مستقرة سوف ندرس

صفاتها بالتفصيل في فصل قادم. هنا تهتمنا الحقيقة أن ميزون μ في حالة سكون ينحرف إلى الكترون بمعدل $2 \times 10^{-6} \text{ s}$ بعد تكوينه . ان ميزونات μ تتكون في الطبقات العليا من الجو بواسطة الجسيمات السريعة للأشعة الكونية cosmic-ray القادمة من الفضاء الخارجي ، وتصل مستوى سطح البحر بصورة غزيرة . الميزونات المتكونة لها سرعة بحدود $2.994 \times 10^8 \text{ m/s}$ ، أي 0.998 . لكن خلال زمن قدره متوسط عمر mean lifetime الميزون $t_0 = 2 \times 10^{-6} \text{ s}$ تستطيع هذه الجسيمات أن تتحرك فقط مسافة :

$$\begin{aligned} y &= vt_0 \\ &= 2.994 \times 10^8 \text{ m/s} \times 2 \times 10^{-6} \text{ s} \\ &= 600 \text{ m} \end{aligned}$$

قبل انحلالها. بينما في الحقيقة تتكون هذه الجسيمات على ارتفاع أكبر من عشر مرات بقدر هذه المسافة .

نستطيع حل هذه المعضلة باستخدام نتائج النسبية الخاصة . لندرس المسألة بالنسبة إلى مرجع الميزون نفسه ، بالنسبة لهذا المرجع معدل عمر الميزون $2 \times 10^{-6} \text{ s}$ ، لكن المسافة بين الميزون والأرض تبدو متقلصة بنسبة .

$$\frac{y}{y_0} = \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

أي ، بينما نحن على الأرض نقيس ارتفاع تكوين الميزونات y_0 فإن الميزونات ترى هذه المسافة y . بأخذ $y=600 \text{ m}$ وهي المسافة القصوى التي تقطعها الميزونات بالنسبة لمرجعها قبل انحلالها ، نجد أن المسافة المنظورة من الأرض تساوي

$$\begin{aligned} y_0 &= \frac{y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ &= \frac{600}{\sqrt{1 - \frac{(0.998c)^2}{c^2}}} \text{ m} \\ &= \frac{600}{\sqrt{1 - 0.996}} \text{ m} \\ &= \frac{600}{0.063} \text{ m} \\ &= 9,500 \text{ m} \end{aligned}$$

وعليه ، على الرغم من قصر عمر الميزونات ، يمكن لهذه الجسيمات أن تصل سطح الأرض من ارتفاعات عالية جداً .

لندرس الآن المسألة من وجهة نظر مشاهد على الأرض . بالنسبة للأرض ، الميزونات القادمة تأتي من ارتفاعات أقصاها y_0 في حين نتيجة لظاهرة تمدد الزمن يكون نصف عمر الميزون بالنسبة لهذا المرجع :

$$\begin{aligned} t &= \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ &= \frac{2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - \frac{(0.998c)^2}{c^2}}} \text{ s} \\ &= \frac{2 \times 10^{-6}}{0.063} \text{ s} \\ &= 31.7 \times 10^{-6} \text{ s} \end{aligned}$$

أي تقريباً 16 مرة أكبر من نصف عمر الميزون عندما يكون في حالة السكون . يستطيع الميزون المتحرك بسرعة $0.998c$ أن يقطع خلال الفترة $31.7 \times 10^{-6} \text{ s}$ مسافة

$$\begin{aligned} y_0 &= vt \\ &= 2.994 \times 10^8 \text{ m/s} \times 31.7 \times 10^{-6} \text{ s} \\ &= 9,500 \text{ m} \end{aligned}$$

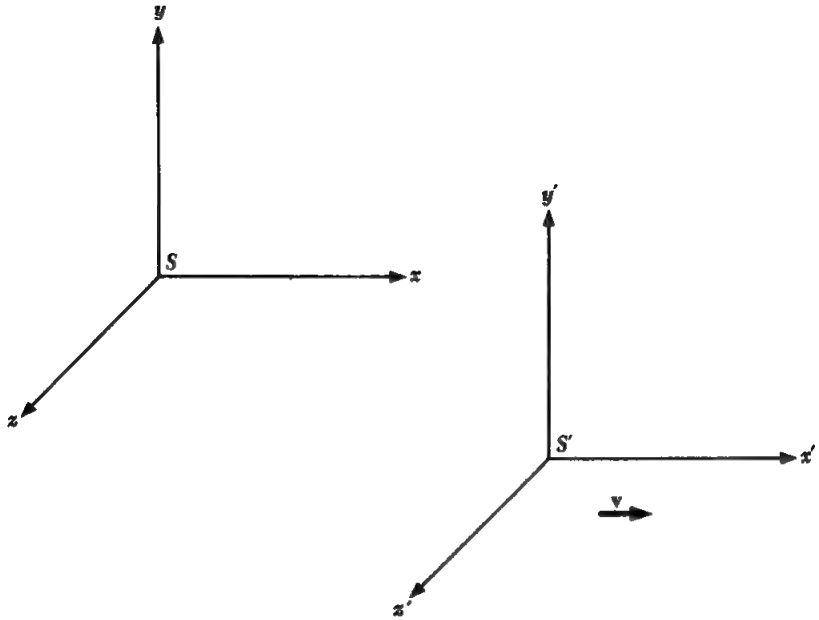
وهذه نفس المسافة التي حصلنا عليها سابقاً . لذا فإن استخدام أي من الطريقتين يعطينا نفس النتيجة .

١ - ٧ تحويلات لورنس THE LORENTZ TRANSFORMATION

لنفترض أننا في مرجع S نرى حدثاً يقع في اللحظة t عند النقطة x, y, z ، ومشاهد آخر في مرجع S' يتحرك بسرعة ثابتة v بالنسبة لـ S ، يرى نفس الحدث في اللحظة t' والنقطة x', y', z' . (لتبسيط المسألة ، نفترض أن السرعة v هي باتجاه x كما في الشكل (١ - ١١) . ما العلاقة التي تربط بين x, y, z, t و x', y', z', t' ؟

جواب هذا السؤال يبدو وبديهياً لشخص لم يدرس النظرية النسبية الخاصة . حيث لو عرفنا الزمن في كل من المرجعين من لحظة تطابق نقطة أصل S مع S' ، فإن قياسات x في المرجع S تزيد بمقدار vt (المسافة التي يقطعها المرجع S' باتجاه x) على قياسات S' . أي :

$$x' = x - vt$$



الشكل (١١-١) : مرجع S' يتحرك باتجاه x بسرعة بالنسبة لمرجع S .

$$x' = x - vt \quad (١١-١)$$

وبما أن ليس هناك حركة نسبية في الاتجاهين y و z نتوقع كذلك :

$$y' = y \quad (١٢-١)$$

$$z' = z \quad (١٣-١)$$

اضافة لذلك ، من تجاربنا اليومية نفترض أيضاً :

$$t' = t \quad (١٤-١)$$

المعادلات من (١١-١) الى (١٤-١) تدعى بتحويلات غاليليو Galilean transformation.

لتحويل مركبات السرعة من المرجع S الى المرجع S' ، على ضوء تحليلات

غاليليو ، علينا أن نفاضل x' ، y' و z' في المعادلات (١١-١) الى (١٣-١) بالنسبة

للزمن ، حيث نحصل :

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = v_x - v \quad (١٥-١)$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = v_y \quad (١٦-١)$$

$$v_z' = \frac{dz'}{dt'} = v_z \quad (١٧-١)$$

بينما تحويلات غاليليو والتحويلات الناتجة عنها للسرع تتفق مع توقعاتنا الحدسية . لكنها تتناقض مع فرضيتي النسبية الخاصة . الفرضية الأولى للنسبية الخاصة تتطلب معادلات متشابهة للظواهر الفيزيائية في جميع المراجع القصورية . في حين يؤدي تطبيق تحويلات غاليليو على المعادلات الكهرومغناطيسية الى معادلات مختلفة للمجالات الكهرومغناطيسية بالنسبة للمراجع المختلفة . الفرضية الثانية تنص على أن سرعة الضوء تأخذ نفس القيمة c في جميع المراجع . على حين ، ضمن تحويلات غاليليو ، لو كانت سرعة الضوء في المرجع S باتجاه x هي c ، لكانت سرعته في S' ، حسب المعادلة (١٥-١) . هي

$$c' = c - v$$

التي هي على طرف نقيض مع الفرضية الثانية . لذا يجب أن تكون هناك تحويلات تختلف عن تحويلات غاليليو لتحقيق فرضيات النسبية الخاصة . التحويلات الجديدة يجب أن تؤدي بصورة طبيعية الى ظاهري تمدد الزمن وتقلص الطول .
نعتقد بـ جيد للعلاقة الجديدة بين x و x' هو أن نكتب

$$x' = k(x - vt) \quad (١٨-١)$$

حيث k ثابت التناسب لا يعتمد على x أو t ، لكنه يمكن أن يكون دالة لـ v . هذه المعادلة تتسجم مع الاعتبارات التالية :

١ . أنها خطية مع x و x' . عليه كما هو مطلوب ، كل حدث في المرجع S يقابله حدث واحد في المرجع S' ، والعكس بالعكس .

٢ . أنها صيغة بسيطة ويجب أن ندرسها قبل أن نفكر بصيغ أكثر تعقيداً .

٣ . أنها تعميم مباشر للمعادلة (١١-١) ، التي هي صحيحة في الميكانيك الاعتيادي .
لما كانت المعادلات الفيزيائية تأخذ نفس الصيغة في المرجعين S و S' ، لذلك علينا فقط أن نعكس اشارة v في المعادلة (١٨-١) (ذلك لناخذ بنظر الاعتبار اختلاف اتجاه السرعة النسبية) لنحصل على x بدلالة x' و t' . أي

$$x = k(x' + vt') \quad (١٩-١)$$

كما هو الحال في تحويلات غاليليو ، ليس هناك سبب للاختلاف بين احداثي y و y' وبين z و z' العموديين على اتجاه الحركة . وعليه يجب أن يكون لدينا .

$$y' = y \quad (٢٠-١)$$

$$z' = z \quad (٢١-١)$$

لكن التوقيتين t و t' يمكن أن يكونا غير متساويين : حيث ، في الحقيقة . من تعويض x' في المعادلة (١٨ - ١) في المعادلة (١٩ - ١) نجد

$$x = k^2(x - vt) + kv t'$$

ومنها

$$t' = kt + \left(\frac{1 - k^2}{kv} \right) x \quad (٢٢ - ١)$$

التي تبين اختلاف t من t' . المعادلات (١٨ - ١) و (٢٠ - ١) الى (٢٢ - ١) تتضمن تحويلات للاحداثيات تنسجم مع الفرضية الأولى للنسبية الخاصة .

الفرضية الثانية للنسبية الخاصة تساعدنا على تحديد المعامل k ، نفترض أنه عند اللحظة $t = t' = 0$ ، التي تمثل لحظة انطباق نقطتي أصل المرجعين S و S' على بعضهما . تنطلق فرقة من نقطة أصل S و S' المشتركة ، في حين هناك مشاهد في كل من المرجعين يقوم بقياس سرعة الضوء المنبعث . المشاهدان يجب أن يحصلوا على نفس القيمة c لسرعة الضوء (الشكل ٧ - ١) . وهذا يعني أنه بالنسبة للمرجع S

$$x = ct \quad (٢٣ - ١)$$

في حين بالنسبة للمرجع S'

$$x' = ct' \quad (٢٤ - ١)$$

عوض في (١٨ - ١) بـ عوض في (٢٤ - ١) عوض في (٢٤ - ١) عوض في (١٨ - ١) ثم عوض بالناقص في (٢٢ - ١) وبالتعويض عن x' و t' في المعادلة (٢٤ - ١) من المعادلتين (١٨ - ١) و (٢٢ - ١) ،

$$k(x - vt) = ckt + \left(\frac{1 - k^2}{kv} \right) cx$$

حيث منها نحصل على :

$$\begin{aligned} x &= \frac{ckt + vkt}{k - \left(\frac{1 - k^2}{kv} \right) c} \\ &= ct \left[\frac{k + \frac{v}{c} k}{k - \left(\frac{1 - k^2}{kv} \right) c} \right] \\ &= ct \left[\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{1}{k^2} - 1 \right) \frac{c}{v}} \right] \end{aligned}$$

هذه المعادلة تأخذ شكل المعادلة (١-٢٣) بشرط أن الكمية داخل القوسين الكبيرين تساوي واحداً . أي

$$\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\frac{c}{v}} = 1$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (١-٢٥)$$

بتعويض قيمة k من المعادلة (١-٢٥) في المعادلتين (١-١٨) و (١-٢٢) نحصل على التحويلات التالية من المرجع S الى المرجع S' :

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (١-٢٦)$$

$$y' = y \quad (١-٢٧)$$

$$z' = z \quad (١-٢٨)$$

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (١-٢٩)$$

هذه التحويلات تدعى بتحويلات لورنس *Lorentz transformation* . أول من حصل على هذه المعادلات هو الفيزيائي الهولندي H. A. Lorentz ، الذي برهن بأن عند استخدام هذه التحويلات ينتج أن المعادلات الكهرومغناطيسية تحتفظ بنفس الصيغة في جميع المراجع . بعد ذلك بعدة سنين أكتشف أينشتين Einstein أهمية هذه المعادلات بصورة كلية . نلاحظ أن تحويلات لورنس تأخذ صيغة تحويلات غاليليو عندما تكون السرعة النسبية v صغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء .

يمكننا أن نحصل على تقلص الطول النسبي لجسم بصورة مباشرة من تحويلات لورنس . نفرض أن عصا ممتدة على طول المحور x' في المرجع المتحرك S' وأن مشاهداً في هذا المرجع يجد احداثيات نهايتي العصا x'_1 و x'_2 . أي أن الطول الحقيقي للعصا هو $L_0 = x'_2 - x'_1$

لايجاد طول العصا في اللحظة t بالنسبة للمرجع الثابت S : $L = x_2 - x_1$ ، نستخدم

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

و

$$\begin{aligned}
 L &= x_2 - x_1 \\
 &= (x'_2 - x'_1) \sqrt{1 - v^2/c^2} \\
 &= L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}
 \end{aligned}$$

لذلك

وهذه تماماً نفس المعادلة (١ - ١٠) .

١ - ٨ مقلوب تحويلات لورنس

THE INVERSE LORENTZ TRANSFORMATION

في البند السابق قد حددنا طول العصا بالنسبة للمرجع الثابت ذلك بتعيين نهايتي العصا بالنسبة لذلك المرجع عند نفس اللحظة t . لذلك استطعنا استخدام المعادلة (٢٦ - ١) لاييجاد L بدلالة L_0 و v . لكن لورغبنا دراسة تمدد الزمن ، فإن المعادلة (٢٩ - ١) تكون غير ملائمة ذلك لأن الحدثين اللذين يحددان بداية ونهاية الفترة الزمنية t_1 و t_2 يكونان في موقعين مختلفين x_1 و x_2 بالنسبة للمرجع الثابت . في مثل هذه الحالات علينا أن نستخدم مقلوب تحويلات لورنس ، التي تعطينا العلاقة بين القياسات المأخوذة في المرجع S' بدلالة القياسات في S . يمكننا أن نحصل على مقلوب تحويلات لورنس من المعادلتين (٢٦ - ١) و (٢٩ - ١) بتبديل الكميات المؤشرة بعلامة الفتحة بالكميات غير المؤشرة واحلال v محل $-v$:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (٣٠ - ١)$$

$$y = y' \quad (٣١ - ١)$$

$$z = z' \quad (٣٢ - ١)$$

مقلوب تحويلات لورنس

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (٣٣ - ١)$$

لنفترض الآن أن ساعة موضوعة عند النقطة x' في المرجع المتحرك S' . فإذا كان الزمن المؤشر بواسطة الساعة الملاحظ من قبل مشاهد في S' هو t'_1 فإن مشاهداً في المرجع S سوف يلاحظ هذا الزمن t_1 . حيث من المعادلة (٣١ - ١) نجد

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

بعد مرور فترة زمنية t_0 بالنسبة للمشاهد في S' ، يصبح الزمن بالنسبة لهذا الشخص t'_2 . حيث :

$$t_0 = t'_2 - t'_1$$

لكن المشاهد في المرجع S_0 سوف يلاحظ نهاية هذه الفترة الزمنية هي

$$t_2 = \frac{t'_2 + \frac{vx'_2}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

وعليه ، فإن طول الفترة الزمنية الملاحظة من قبل مشاهد في S تكون

$$\begin{aligned} t &= t_2 - t_1 \\ &= \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned}$$

أو

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

هذه النتيجة تتفق تماماً مع النتيجة التي حصلنا عليها من تحليل عمل الساعة الضوئية .

٩-١ جمع السرعة VELOCITY ADDITION

أحدى فرضيات النسبية الخاصة تنص على أن سرعة الضوء c في الفراغ تأخذ نفس القيمة بالنسبة لجميع المراجع ، من غير أن تعتمد على سرعة المراجع النسبية . ومن ناحية أخرى تشير توقعاتنا الحدسية الى أن كرة تقذف بسرعة 50 ft/s الى الأمام من سيارة متحركة بسرعة 80 ft/s ، تكون سرعتها بالنسبة للأرض 130 ft/s . أي أنها تساوي مجموع السرعتين . وحسب هذا التقدير ، فإذا كانت سرعة شعاع ضوئي باتجاه حركة المرجع S' ، المتحرك بسرعة v بالنسبة لمرجع ثان S ، هي c فإن سرعة الشعاع بالنسبة للمرجع S يجب أن تساوي $c + v$. لذلك لا تتفق تقديراتنا الحدسية في جميع الظروف مع الفرضية الثانية للنسبية الخاصة . لايجاد الصيغة الصحيحة لجمع السرعة يجب أن نستخدم تحويلات لورنس .

لندرس حركة جسم بالنسبة لمرجعين S و S' في حالة حركة نسبية بينهما . ان مشاهداً

في المرجع S يلاحظ المركبات الثلاث لسرعة الجسم هي

$$V_x = \frac{dx}{dt} \quad V_y = \frac{dy}{dt} \quad V_z = \frac{dz}{dt}$$

في حين تكون هذه المركبات بالنسبة لمشاهد في المرجع S' :

$$V'_x = \frac{dx'}{dt'} \quad V'_y = \frac{dy'}{dt'} \quad V'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

بتفاضل مقلوب تحويلات لورنس نجد

$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$dy = dy'$$

$$dz = dz'$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{v dx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

عليه

$$V_x = \frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{dx' + v dt'}{dt' + \frac{v dx'}{c^2}}$$

$$= \frac{\frac{dx'}{dt'} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \frac{dx'}{dt'}}$$

$$= \frac{V'_x + v}{1 + \frac{v V'_x}{c^2}} \quad (٣٤ - ١)$$

وبنفس الطريقة

$$V_y = \frac{V'_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{v V'_x}{c^2}} \quad (٣٥ - ١)$$

$$V_z = \frac{V'_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{v V'_x}{c^2}} \quad (٣٦ - ١)$$

الآن لتصور أن شعاعاً صوتياً ينبعث باتجاه x' بسرعة c بالنسبة للمرجع S' .
حيث في هذه الحالة $V'_x = c$. بناء على المعادلة (٣٤ - ١) ، نجد أن سرعة الشعاع
بالنسبة للمرجع S تساوي

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{V'_x + v}{1 + \frac{v V'_x}{c^2}} \\ &= \frac{c + v}{1 + \frac{vc}{c^2}} \end{aligned}$$

$$= \frac{c(c+v)}{c+v}$$

$$= c$$

أي أن سرعة الضوء في كلا المرجعين لها نفس القيمة .

ان للتحويلات النسبية للسرع نتائج فهو متوقعة أخرى . على وجه المثال لتصور أننا نجتاز بسرعة $0.5c$ سفينة فضائية تسير بالنسبة للأرض بسرعة $0.9c$. لربما نستنتج لأول وهلة أن سرعتنا بالنسبة للأرض هي $1.4c$ ، أي أنها أكبر من سرعة الضوء . لكن بتعويض $V'_x = 0.5c$ و $v = 0.9c$ في المعادلة (١-٣٤) ، نجد أن سرعتنا بالنسبة للأرض يجب أن تساوي

$$V_x = \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}}$$

$$= \frac{0.5c + 0.9c}{1 + \frac{(0.9c)(0.5c)}{c^2}}$$

$$= 0.9655c$$

التي هي أقل من سرعة الضوء c . لذلك نحتاج الى زيادة أقل من 10 % من سرعة السفينة الفضائية (ذات سرعة $0.9c$) لكي نجتازها بسرعة $0.5c$

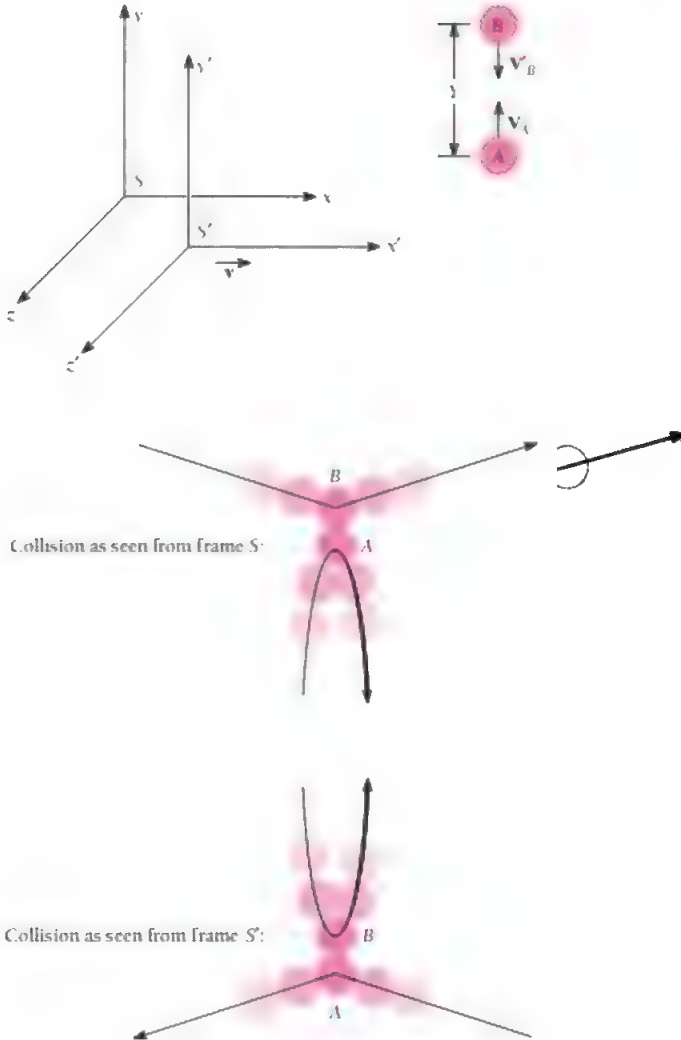
١٠-١ نسبية الكتلة RELATIVITY OF MASS

لقد درسنا لحد الآن الظواهر الحركية للنسبية الخاصة . ان التأثيرات الديناميكية . بما في ذلك تغير الكتلة مع السرعة وعلاقة الكتلة بالطاقة . لاتقل أهمية عن الظواهر الحركية . ندرس تصادما مرنا elastic collision (الذي تكون فيه الطاقة الحركية محفوظة) بين جسامين (A) و (B) ، متكافئين بالصفات عندما يكونان ساكنين بالنسبة لبعضهما الآخر ، كما هو ملاحظ من قبل مشاهدين في مرجعين S و S' في حركة نسبية بينهما . المرجع S' يتحرك بالنسبة لـ S بسرعة v باتجاه +x ، كما هو مبين في الشكل (١-١٢) .

نبدأ من الحالة التي يكون فيها الجسم (A) في حالة سكون بالنسبة للمرجع S والجسيم B في حالة سكون بالنسبة للمرجع S' . في لحظة معينة ، يقذف A باتجاه +y بسرعة V_A ، على حين يقذف B باتجاه -y' بسرعة V'_B ، حيث

$$V_A = V'_B \quad (١-٣٧)$$

. وعليه فإن سلوك A بالنسبة للمرجع S يكافئ تماماً سلوك B بالنسبة للمرجع S' .
 عندما يتصادم الجسمان يرتد الجسم A باتجاه $-y$ بسرعة V_A في حين يرتد الجسم B باتجاه $+y'$ بسرعة V'_B . إذا قذف الجسمان من على مسافة Y بينهما ، فإن مشاهداً في المرجع S يجد أن نقطة التصادم تقع عند $y = \frac{1}{2}Y$ ، في حين يجد مشاهد في المرجع S' أن نقطة التصادم تكون عند $y' = \frac{1}{2}Y$



الشكل (١ - ١٢) : تصادم مرئ مشاهد من قبل مرجعين مختلفين .

ولذلك فإن زمن رحلة A مقاسة بالنسبة للمرجع S يكون

$$T_0 = \frac{Y}{V_A} \quad (٣٨ - ١)$$

وهذا يجب أن يساوي نفس زمن رحلة الجسم B بالنسبة للمرجع S' ، أي

$$T_0 = \frac{Y}{V_B}$$

من قانون حفظ الزخم بالنسبة للمرجع S نجد

$$m_A V_A = m_B V_B \quad (٣٩ - ١)$$

حيث m_B و m_A تمثلان كتلتي الجسمين A و B ، على التوالي ، في حين أن V_B و V_A تمثلان سرعتي الجسمين بالنسبة لنفس المرجع S . يمكن حساب السرعة بالنسبة للمرجع S من العلاقة .

$$V_B = \frac{Y}{T} \quad (٤٠ - ١)$$

حيث T هو الزمن اللازم لإكمال رحلة B بالنسبة للمرجع S . لكن زمن رحلة B بالنسبة للمرجع S' هو T_0 . عليه

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (٤١ - ١)$$

وعلى الرغم من أن المشاهدين في المرجعين يرصدان نفس الحدث ، فإنهما يختلفان حول طول الفترة الزمنية اللازمة للجسيم المقذوف ليتصادم ويرجع إلى موقعه . بالتعويض عن T في المعادلة (٤٠ - ١) ، نجد

$$V_B = \frac{Y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{T_0}$$

في حين من المعادلة (٣٨ - ١) لدينا

$$V_A = \frac{Y}{T_0}$$

وعليه بالتعويض عن V_A ، V_B من هاتين العلاقتين في المعادلة (٣٩ - ١) ، نجد

$$m_A = m_B \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (٤٢ - ١)$$

لكن الجسمين A و B متكافئان تماماً عندما يكونان ساكنين بالنسبة لبعضهما الآخر. لذلك ينتج من الفرق بين m_A و m_B ان قياسات الكتلة ، كما هو الحال لقياسات الطول والزمن ، تعتمد على السرعة النسبية بين المشاهد وما هو تحت الملاحظة .

في المثال كل من الجسمين A و B يتحركان بالنسبة لـ S . لكي نحصل على العلاقة بين كتلة جسم m في حالة حركة وكتلته السكونية m_0 ، علينا ان ندرس حالة مشابهة تكون فيها سرعتان V_A و V'_B غير متاهيتين في الصفر . في هذه الحالة يرى مشاهد في المرجع S الجسم B يقترب من A بسرعة v صاعدا تصادما جانبيا glancing collision (حيث $V'_B \ll v$) ، ثم يستمر في حركته . في المرجع S تكون

$$m_A = m_0$$

$$m_B = m$$

و

بذلك

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1 - 43)$$

وعليه فان جسم متحرك بسرعة v بالنسبة لمشاهد ، تكون اكبر من كتلته السكونية بنسبة $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ هذه الزيادة في كتلة جسم هي متبادلة ، حيث بالنسبة لمشاهد في المرجع يكون

$$m_A = m$$

و

$$m_B = m_0$$

صاروخ منطلق بالنسبة للارض يبدو أقل طولاً واكثر كتلة من صاروخ مشابه ثابت على الارض . في حين بالنسبة لمشاهد في الصاروخ المنطلق ، يبدو الصاروخ الثابت على الأرض أقصر وذا كتلة أكبر . (هذا التأثير ، بطبيعة الحال ، صغير جداً لحالة السرع الاعتيادية للصواريخ) . الشكل (13 - 1) يوضح المعادلة (1 - 43) .

لوعبرنا عن زخم الجسم بالصيغة

$$mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1 - 44)$$

نجد ان قانون حفظ الزخم يبقى صحيحا في النسبية الخاصة كما في الفيزياء الكلاسيكية . لكن الصيغة الصحيحة لقانون نيوتن الثاني يجب ان تأخذ الشكل

$$F = \frac{d}{dt}(mv) \quad (١ - ٤٥)$$

$$= \frac{d}{dt} \left[\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right]$$

ان هذه العلاقة لانكافيء الصيغة

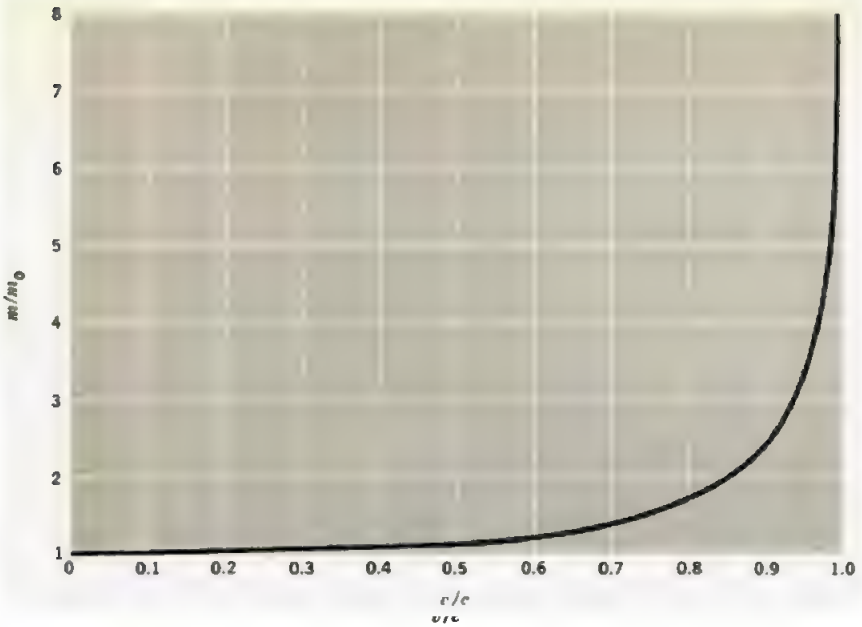
$$F = ma$$

$$= m \frac{dv}{dt}$$

حتى وان كانت m تمثّل الكتلة النسبية المبيّنة في المعادلة (١ - ٤٣) ، ذلك لأن

$$\frac{d}{dt}(mv) = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}$$

في حين $\frac{dm}{dt}$ لانساي صفرًا اذا تغيرت سرعة الجسم مع الزمن . ان القوة المسلطة على جسم دائما تساوي سرعة تغير حجمه .



الشكل (١ - ١٣) : نسبة الكتلة .

يمكننا ملاحظة الزيادة النسبية في الكتلة فقط عندما تقترب سرعة الجسم من سرعة الضوء . عند سرعة $1/10$ من سرعة الضوء يكون مقدار زيادة الكتلة 0.5% فقط في حين تزيد هذه الزيادة على 100% عند سرعة تساوي تسعة أعشار سرعة الضوء . فقط في حالة الجسيمات الذرية مثل الالكترونات ، البروتونات ، الميزونات ، وهكذا ، يمكن ان تكون السرعة عالية جدا حيث تظهر عندها التأثيرات النسبية . في هذه الحالة لا يمكن تطبيق قوانين الفيزياء الاعتيادية . تاريخيا ، كان اول تحقيق للمعادلة (١ - ٤٣) هو اكتشاف بوهرر Bucherer في عام 1908 بان نسبة شحنة الالكترون الى كتلة e/m هي اصغر للالكترونات السريعة مما هي عليه للالكترونات البطيئة . ان علاقة الكتلة بالسرعة . مثل العلاقات الاخرى في النسبية الخاصة ، قد تم اثباتها عمليا من خلال تجارب عديدة وتعتبر اليوم احدى اركان الفيزياء الحديثة .

١-١١ - علاقة الكتلة بالطاقة MASS AND ENERGY

اشهر العلاقات التي حصل عليها آينشتين من فرضيات النسبية الخاصة هي العلاقة بين الكتلة والطاقة . يمكن الحصول على هذه العلاقة بصورة مباشرة من تعريف الطاقة الحركية لجسم متحرك باعتبارها الشغل اللازم لتحريك الجسم من حالة السكون . أي

$$T = \int_0^s F ds$$

حيث F مركبة القوة المؤثرة باتجاه الازاحة ds في حين s هي المسافة التي تؤثر خلالها القوة . باستخدام الصيغة النسبية لقانون نيوتن الثاني في الحركة .

$$F = \frac{d(mv)}{dt}$$

نجد ان الطاقة الحركية تصبح

$$\begin{aligned} T &= \int_0^s \frac{d(mv)}{dt} ds \\ &= \int_0^{mv} v d(mv) \\ &= \int_0^v v d\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) \end{aligned}$$

$$(\int x dy = xy - \int y dx),$$

وباستخدام الصيغة :

$$\begin{aligned}
T &= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 \int_0^v \frac{v \, dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
&= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + m_0 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2} \Big|_0^v \\
&= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 c^2 \\
&= mc^2 - m_0 c^2 \quad (٤٦ - ١)
\end{aligned}$$

ان المعادلة (٤٦-١) تنص على ان الطاقة الحركية للجسم تساوي الزيادة في كتلته نتيجة الحركة ، مضروبة في مربع سرعة الضوء .
دعنا نعيد كتابة المعادلة (٤٦-١) بالصيغة

$$mc^2 = T + m_0 c^2 \quad (٤٧ - ١)$$

لذا لو اعتبرنا mc^2 الطاقة الكلية E للجسم ، لتتج ان طاقة الجسم عند السكون ، $T = 0$ تساوي $m_0 c^2$. المقدار $m_0 c^2$ يدعى بالطاقة السكونية E_0 rest energy لجسم كتلته m_0 . وعليه فان المعادلة (٤٧-١) تأخذ الصيغة

$$\begin{aligned}
E &= E_0 + T & \text{حيث} \\
E_0 &= m_0 c^2 & (٤٨ - ١)
\end{aligned}$$

الطاقة السكونية .

بالاضافة الى اشكال الطاقة المتعارف عليها كالطاقة الحركية ، والكامنة . والكهرومغناطيسية والحرارية . هذه الطاقة يمكن أن تظهر على شكل كتلة (أي ذات تأثير قصوري) . ثابت التناسب بين الطاقة المقاسة بالجولات والكتلة المقاسة بالكيلوغرامات . هو c^2 . أي أن كتلة كيلوغرام واحد من المادة تحوي على طاقة مقدارها 9×10^{16} . حتى أن جزءاً صغيراً من المادة يكافئ كمية هائلة من الطاقة . وفي الحقيقة ان تحويل المادة الى طاقة هو مصدر الطاقات المتحررة في التفاعلات الكيميائية والفيزيائية .

وبما أن الكتلة والطاقة كميتان يعتمد بعضهما على بعض ، فإن قانون حفظ الطاقة وقانون حفظ المادة هما في الحقيقة قانون واحد : يمكن خلق أو فناء كتلة على شرط ان تبنى أو تخلق كمية مكافئة من الطاقة في نفس الوقت ، او بالعكس . الكتلة والطاقة هما مظهران لنفس الشيء .

عندما تكون السرعة v واطئة بالنسبة لسرعة الضوء c ، فان الطاقة الحركية للجسم يجب ان تأخذ الصيغة المعتادة $\frac{1}{2} m_0 v^2$. دعنا نبرهن هذه الصفة . من نظرية ذي الحدين

$$\begin{aligned}
&\text{binomial theorem} \quad \text{نجد انه عندما تكون الكمية } x \text{ أقل بكثير من } 1 \text{ . فان} \\
&(1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx
\end{aligned}$$

الصيغة النسبية للطاقة الحركية هي

$$T = mc^2 - m_0c^2$$

$$= \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0c^2$$

عندما v أصغر بكثير من c يكون $v^2/c^2 \ll 1$. وعليه باستخدام نظرية ذي الحدين نجد

$$T = (1 + \frac{1}{2}v^2/c^2)m_0c^2 - m_0c^2$$

$$= \frac{1}{2}m_0v^2$$

هذه النتيجة توضح انه عند السرعة الواطئة تأخذ الطاقة الحركية النسبية نفس الصيغة الكلاسيكية. وفي الظروف الكلاسيكية تصبح الطاقة الكلية للجسم :

$$E = m_0c^2 + \frac{1}{2}m_0v^2$$

نجد من هذه الحسابات ان النظرية النسبية قد حققت مرة اخرى النتائج الكلاسيكية عند السرعة الاعتيادية . في الحقيقة ان هذا التوافق هو نتيجة ان الصيغ العامة لقوانين الميكانيك هي نسبية ، في حين ان الميكانيك الكلاسيكي هو تقرب لتلك القوانين عند ظروف خاصة. في كثير من الاحيان يكون من المناسب اعادة كتابة العلاقات النسبية السابقة بصيغ مختلفة اخرى . نورد بعض هذه العلاقات من دون برهان لسهولة وعلى الطالب ان يتحقق منها بنفسه :

$$E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2} \quad (١ - ٤٩)$$

$$p = m_0c \sqrt{\frac{1}{1 - v^2/c^2} - 1} \quad (١ - ٥٠)$$

$$T = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) \quad (١ - ٥١)$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{[1 + (T/m_0c^2)]^2}} \quad (١ - ٥٢)$$

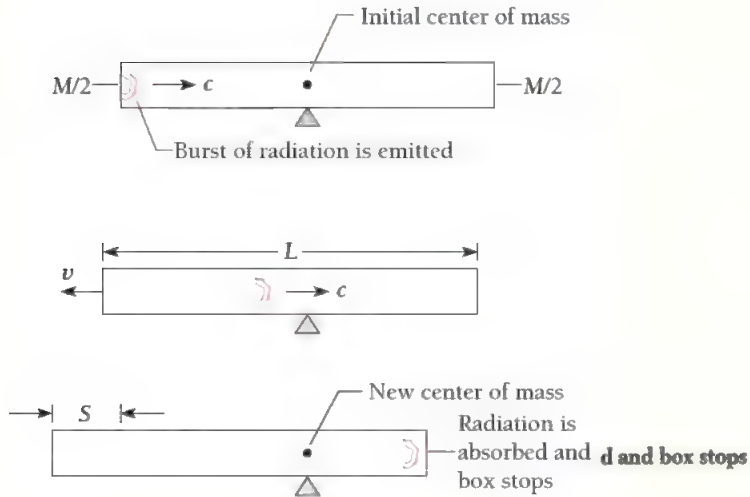
$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_0^2c^2}} \quad (١ - ٥٣)$$

$$= 1 + \frac{T}{m_0c^2} \quad (١ - ٥٤)$$

حيث p يمثل الزخم الخطي mv .
 هذه العلاقة لها اهمية خاصة في الفيزياء النووية وفيزياء الجسيمات الاولى اعتياديا
 نحدد الطاقة الحركية للجسيم بدلا من سرعته . مثلا ، المعادلة (١ - ٥٢) تساعدنا على
 حساب v/c مباشرة من نسبة الطاقة الحركية للجسيم الى طاقته السكونية ، T/m_0c^2 ،
 ١ - ١٢ - علاقة الكتلة بالطاقة : اشتقاق آخر

MASS AND ENERGY: ALTERNATIVE DERIVATION

يمكن برهنة تكافؤ الكتلة والطاقة بطرق عديدة اخرى . اشتقاق ممتع يختلف عن
 الاشتقاق السابق (وضع أيضا من قبل آينشتين) مستفيدا من الحقيقة ان مركز كتلة نظام معزول
 (لا يتفاعل مع محيطه) لا يتأثر بالتفاعلات التي تحدث داخله . نصور صندوقا مغلقا تنبعث
 من إحدى جوانبه نبضة من الموجات الكهرومغناطيسية كما في الشكل (١ - ١٤) . الاشعاعات
 المنبعثة تحمل معها طاقة وزخما خطيا . لذا عند انبعاث الاشعاعات يرتد الصندوق الى الخلف
 لكي يبقى مجموع الزخم الخطي للنظام ثابتا .



الشكل (١ - ١٤) : طاقة اشعاع تمتلك كتلة قصورية .

عندما تصل الاشعاعات الى الطرف المقابل من الصندوق لئتمتص هناك فان زخمها سوف يعادل زخم الصندوق مسببا توقفه . خلال فترة انتقال الاشعاعات بين طرفي الصندوق ، يتحرك الصندوق مسافة s ولكي يبقى مركز كتلة النظام ثابتا في نفس الموقع فان الاشعاعات يجب ان تحمل معها كتلة من الطرف الذي تتبعث منه الى الطرف الآخر . نحسب كمية الكتلة التي تنتقل مع الاشعاع على اساس ان مركز كتلة النظام يبقى ثابتا .

وللسهولة . نفترض ان الواجه الجانبية للصندوق عديمة الكتلة ، وان كتلة كل من طرفي الصندوق تساوي $\frac{1}{2}M$. دع طول الصندوق يساوي L . بذلك فان مركز كتلة الصندوق يكون على مسافة $\frac{1}{2}L$ من كل من طرفيه . بناء على النظرية الكهرومغناطيسية ، نبضة اشعاعات كهرومغناطيسية ذات طاقة E تحمل معها زخما خطيا مقداره E/c . نفترض ان هذه الطاقة كتلة مكافئة m . عند انبعاث الاشعاعات تصبح كتلة الصندوق $M - m$ بينما يتردد بسرعة v . من قانون حفظ الزخم نجد

$$p_{\text{box}} = p_{\text{radiation}}$$

$$(M - m)v = \frac{E}{c}$$

وعليه فإن سرعة ارتداد الصندوق تكون

$$v = \frac{E}{(M - m)c} \approx \frac{E}{Mc}$$

حيث m هي صغيرة جداً بالنسبة لـ M . ان زمن حركة الصندوق يساوي الزمن اللازم للاشعاعات لكي تصل الى الطرف المقابل من الصندوق . أي $t = L/c$ (ذلك بفرض أن $c \gg v$ حيث أن $m \ll M$) . خلال الزمن t يتحرك الصندوق الى اليسار مسافة $s = vt = EL/Mc^2$.

بعد توقف الصندوق تكون كتلة طرفه الايسر $(\frac{1}{2}M - m)$ في حين تكون كتلة طرفه الايمن $\frac{1}{2}M + m$ ، ذلك بسبب انتقال الكتلة m المكافئة للطاقة E . ولما كان مركز كتلة النظام لا يتأثر بانتقال الاشعاعات ينتج لدينا .

$$(\frac{1}{2}M - m)(\frac{1}{2}L + s) = (\frac{1}{2}M + m)(\frac{1}{2}L - s)$$

أو

$$m = \frac{E}{c^2}$$

وبالتعويض عن قيمة s المحسوبة سابقا نجد

$$m = \frac{E}{c^2}$$

أي أن الكتلة التي ترافق الطاقة E هي E/c^2 .

في هذه الاشتقاقات قد افترضنا ان الصندوق جسم صلب تماماً : أي أن الصندوق بأكمله يتحرك عندما تنبعث الاشعاعات وبأكمله يتوقف عندما تمتص هذه الاشعاعات . لكن في الحقيقة ليس هناك مثل هذه الاجسام الصلبة التي تحقق الحالة المبينة . فعلى سبيل المثال ، تصل الاشعاعات التي تسير بسرعة الضوء الى الطرف الايمن من الصندوق قبل ان يبدأ ذلك الطرف بالحركة . ومع هذا ، عندما نأخذ بنظر الاعتبار السرعة المحدودة لموجات المرونة elastic waves في حسابات اكثر دقة ، نحصل على نفس النتيجة $m = E/c^2$

تمارينات

- ١ - جسيم نصف عمره عند السكون 10^{-7} s . اذا كانت سرعته عند تكوينه $0.99c$ ، ما المسافة التي يقطعها الجسيم قبل اضمحلاله ؟
- ٢ - تسير طائرة بسرعة 300 m/s (672 mi/h) . بعد أية فترة يختلف توقيت ساعة على ظهر الطائرة مع توقيت ساعة على سطح الارض بمقدار ثانية واحدة ؟
- ٣ - ما السرعة التي يجب ان تسير بها مركبة فضائية بالنسبة للارض لكي يمضي يومان بالنسبة للارض مقابل كل يوم في السفينة الفضائية ؟
- ٤ - سفينة فضائية تتحرك بسرعة $0.98c$ ما الوقت اللازم بالنسبة للارض لعقرب الدقائق لساعة موجودة في السفينة الفضائية كي يعمل دورة كاملة ؟
- ٥ - رائد فضاء طوله على الارض 6 ft ، يضطجع في سفينة فضائية تتحرك بسرعة $0.9c$. بوضعية موازية لحركة السفينة . ما طول الرائد بالنسبة لشخص آخر في نفس السفينة ؟ بالنسبة لشخص على الارض ؟
- ٦ - عصا طولها 1 m قذفت بسرعة عالية جدا لدرجة ان طولها قد تقلص الى 50 cm . ما مقدار سرعتها بـ mil/s ؟
- ٧ - سفينة فضائية طولها على الارض 100 m . اصبح طولها عند الطيران 99 m . جد سرعة السفينة .
- ٨ - مشاهد يتحرك بالنسبة لمختبر باتجاه $+x$ بسرعة $2.9 \times 10^8 \text{ m/s}$ ، يشاهد جسما يتحرك باتجاه $-x$ بسرعة $2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$ بالنسبة له . ما سرعة الجسم بالنسبة للمختبر ؟

- ٩* - شخص على القمر يشاهد سفيتين فضائيتين A و B مقبلتين نحوه من اتجاهين متعاكسين بسرعة $0.8c$ و $0.9c$ ، على التوالي .
- (أ) ما السرعة التي يقترب بها شخص في السفينة A نحو القمر؟ نحو السفينة B ؟
- (ب) ما السرعة التي يقترب بها شخص في السفينة B نحو القمر؟ نحو السفينة A ؟
- ١٠ - من الممكن ان تكون سرعة الأثر الذي تتركه حزمة الالكترونات على شاشة جهاز التلفزيون اكبر من سرعة الضوء . لماذا لا يتناقض هذا مع النسبية الخاصة ؟
- ١١* - رجل كتلته على الارض 100 kg . جلس في سفينه فضائية متحركة واصبحت كتلته 101 kg بالنسبة لمشاهد على الارض . جد سرعة السفينة الفضائية .
- ١٢ - ما السرعة التي يجب ان يتحرك بها الكترون لكي تكون كتلته مساوية للكتلة السكونية للبروتون ؟
- ١٣ - جد سرعة الكترون طاقته 0.1-MeV في ضوء الميكانيك الكلاسيكي والميكانيك النسبي .
- ١٤ - ما مقدار الكتلة التي يكتسبها بروتون عندما يعطى الى طاقة حركية 500 MeV ؟
- ١٥* - ما مقدار الكتلة التي يكتسبها الكترون عندما يعطى الى طاقة حركية مقدارها 500 MeV ؟
- ١٦ - الطاقة الكلية لجسيم تساوي ضعف طاقته السكونية . جد سرعته .
- ١٧ - ما الشغل اللازم لزيادة سرعة الكترون من $1.2 \times 10^8 \text{ m/s}$ to $2.4 \times 10^8 \text{ m/s}$ ؟
- ١٨ - (أ) كثافة مادة عند السكون تساوي ρ . جد الكثافة ρ' بالنسبة لمشاهد يتحرك بسرعة نسبية v
- (ب) - اذا كانت الكثافة السكونية للذهب 19.3 g/cm^3 ما كثافته عندما يتحرك بسرعة $0.9c$ ؟
- ١٩ - كمية من الجليد في درجة حرارة 0°C تنصهر الى ماء في نفس الدرجة ، حيث نتيجتها تكتسب كتلة مقدارها 1 kg . ما كتلة الجليد الاصلية ؟
- ٢٠ - كل كيلوغرام من الديناميت Dynamite يحرق عند انفجاره طاقة قدرها 5.4×10^6 . ما نسبة الطاقة المتحررة الى الطاقة السكونية للديناميت ؟
- ٢١ - الطاقة الشمسية تصل الى الارض بمعدل 1400 W لكل متر مربع على سطح عمودي على اتجاه الشمس . ما الكتلة التي تفقدها الشمس في كل ثانية ؟ (نصف قطر فلك الارض حول الشمس $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$) .
- ٢٢ - برهن على أن الكمية $\frac{1}{2}mv^2$ ، حيث $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ، لاتساوي الطاقة الحركية لجسيم يسير بسرعة عالية .

٢٣- جد الصيغة النسبية لقانون نيوتن الثاني $F = d(mv)/dt$ بدلالة m_0, v, c و dv/dt

٢٤- رائد سفينة فضائية يترك الأرض بسرعة $0.9c$ ، يعمل رحلة ذهاب وإياب الى اقرب نجمة وهي التي على بعد اربع سنوات ضوئية . كم سيكون الرائد أصغر من اخيه التوأم على الأرض عند رجوعه ؟ (السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء خلال سنة واحدة وتساوي $9.46 \times 10^{15} \text{ m}$)

٢٥- ضوء تردده ν ينبعث من مصدر . ومشاهد يتبعد عن المصدر بسرعة v ، يجد ان تردد الضوء يساوي ν' تصور ان المصدر كساعة تدق ν مرة في الثانية وتعطي نبضة ضوئية عند كل دقة . اثبت أن

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}$$

هذه الظاهرة تمثل ظاهرة دوبلر الطولية *longitudinal doppler effect* للضوء (اذا كانت حركة المشاهد باتجاه المصدر علينا تبديل كل v و $-v$) لماذا تختلف هذه النتيجة عن النتائج المألوفة في حالة الموجات الصوتية في الهواء ؟

٢٦- ظاهرة دوبلر المستعرضة *transverse doppler effect* تخص تغير تردد الضوء بالنسبة لمشاهد في حركة نسبية عمودية على انتشار الموجة (لاحظ في المسألة السابقة ان المشاهد يتحرك بموازاة انتشار الموجة) . اثبت ان لهذه الحالة

$$\nu' = \nu \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

هذه النتيجة ليس لها مرادف كلاسيكي .

٢٧- توأم A يعمل رحلة ذهاب وإياب بسرعة $0.8c$ الى نجمة تبعد اربع سنوات ضوئية في حين يبقى التوأم B ساكنا على الأرض . كل من التوأمين يرسل اشارة الى اخيه مرة واحدة في كل سنة حسب توقيته الخاص . (أ) ما عدد الاشارات التي يرسلها A خلال رحلته ؟ ما عدد الاشارات التي يرسلها B ؟ (ب) استخدم علاقة ظاهرة دوبلر في المسألة (٢٥) لتحليل التباين بين العددين . كم عدد الاشارات التي يستلمها A خلال رحلته ؟ ما العدد الذي يستلمه B ؟ هل هذان العددان يتفقان مع العددين في الفرع (أ) من هذه المسألة ؟

الفصل الثاني

الصفات الجسمية للموجات

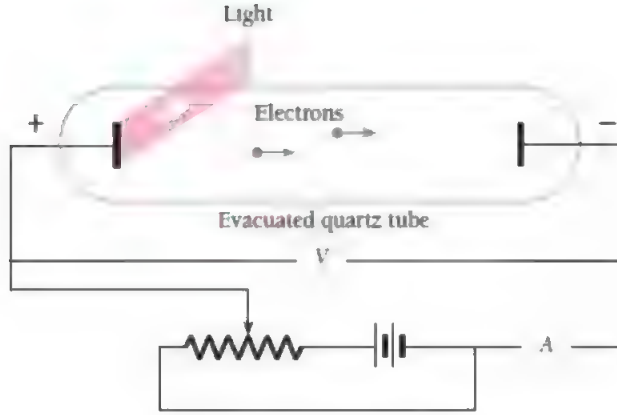
في تجاربنا اليومية ليس هناك غموض حول تصور الجسيم والموجة . ظاهرياً هناك صفة واحدة مشتركة بين حجر ساقط في بركة ، وموجات الماء المنتشرة ، هو أن كليهما ينقل طاقة وزخماً من موضع الى آخر . إن الفيزياء الكلاسيكية ، التي تعكس الحقائق الفيزيائية التي نعيشها ، تعالج الجسيمات *particle* والموجات *wave* باعتبارهما حالتين منفصلتين في الطبيعة . وميكانيك الجسيمات وبصريات الموجات يعالجان اعتيادياً بصورة منفصلة ، إذ أن لكل منهما تجارب وفرضيات خاصة به .

إن الحقائق الفيزيائية التي نلاحظها تنشأ من ظواهر العالم المجهرى للذرات ، والجزيئات ، والالكترونات والنوى وفي هذا العالم ليس هناك صورة واضحة لمفهومي الجسيمات والموجات . ومن المعتاد أن نعتبر الالكترونات في الاجهزة المتداولة كالتلفزيون ، كجسيمات لكونها تحوي على شحنة وكتلة وتتبع قوانين الميكانيك الاعتيادية للجسيمات لكننا سوف نجد حقائق كثيرة أخرى تدعم الصفة الموجية *wave property* للالكترونات المتحركة . نعتبر الضوء كموجات ، ذلك لكونه في ظروف ملائمة يظهر صفات الجيود *diffraction* ، والتداخل *interference* والاستقطاب *polarization* .

في حين نجد تحت ظروف أخرى ان الضوء يتصرف كما لو أنه سيل من الجسيمات . إن ازدواجية الجسيمات والموجات *wave-particle duality* والنسبية الخاصة يشكلان ركنين أساسيين للفيزياء الحديثة . في هذا الكتاب نجد أن هناك استدلالات قليلة جداً التي لاتشير بصورة مباشرة أو غير مباشرة الى هاتين النظريتين .

١-٢ الظاهرة الكهروضوئية THE PHOTOELECTRIC EFFECT

سلسلة من التجارب أجريت في نهاية القرن التاسع عشر أوضحت ان الالكترونات تنبعث من سطوح المعادن عندما يسقط عليها ضوء بتردد عال نسبيا (لجميع المعادن عدا المعادن القلوية alkali metals ، نحتاج الى ضوء في منطقة فوق البنفسجية ultraviolet light) . هذه الظاهرة تعرف بظاهرة الكهروضوئية photoelectric effect . الشكل (١-٢) يوضح الجهاز الذي استخدم في تجارب دقيقة لهذه الظاهرة . الجهاز يتكون من انبوبة مفرغة تحوي على قطبين متصلين بدائرة خارجية كالمبينة في الشكل . الصفيحة المعدنية المشعة تعمل كقطب موجب anode .



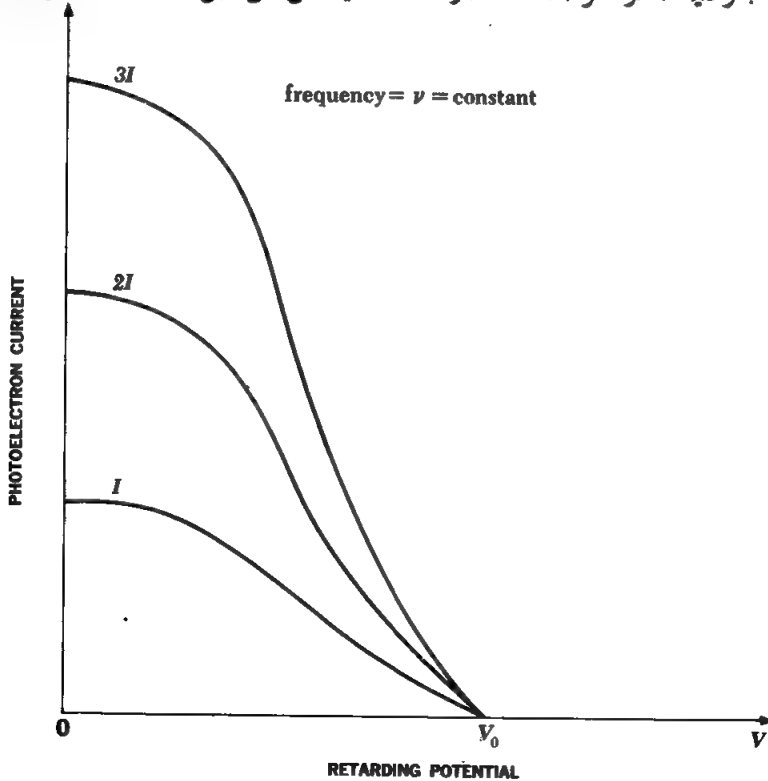
الشكل (١-٢) تجربة الظاهرة الكهروضوئية .

بعض الالكترونات المنبعثة كهروضوئيا يكون لها طاقة كافية تجعلها تصل القطب السالب cathode ، بالرغم من قطبيته السالبة . هذه الالكترونات تسبب تياراً يمكن قياسه بواسطة أميتر مربوط في الدائرة . كلما زاد الجهد المعرقل V ، قل عدد الالكترونات التي تصل الكاثود وبذلك تقل قيمة التيار . أخيراً عندما V تساوي فولتيه العتبة V_0 (بحدود بضعة فولتات) أو أكبر ، يصبح التيار صفراً .

والحقيقة هي ان وجود الظاهرة الكهروضوئية ليس مدهشاً . اذ ان الضوء يحمل طاقة ؛ وان جزءاً من الطاقة الممتصة من قبل المعدن يمكن ان تتركز بطريقة ما في الالكترونات ، لتظهر ثانية على شكل طاقة حركية . لكن عندما نتمحص النتائج التجريبية نجد ان ظاهرة الكهروضوئية لا يمكن أن تفسر بهذه السهولة .

وأحدى صفات الظاهرة الكهروضوئية التي حيرت مكتشفها ، هي ان توزيع طاقة الالكترونات المنبعثة (الالكترونات الضوئية photoelectrons) لا يعتمد على شدة الضوء : ان حزمة ضوء قوية تولّد عدداً أكبر من الالكترونات الضوئية مما تولده حزمة ضعيفة بنفس التردد ، لكن معدل طاقة الالكترونات المنبعثة هو نفسه في كلتا الحالتين (الشكل ٢-٢) . كذلك ، بحدود دقة التجربة (حوالي 10^{-9} s) ليس هناك فاصل زمني بين سقوط الضوء على سطح المعدن وانبعاث الالكترونات الضوئية . هذه النتائج لا يمكن تفسيرها على أساس النظرية الكهرومغناطيسية للضوء .

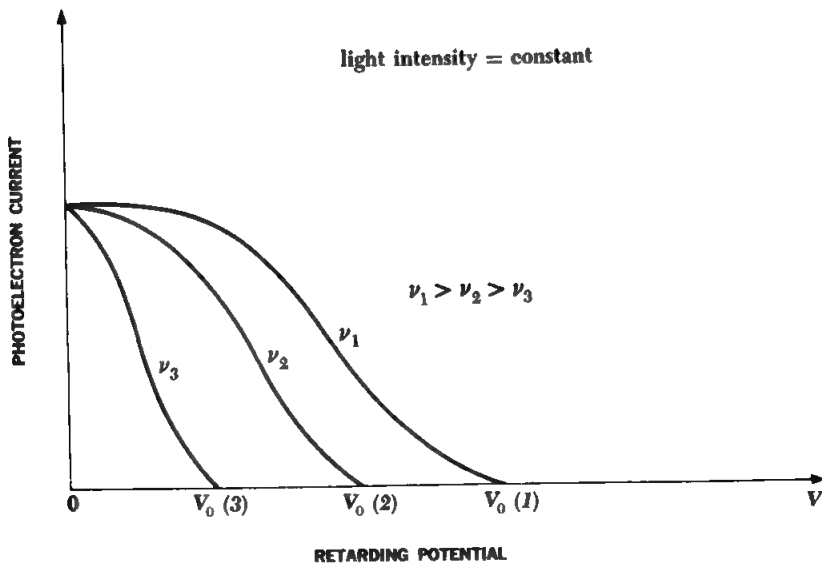
دعنا ندرس ما يحدث لو سقط ضوء بنفسجي على سطح معدن الصوديوم ، كما في الشكل (٢-١) . في هذه الحالة يتولّد تيار الكترونات ضوئية يمكن التحسين به اذا ما امتص سطح المعدن طاقة كهرومغناطيسية 10^{-6} W/m^2 (بطبيعة الحال شدة الضوء اللازم يجب أن تكون أكثر بكثير من هذا المقدار ، ذلك لان الصوديوم هو عاكس جيد للضوء) . الآن ، هناك 10^{19} ذرة في شريحة من معدن الصوديوم سمكها ذرة واحدة ومساحتها متر مربع واحد . وعليه ، لو افترضنا ان الضوء الساقط يمتص من قبل الطبقات العشرة العليا



الشكل (٢-٢) : تيار الالكترونات الضوئية يتناسب مع شدة الضوء المستخدم عند كل جهد معرقل . فولتية العتبة V_0 هي نفسها لشدات الضوء المختلفة ، وتردد الضوء يبقى نفسه .

لذرات الصوديوم ، لوجدنا ان الطاقة 10^{-6} W/m^2 تتوزع بين 10^{20} ذرة . بذلك كل ذرة تحصل بالمعدل على طاقة 10^{-26} W ، اي أقل من 10^{-7} eV/s . من هذا نستنتج ان الالكترون يحتاج الى 10^7 s ، أي حوالي سنة كاملة ، لكي يكتسب طاقة بحدود 1 eV ، أي الطاقة المشاهدة عملياً للالكترونات الكهروضوئية ! خلال الزمن 10^{-9} s (الذي يمثل الفاصل الزمني الأقصى بين سقوط الضوء وانبعاث الالكترونات الضوئية) يكتسب الالكترون ، وفق النظرية الكهرومغناطيسية ، طاقة مقدارها 10^{-16} eV فقط . حتى لو افترضنا وجود عملية رنين resonance من نوع معين لتفسير لماذا بعض الالكترونات تكتسب طاقة أكثر من الالكترونات الاخرى ، نجد أن الالكترون المحظوظ لا يمكن أن يكتسب طاقة أكثر من 10^{-10} من الطاقة المشاهدة عملياً .

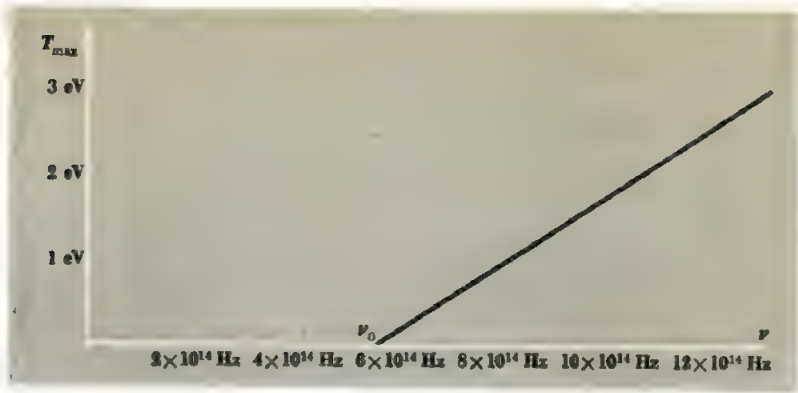
من الغريب ايضاً بالنسبة للنظرية الموجية ، اننا نجد أن طاقة الالكترونات تعتمد على تردد الضوء المستخدم (الشكل ٢-٣) . عند ترددات أقل من تردد العتبة threshold frequency الذي يميز المعادن المختلفة بعضها عن بعض ، لا ينبعث أي الكترون . وفوق



الشكل (٣-٢) : فولتية العتبة V_0 تعتمد على تردد الضوء ν . في حالة الفولتية المعرقة $\nu = 0$ ، نجد ان تيار الالكترونات الضوئية له نفس القيمة لشدة ضوء معينة من دون الاشارة الى التردد .

تردد العتبة ، الالكترونات الضوئية تمتلك طاقة تمتد من الصفر الى قيمة قصوى معينة . الطاقة القصوى تزداد خطياً بزيادة تردد الضوء . الترددات العالية تؤدي الى زيادة الطاقة العظمى ، في حين تؤدي الترددات الواطئة الى نقصان قيمة هذه الطاقة . وعليه فان ضوءاً أزرق خافتاً يولد الكترونات بطاقة أعلى مما يولده ضوء احمر ساطع . هذا على الرغم من أن عدد الالكترونات المنبعثة في الحالة الاخيرة اكثر مما هو عليه في الحالة الاولى .

في الشكل (٢-٤) خط بياني بين الطاقة العظمى T_{max} للالكترون الضوئي والتردد ν لضوء ساقط على سطح صوديوم . من الواضح ان العلاقة بين T_{max} والتردد ν هي تناسبية يمكن كتابتها بالشكل

$$T_{max} = h(\nu - \nu_0) = h\nu - h\nu_0 \quad (٢-١)$$


الشكل (٢-٤) : طاقة الالكترون الضوئي العظمى كدالة لتردد الضوء الساقط على سطح الصوديوم .

حيث ν_0 تردد العتبة الذي -ونه لا ينبعث أي الكترون ، h كمية ثابتة $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J-s}$ لا تعتمد على ν_0 أو نوع المعدن المستخدم .

٢-٢ النظرية الكمية للضوء THE QUANTUM THEORY OF LIGHT

النظرية الكهرومغناطيسية للضوء تفسر عدداً كبيراً من الظواهر وتجعلها تنطوي على مقدار لا بأس به من الصحة . وعلى الرغم من ذلك ، فان هذه النظرية هي تماماً على نقیض الظاهرة الكهروضوئية . في عام 1905 اكتشف آينشتين بان معضلة ظاهرة الكهروضوئية يمكن تفسيرها باستخدام فكرة عالم الفيزياء النظرية الألماني ماكس بلانك Max Planck .

المقترحة قبل خمس سنوات من ذلك الوقت . بحث بلانك في تفسير صفات الاشعاعات التي تنبعث من اجسام حارة لدرجة الاضاءة luminous ، والتي كانت معضلة يصعب تفسيرها . حيث استطاع اشتقاق معادلة لطيف هذه الاشعاعات (أي ، الشدة النسبية للالوان المختلفة في الطيف) كدالة لدرجة حرارة الجسم ، ذلك بفرض أن الاشعاعات تنبعث بصورة متقطعة على شكل دفعات من الطاقة . هذه المعادلة تتفق مع النتائج العملية بصورة دقيقة وسميت دفعات الطاقة هذه بالكمات quanta . لقد افترض بلانك ان الكمات التابعة لنفس التردد ν للضوء تمتلك نفس الطاقة ، وأن هذه الطاقة E تتناسب مع ν . أي

$$E = h\nu \quad (2-2) \quad \text{طاقة الكم}$$

حيث h ، يدعى بثابت بلانك ، له القيمة العملية $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J-s}$ في الفصل التاسع سوف ندرس مسألة الاشعاعات المنبعثة ببعض التفصيل .

لقد كان على بلانك ان يفترض بان الطاقة الكهرومغناطيسية تنبعث على شكل متقطع من الجسم احر ، لمكنه لم يشك بأن هذه الاشعاعات تنتشر في الفضاء بصورة مستمرة وعلى شكل موجات كهرومغناطيسية . في حين لم يعتبر آينشتين بأن الضوء ينبعث على شكل كمات فقط ، بل افترض ايضا ان الضوء ينتشر في الفراغ على شكل سيل من الكمات . بهذه الفرضية تمكن آينشتين تفسير ظاهرة الكهروضوئية بسهولة . المعادلة التجريبية (2-1) يمكن كتابتها بالصيغة .

$$h\nu = T_{\max} + h\nu_0 \quad (2-3) \quad \text{ظاهرة الكهروضوئية}$$

فرضية آينشتين تعني ان الحدود في المعادلة (2-3) لها التفسير التالي :

$$h\nu = \text{الطاقة التي يمتلكها كل من الكمات للضوء الساقط .}$$

$$T_{\max} = \text{الطاقة العظمى للالكترون الضوئي .}$$

$h\nu_0 = \text{الطاقة الدنيا اللازمة لفصل الكترون من سطح المعدن المشع .}$ يجب ان تكون هناك طاقة دنيا معينة يكتسبها الالكترون لكي ينبعث من سطح المعدن ، والا فإن الالكترونات سوف تندفق من السطح حتى مع عدم وجود ضوء . الطاقة $h\nu_0$ التي تميز سطحاً معيناً ، تدعى بدالة الشغل work function . عليه فإن المعادلة (2-3) تنص على ان طاقة الكم = طاقة الالكترون العظمى + دالة الشغل للسطح .

من الممكن ان نفهم لماذا لا تمتلك جميع الالكترونات الضوئية نفس الطاقة ، بل تنبعث بطاقات مختلفة محصورة بين الصفر و T_{\max} ؛ ذلك ان الطاقة $h\nu_0$ هي الشغل اللازم لرفع الكترون من اقرب مستوى طاقة في المعدن في حين نحتاج الى طاقة اكبر لرفع الكترون في مستوى طاقة اعظم .

صحة هذا التفسير لظاهرة الكهروضوئية ، تتحقق من دراسة انبعاث الالكترونات حراريا Thermionic emission . كان معروفا منذ زمن طويل بأن وجود جسم حار جدا يزيد من قابلية التوصيل الكهربائي للهواء المجاور . وفي نهاية القرن التاسع عشر اكتشف بأن سبب هذه الظاهرة هو انبعاث الالكترونات من هذا الجسم . ظاهرة الانبعاث الحراري للالكترونات هي اساس عمل اجهزة كثيرة كانبوبة الاشعة الكاثودية في التلفزيون . في هذه الانبوبة مثلا هناك فتيلة معدنية او كاثود مطلي بشكل خاص يعطي سيلاً كثيفاً من الالكترونات عند تسخينه لدرجات حرارة عالية . ومن الطبيعي ، ان الالكترونات المنبعثة تكتسب طاقتها من الطاقة الحرارية لجسيمات المعدن . لكن علينا ان نتوقع بان الالكترونات يجب ان تمتلك طاقة اعلى من قيمة دنيا لكي تهرب من سطح المعدن . القيمة الدنيا لهذه الطاقة قد تم قياسها لعدد من المعادن ، ووجد ان قيمتها دائما قريبة من دالة الشغل للمعدن . في حالة الانبعاث الضوئي للالكترونات ، الفوتونات الضوئية photons تجهز الطاقة اللازمة لهروب الالكترونات . في حين في الانبعاث الحراري للالكترونات ، الحرارة تعمل على تجهيز هذه الطاقة . وفي كلتا الحالتين ، تكون العمليات الفيزيائية المتضمنة انبعاث الالكترونات من سطح المعدن متشابهة .

دعنا نستخدم المعادلة (٢-٣) لحالة خاصة . دالة الشغل للبوتاسيوم هي 2.2 eV . ماهي الطاقة العظمى بالالكترونون — فولت للالكترونات الضوئية المنبعثة ، عندما يسقط ضوء اشعة فوق البنفسجية بطول موجي $3,500 \text{ \AA}$ ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$) على سطح البوتاسيوم ؟ من المعادلة (٢-٣) $T_{\max} = h\nu - h\nu_0$. لما كانت $h\nu_0$ مقدرة بالالكترونون — فولت ، فعلياً ان نحسب طاقة الكم $h\nu$ لطول موجي 3,500-Å . هذه الطاقة تساوي $h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J-s} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} \times 10^{10} \text{ \AA/m}}{3,500 \text{ \AA}}$$

$$= 5.7 \times 10^{-19} \text{ J}$$

لتحويل هذه الطاقة من الجول الى الالكترونون — فولت ، نذكر ان

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$h\nu = \frac{5.7 \times 10^{-19} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}$$

$$= 3.6 \text{ eV}$$

عليه

لهذا ، فالطاقة العظمى للالكترون الضوئي تكون

$$\begin{aligned}
 T_{\max} &= h\nu - h\nu_0 \\
 &= 3.6 \text{ eV} - 2.2 \text{ eV} \\
 &= 1.4 \text{ eV}
 \end{aligned}$$

ان الفكرة القائلة بأن الضوء ينتشر على شكل دفعات صغيرة من الطاقة (اعتباريا تدعى بالفوتونات) تماما تناقض النظرية الموجية للضوء. النظرية الاخيرة ، التي فسرت عددا كبيرا الظواهر الضوئية — وخاصة الحيود والتداخل — هي احدى نظريات الفيزياء الثابتة. اقترح بلانك بأن الضوء المنبعث من جسم حار يكون على شكل كمات متقطعة ، لا يناقض فكرة انتشار الضوء كموجات. لكن اقترح آينشتين في عام 1905 بأن الضوء ينتشر في الفضاء على شكل فوتونات منفصلة ، قد تجاوز تفكير معاصريه. حسب النظرية الموجية ، تنتشر الموجات الضوئية من مصدر بنفس الطريقة التي تنتشر بها الموجات على سطح ماء بركة عندما يسقط فيها حجر. الطاقة التي ينقلها الضوء وفق هذا التمثيل ، تكون متوزعة بصورة مستمرة في الموجة. من ناحية اخرى ، حسب النظرية الكمية quantum theory ، ينتشر الضوء من المصدر على شكل كمات صغيرة جدا يمكن امتصاصها من قبل الكترون واحد. ولما يجلب الانتباه ان النظرية الكمية للضوء تعالج الضوء باعتباره جسيمات في حين تشير بصورة مباشرة الى تردد الضوء ، الذي هو صفة موجبة بحت.

ان النظرية الكمية للضوء لاقت نجاحا كبيرا في تفسير ظاهرة الكهروضوئية. هذه النظرية تنبأ بصورة صحيحة بأن الطاقة العظمى للالكترون الضوئي تعتمد على تردد الضوء الساقط وليس على شدته ، وايضا تفسر لماذا حتى الضوء الضعيف جدا يستطيع ان يبعث الكترونات. هذه النتائج هي على تقيض توقعات النظرية الموجية للضوء. النظرية الموجية لا تستطيع تفسير لماذا يجب ان يكون هناك تردد عتبة : أي ، عندما نستخدم ضوءا ذا تردد واطيء لا تنبعث أي الكترونات ضوئية ، بغض النظر عن شدة الضوء المستعمل. لكن هذه الظاهرة تنتج بصورة طبيعية من النظرية الكمية.

أي النظريتين تكون صحيحة ؟ هناك عدد كبير من الفرضيات الفيزيائية التي تحولت أو أهملت كليا عندما وجدت تناقض مع النتائج العملية. لكن لم يحدث أن اتبعنا نظريتين مختلفتين تماما لتفسير نفس الظاهرة الفيزيائية. الحالة هنا تختلف تماما من العلاقة بين الميكانيك النسبي وميكانيك نيوتن ، حيث الأخير هو تقريبي للاول ؛ اذ ليس هناك أي طريقة لاشتقاق الصفة الكمية للضوء من الصفة الموجية ، أو العكس.

في ظرف معين يظهر الضوء اما صفة موجية أو صفة جسيمية ، ولكن ليس كلاهما آنيا. نفس حزمة الضوء المحايدة بواسطة محرز الحيود ، تستطيع أن تبعث الكترونات من سطح معدن. لكن نلاحظ أن عملية الحيود وانبعاث الالكترونات الضوئية تتم بصورة منفصلة.

النظرية الموجية للضوء والنظرية الكمية تكمل بعضها الآخر... نظرية الموجات الكهرومغناطيسية تفسر انتشار الضوء في الفضاء ، في حين تفسر فكرة الفوتونات تفاعل الضوء مع المادة . ليس هناك أي طريقة تتجنب بها اعتبار الضوء كسيل من جسيمات منفصلة في بعض الاحيان ، وموجات في احيان اخرى . ولا يمكن تصور الصفة الحقيقية للضوء على اساس تجاربنا اليومية . فعلى ان نقبل كلتا النظريتين الموجية والكمية على الرغم من تناقضهما باعتبارهما اقرب وصف كامل للضوء .

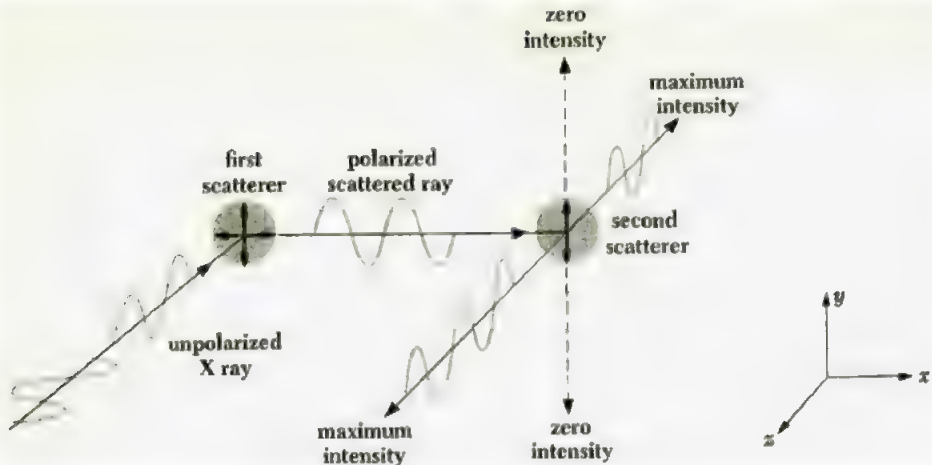
٢-٣ الاشعة السينية X RAYS

ظاهرة الكهروضوئية تعمل على نقل طاقة الفوتونات الى الالكترونات . هل العملية المعاكسة ممكنة أيضا ؟ أي ، هل من الممكن أن يتحول بعض أوكل الطاقة الحركية للالكترون متحرك الى فوتونات ؟ في الحقيقة ان معكوس ظاهرة الكهروضوئية قد اكتشفت عمليا (لكن بدون معرفة سببها) قبل الاكتشافات النظرية لبلانك وآينشتين

في عام 1895 لاحظ ويلهلم رونتجن Wilhelm Roentgen بان اشعاعات قوية ذات طبيعة مجهولة تتكون عندما تصطدم الكترونات سريعة مع جسم مادي . هذه الاشعة (تدعى بالاشعة السينية) وجدت تتحرك بخط مستقيم ، ولا تتأثر بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية ، وتنفذ خلال مواد حاجبة للضوء ، تسبب توهيج المواد الفسفورية وتؤثر على الافلام الفوتوغرافية . وكلما زادت سرعة الالكترونات المسببة ، زادت نفوذية الاشعة السينية المتكونة . في حين بزيادة عدد تلك الالكترونات تزداد شدة حزمة هذه الاشعة

بعد فترة قصيرة من هذا الاكتشاف ، تبلور أن الاشعة السينية هي موجات كهرومغناطيسية . في الحقيقة . رشح النظرية الكهرومغناطيسية . شحنة كهربائية متعجلة تشع موجات كهرومغناطيسية . في حين ينتج التوقف الفجائي للالكترون المصطدم من تعجيل تباطئي كبير . أن الاشعاع المتكون بهذه الطريقة يطلق عليه اشعاع التوقف *bremstrahlung* . ويعزى عدم انكسار الاشعة السينية الى طول موجتها القصيرة ، التي تقع دون منطقة الاشعة فوق البنفسجية . إذ ان معامل انكسار مادة يتناقص الى واحد كلما قل طول موجة الاشعاع . الصفة الكهرومغناطيسية للاشعة السينية قد أثبتت عمليا في عام 1906 من قبل باركلا Barkla ذلك بتوضيح استقطابها *polarization* . تجربة باركلا موضحة في الشكل (٥-٢) . نحلل هنا هذه التجربة التاريخية على اساس أن الاشعة السينية موجات كهرومغناطيسية . في يسار الشكل حزمة اشعة سينية غير مستقطبة *unpolarized* ،

تسقط على قطعة صغيرة من الكربون باتجاه $-z$. هذه الاشعة تشتت scattered بواسطة الكربون . وهذا يعني أن الالكترونات ذرات الكربون تكسب طاقة نتيجة لاهتزازها بواسطة المجال الكهربائي للاشعة السينية ، ومن ثم اشعاع هذه الطاقة على شكل اشعة سينية باتجاهات مختلفة . وبما أن المجال الكهربائي للموجات الكهرومغناطيسية عمودي على اتجاه انتشار هذه الموجات ، لذا فإن المجال الكهربائي للحزمة الساقطة يقع في المستوى xy فقط . وعليه ، فاهتزاز الالكترونات الكربون تكون محصورة في المستوى xy أيضاً . الاشعة السينية المشتتة باتجاه $+x$ تمتلك مجالاً كهربائياً باتجاه y فقط ، أي أنه مستقطب استوائياً plane-polarized . لتوضيح هذا الاستقطاب نوضح قطعة كربون اخرى في طريق الشعاع كما في الجهة اليمنى من الشكل . الالكترونات في قطعة الكربون هذه تنذبذب بالاتجاه y ، وعليه فإنها تبعث ثانية اشعة سينية تنتشر كلياً في المستوى xz ، ولا تنتشر ابداً بالاتجاه y . ان الالبات العملي لعدم وجود اشعة سينية خارج المستوى xz يحقق الصفة الكهرومغناطيسية للاشعة السينية .



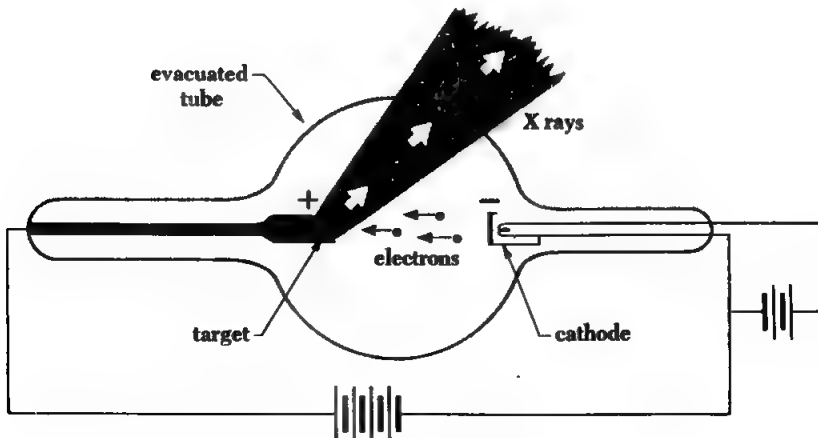
الشكل (٢-٥) : تجربة باركلا لاثبات استقطاب الاشعة السينية .

في عام 1912 اكتشفت طريقة لقياس الاطوال الموجية للاشعة السينية . اعتيادياً ، ان طريقة الحيود هي وسيلة مناسبة لقياس الاطوال الموجية . لكننا نعرف من فيزياء البصريات ان البعد بين الخطوط المتجاورة في محزز الحيود يجب ان يساوي تقريباً طول موجة الضوء المستخدم ، على حين لا يمكن صنع محزز حيود بفواصل صغيرة جداً مناسبة للاشعة السينية . مع هذا في عام 1912 لاحظ ماكس فون لاوا Max von Laue أن الاطوال الموجية المفترضة للاشعة السينية هي بحدود المسافات الفاصلة بين الذرات المتجاورة في البلورات

(حوالي 1 Å) . عليه فقد اقترح استخدام البلورات لحيدود الاشعة السينية ، حيث النسق البلوري crystals lattices يعمل كمحز حيدود ذات ثلاثة ابعاد . في السنة التالية أجريت تجربة ناجحة لتوضيح الصفة الموجية للأشعة السينية . في هذه التجارب قيس أطوال موجية للأشعة بين $1.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ و $4.8 \times 10^{-11} \text{ m}$ (بين 0.13 Å و 0.48 Å أي أنها أقصر بحوالي 10^{-4} من طول موجة الضوء المرئي . طاقة كمات الأشعة السينية حوالي 10^4 أكبر من طاقة كمات الضوء المرئي . وسوف ندرس حيدود الاشعة السينية في البند (٢-٤) .

لهدف تصنيف الموجات الكهرومغناطيسية ، فإن الأشعة ذات أطوال موجية محصورة بين 10^{-11} m و 10^{-8} m (0.1 to 100 Å) تدعى حالياً بالأشعة السينية . الشكل (٢-٦) يورسم تخطيطي لانبوية الأشعة السينية . يسخن القطب السالب بواسطة فتيلة مجاورة ، يمر خلالها تيار كهربائي ، فيعطي سيلا وافراً من الالكترونات عن طريق الانبعاث الحراري . هناك فرق جهد عال V مسلط بين القطب السالب والهدف المعدني metallic target يعمل على تعجيل الالكترونات نحو الأخير . سطح الهدف المعدني بشكل زاوية مع حزمة الالكترونات ، وعليه فإن الأشعة السينية المنبعثة من الهدف تخرج من الجهاز عن طريق الجدران الجانبية للانبوب . ان الجهاز مفرغ من الهواء لكي يسمح للالكترونات أن تصل الى الهدف من دون عرقلة .

بيننا سابقا ، أن النظرية الكهرومغناطيسية تبين انبعاث اشعة كهرومغناطيسية عند تعجيل الالكترونات ، وعليه يمكنها تفسير انبعاث الاشعة السينية الناتجة عن التوقف المفاجيء

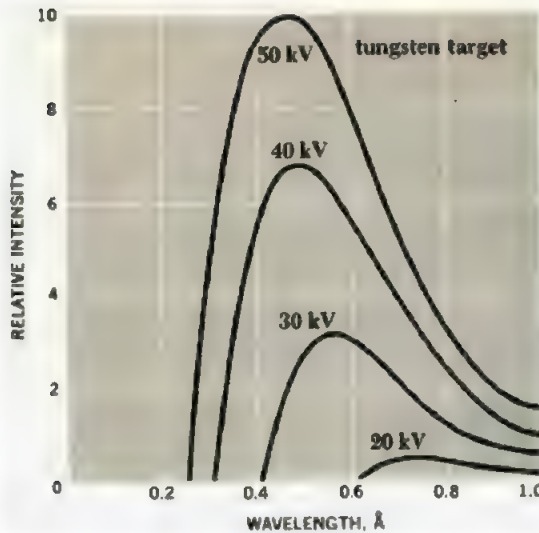


الشكل (٢-٦) : انبوية الاشعة السينية .

للالكترونات السريعة عند الاصطدام . ومع هذا فليس هناك توافق تام بين استنتاجات النظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية والنتائج العملية ، في نواحي متعددة . الشكلان (٧-٢) و (٨-٢) يوضحان أطيايف الاشعة السينية الناتجة عن تصادم الالكترونات مع هدفين التنكستن tungsten والموليبيديوم molybdenum ، على التوالي ، لفروق جهد مختلفة . ان المنحنيات تظهر سمتان متميزتان لا يمكن أن تفسيرهما على اساس النظرية الكهرومغناطيسية :
 ١ . في حالة الموليبيديوم هناك ذرا peaks متميزة لشدة الاشعة عند اطوال موجية معينة . التي تشير الى إزدياد الاشعة السينية ، هذه ذرا تحدث عند اطوال موجية تتميز مادة الهدف وهي تنشأ نتيجة رجوع الكترونات ذرات الهدف المتهيجة بواسطة الالكترونات الساقطة ، الى حالتها الارضية . والشئ المهم هنا هو تكوين اشعة سينية بأطوال موجية معينة لا يمكن تفسيرها كلاسيكيا ، بالاضافة الى تكوين طيف اشعة سينية مستمر .

٢ . الاشعة السينية المتولدة عند فرق جهد معين V لها أطوال موجية مختلفة ، لكن ليس هناك طول موجة اقصر من طول موجي معين λ_{min} . بزيادة V تقل قيمة λ_{min} . وعند نفس فرق الجهد V ، تأخذ λ_{min} نفس القيمة لكل من الهدفين : التنكستن والموليبيديوم . لقد وجد دونا Duane وهونت Hunt بأن λ_{min} تتناسب عكسيا مع V ، حيث

$$\lambda_{min} = \frac{1.24 \times 10^{-6} \text{ V-m}}{V} \quad (٢-٤)$$



الشكل (٧-٢) : أطيايف الاشعة السينية الناتجة عن تصادم الالكترونات بالتنكستن عند فروق جهد مختلفة .

ولما كانت دالة الشغل لهدف جهاز الاشعة السينية هي فقط بضعة الكترون-فولت ، وان فرق الجهد المسلط في الجهاز يقدر بعشرات اومئات الكيلوفولت ، صار في الامكان اعتبار الطاقة الحركية للالكترونات الساقطة هي

$$T = eV \quad (٦-٢)$$

وبتحويل جميع الطاقة الحركية للالكترونات الساقط الى فوتون واحد ، نجد

$$h\nu_{\max} = T \quad (٧-٢)$$

وبتعمييض المعادلتين (٥-٢) و (٦-٢) في المعادلة (٧-٢) نحصل عل

$$\begin{aligned} h\nu_{\max} &= T \\ \frac{hc}{\lambda_{\min}} &= eV \\ \lambda_{\min} &= \frac{hc}{eV} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J-s} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times V} \\ &= \frac{1.24 \times 10^{-6}}{V} \text{ V-m} \end{aligned}$$

التي تنطق تماما مع العلاقة التجريبية (٤-٢) . عليه يصح القول أن تكون الاشعة السينية هي معكوس ظاهرة الكهروضوئية .

ان فرق الجهد المسلط في أجهزة الاشعة السينية الاعتياديه يقدر بحوالي 50,000 V .
نستخدم المعادلة (٤-٢) لايجاد اقصر طول موجي للاشعة المتولدة في هذه الاجهزة . اذ نجد

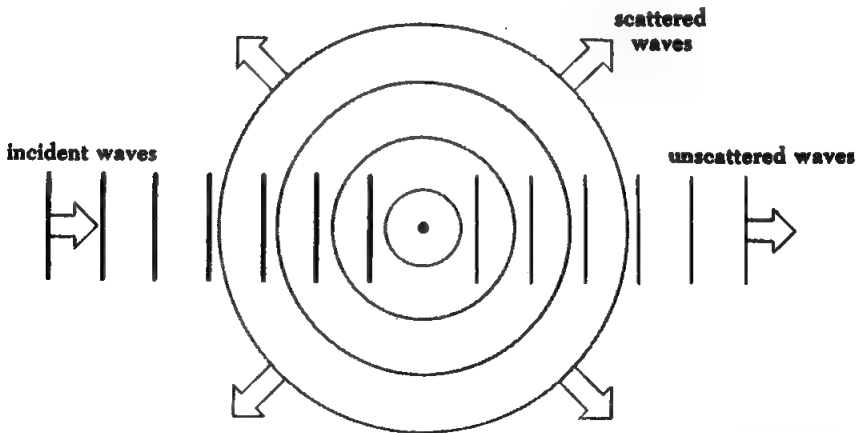
$$\begin{aligned} \lambda_{\min} &= \frac{1.24 \times 10^{-6} \text{ V-m}}{5 \times 10^4 \text{ V}} \\ &= 2.5 \times 10^{-11} \text{ m} \\ &= 0.25 \text{ Å} \end{aligned}$$

هذا الطول الموجي يقابل

$$\begin{aligned} \nu_{\max} &= \frac{c}{\lambda_{\min}} \\ &= \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2.5 \times 10^{-11} \text{ m}} \\ &= 1.2 \times 10^{19} \text{ Hz} \end{aligned}$$

٢-٤ حيود الاشعة السينية X-RAY DIFFRACTION

نود ان نبرهن في هذا البند أن الاشعة السينية هي موجات كهرومغناطيسية . لهذا الغرض نستعمل بلورة متكونة من صف منتظم من الذرات ، تستطيع تشتت الموجات الكهرومغناطيسية الساقطة عليها . ان عملية التشتت هذه يمكن فهمها بسهولة كالاتي . ذرة في مجال كهربائي ثابت تعاني استقطابا كهربائيا ، ذلك لأن الالكترونات السالبة والنواة الموجية تتأثر بقوى صغيرة نسبيا لكن باتجاهين متعاكسين . ونتيجة لهذا ، تتحور الذرة مكونة بذلك ثنائي قطب كهربائي electric dipole وفي حالة وجود مجال كهربائي متناوب تابع لموجة كهرومغناطيسية ذات تردد ν ، نجد أن الاستقطاب الكهربائي للذرة يتذبذب بنفس التردد ν للمجال . وبهذه الطريقة ، فان جزء من طاقة الموجة الكهرومغناطيسية الساقطة ، تتحول الى طاقة اهتزازية لثنائي القطب الكهربائي المتولد ، وبذلك تنقص سعة الموجة الساقطة . ان ثنائي القطب المهتز يبعث بدوره اشعة كهرومغناطيسية بنفس التردد ν في جميع الاتجاهات ، عدا اتجاه محور الاستقطاب . عندما تتعرض مجموعة ذرات لموجة كهرومغناطيسية مستوية لكن غير مستقطبة ، نجد أن الاشعة الثانوية تنبعث بصورة متناظرة في جميع الاتجاهات isotropic . ذلك لان تأثير الذرات المختلفة هوعشوائي



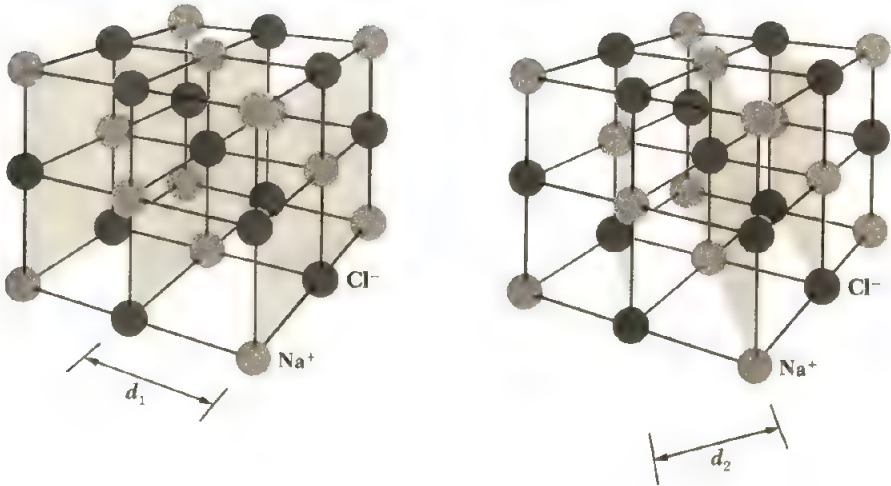
الشكل (٢ - ٩) : تشتت موجات كهرومغناطيسية بواسطة مجموعة من الذرات . موجات مستوية ساقطة تشتت على شكل موجات كروية .

random . ووفق اصطلاحات علم البصريات ، تكون الموجات الثانوية ذات جبهات كروية spherical wavefronts بدلاً من جبهات مستوية plane wavefronts للموجات الساقطة (الشكل ٢ - ٩) . ولذلك فإن عملية التشتت هذه تتضمن امتصاص موجات مستوية ساقطة ثم إعادة اشعاعها على شكل موجات كروية بنفس التردد .

وعند سقوط حزمة اشعة سينية احادية الطول الموجي monochromatic على بلورة ، تشتتت في جميع الاتجاهات داخل البلورة . لكن نتيجة الترتيب المنتظم للذرات داخل البلورة ، تعاني الموجات المشتتة تداخلاً بناءً constructively interfere

باتجاهات معينة وتداخلاً هداماً destructively interfere بالاتجاهات الاخرى . يمكن تصور الذرات في داخل البلورة بأنها تصطف في مجاميع متميزة من المستويات المتوازية (الشكل ٢ - ١٠) . المستويات تكون على أبعاد معينة فيما بينها . وهذا الوصف قد اقترح من قبل العالم براك W. L. Bragg في عام 1913 ، الذي نسبت اليه ، لابتكاره لها ، فسميت بمستويات براك Bragg planes . بالاستعانة بالشكل يمكننا ايجاد الشروط اللازم تحقيقها للتداخل البناء .

في هذا الشكل حزمة اشعة سينية ذات طول موجي λ تسقط على بلورة بزاوية θ بالنسبة



PARTICLE PROPERTIES OF WAVES

الشكل (٢-١٠) : مجموعتان من مستويات براك في بلورة NaCl .

لاحد مجاميع مستويات براك ذات المسافة d بين مستوياتها المتجاورة . الحزمة تصادف الذرة A في المستوى الاول والذرة B في المستوى التالي ، وبذلك فأن كلا من الذرتين تشتت جزء من الحزمة في جميع الاتجاهات . التداخل البناء يحدث فقط بين الاشعة المشتتة المتوازية التي تختلف فيما بينها بفرق مسار $\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$ paths differ ، أي ان فرق المسار يجب ان يساوي $n\lambda$ ، حيث n هو عدد صحيح . ان الاشعة المشتتة من قبل الذرتين A و B التي تحقق هذه الشروط ، مؤشرة بـ I و II (الشكل ٢-١١) . والشرط الاول على الاشعة I و II هو ان زاوية تشتتها تساوي زاوية سقوط θ للحزمة الاولى ، والشرط الثاني هو ان

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (٨-٢)$$

حيث نجد ان الشعاع II يسير مسافة $2d \sin \theta$ اطول من مسار الشعاع I . العدد n يمثل رتبة التشتت scattering order

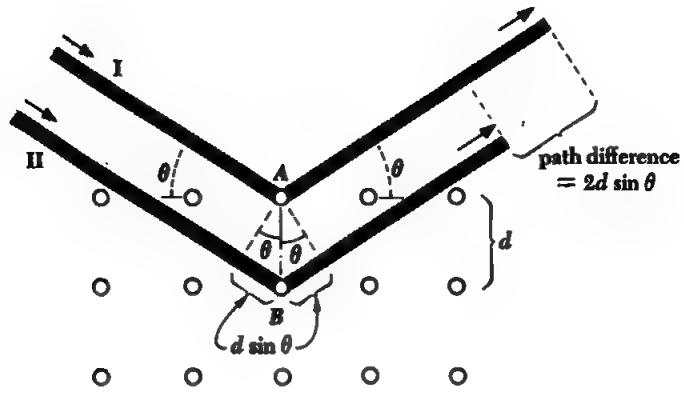
في الشكل (٢-١٢) مخططا لمقياس طيف spectrometer الاشعة السينية ، على اساس تحليلات براك . حزمة سينية مسددة collimated تسقط على بلورة بزاوية θ ، وهناك كاشف detector يسجل الاشعة المشتتة عند زاوية التشتت θ . عليه فان جميع الاشعة التي تصل الكاشف تحقق شرط براك الاول . بتغير الزاوية θ ، يتحسس الكاشف بذرا الاشعة التابعة للرتب المختلفة في المعادلة (٨-٢) . في هذه التجربة ، لنعرفنا المسافة d بين مستويات براك المتجاورة في البلورة ، لامكننا حساب طول موجة الاشعة السينية الساقطة λ كيف يمكننا تعيين المسافة d ؟ هذا سؤال بسيط لحالة البلورات التي ترتيب ذراتها ياخذ نسق مكعب cubic lattices ، كبلورات ملح الطعام المبينة في الشكل (٢-١٠) . كمثال ، نحسب المسافة الفاصلة بين الذرات المتجاورة في بلورة NaCl . ان الوزن الجزيئي للملح الطعام هو 58.5 ، وهذا يعني ان وزن كيلوجزيء غرامي kilomole للمركب يساوي 58.5 kg . ولما كان هناك $N_0 = 6.02 \times 10^{26}$ جزيئة في كل كيلوجزيء غرامي ، N_0 هو عدد افوكادرو Avogadro's number ، لذا فان كتلة الجزيئة NaCl — اي كل زوج Na + Cl من الذرات — تكون :

$$m_{NaCl} = 58.5 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \times \frac{1}{6.02 \times 10^{26} \text{ molecules/kmol}} \\ = 9.72 \times 10^{-26} \text{ kg/molecule}$$

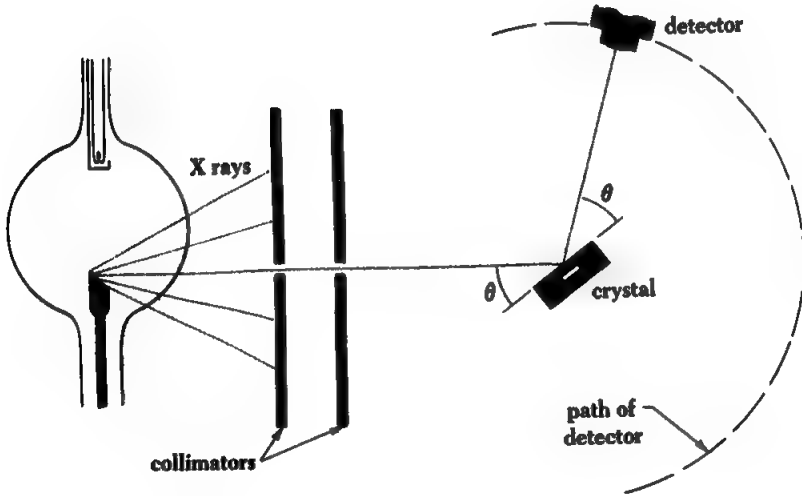
ان كثافة بلورة NaCl تساوي $2.16 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. ويؤخذ بنظر الاعتبار ان هناك ذرتين في كل جزيئة NaCl ، لذلك نجد ان عدد الذرات في المتر المكعب الواحد من NaCl هو

$$n = 2 \frac{\text{atoms}}{\text{molecule}} \times 2.16 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{1}{9.72 \times 10^{-26} \text{ kg/molecule}}$$

$$٦٩ = 4.45 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3$$



الشكل (١١-٢) : تشتت الأشعة السينية من بلورة مكعبة .



الشكل (١٢-٢) : مقياس طيف الأشعة السينية .

إذا كانت d هي المسافة بين الذرات المتجاورة في البلورة ، نجد ان هناك d^{-1} ذرة لكل متر على طول خط البلورة ، وان هناك d^{-3} ذرة لكل متر مكعب في البلورة . لذلك

$$d^{-3} = n$$

$$\begin{aligned} d &= n^{-3} = (4.45 \times 10^{28})^{-3} \text{ m} \\ &= 2.82 \times 10^{-10} \text{ m} \\ &= 2.82 \text{ \AA} \end{aligned}$$

٢-٥ ظاهرة كومبتن THE COMPTON EFFECT

النظرية الكمية للضوء تفترض ان الفوتونات تسلك سلوك الجسيمات، لكن ليس لها كتلة سكونية $rest\ mass$. على هذا الاساس يمكننا معالجة تصادم الفوتونات مع الالكترونات بنفس الطريقة التي نعالج بها تصادم كرات البليارد في الميكانيك الكلاسيكي .

الشكل (٢-١٣) يوضح تصادم فوتون أشعة سينية مع إلكترون ساكن . نتيجة للتصادم ، ينتشت الفوتون من اتجاهه الاصلي في حين يستلم الإلكترون دفعة تجعله يتحرك بالاتجاه المبين . ويمكننا ان نتصور في هذه العملية ان الفوتون يفقد طاقة تساوي الطاقة الحركية T المكتسبة من قبل الالكترون ، ذلك على الرغم من ان الحالة الابتدائية والحالة النهائية تتضمنان فوتونات مختلفة . اذا كان التردد الابتدائي للفوتون هو ν وتردد الفوتون المنتشت هو ν' ، نجد

$$\begin{aligned} \text{طاقة الفوتون المفقودة} &= \text{طاقة الالكترون المكتسبة} . \\ h\nu - h\nu' &= T \quad (٢-٩) \end{aligned}$$

من الفصل السابق لدينا

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

لما كانت كتلة الفوتون السكونية تساوي صفراً . نجد أن طاقة الفوتون الكلية

$$E = pc$$

$$E = h\nu$$

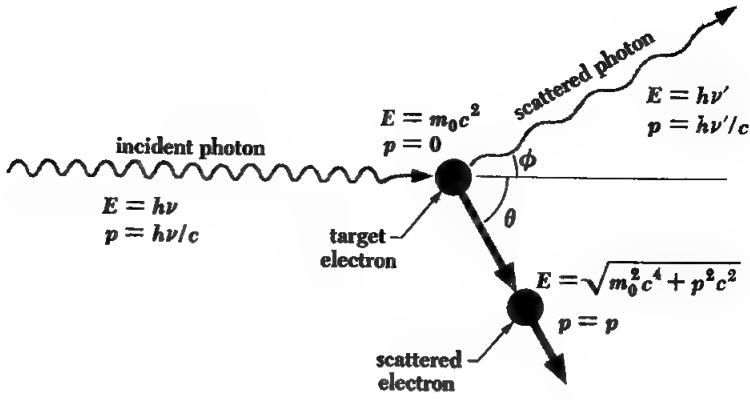
كذلك

وعليه فان الزخم الخطي للفوتون يكون

$$p = \frac{E}{c}$$

$$= \frac{h\nu}{c}$$

(٢-١٠)



الشكل (١٣-٢) : ظاهرة كومبتن .

الزخم هو كمية متجهة تتضمن اتجاهها ومقداراً . وقانون حفظ الزخم conservation of momentum، ينطبق على المركبات الثلاثة لهذه الكمية وبصورة منفصلة. نطبق هنا قانون حفظ الزخم في المستوي الذي يضم اتجاه الفوتون الأصلي، والفوتون المشتت والالكترون المندفع (الشكل ١٣-٢). زخم الفوتون الابتدائي هو $h\nu/c$ ، وزخم الفوتون المشتت هو $h\nu'/c$ ، على حين يكون الزخم الابتدائي والنهائي للالكترون 0 و p ، على التوالي. من قانون حفظ مركبة الزخم باتجاه الفوتون الأصلي، نجد

الزخم النهائي = الزخم الابتدائي

$$\frac{h\nu}{c} + 0 = \frac{h\nu'}{c} \cos \phi + p \cos \theta \quad (١١-٢)$$

في حين لدينا، ايضاً من قانون حفظ مركبة الزخم بالاتجاه العمودي في المستوى، أن :

الزخم النهائي = الزخم الابتدائي :

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \phi - p \sin \theta \quad (١٢-٢)$$

هنا ϕ تمثل الزاوية بين اتجاه الفوتون الساقط والفوتون المشتت في حين θ تمثل الزاوية بين اتجاه الفوتون الساقط واتجاه اندفاع الالكترون. نجد الآن من المعادلات (٩-٢)، (١١-٢) و (١٢-٢)، العلاقة بين تغير طول موجة الفوتون وزاوية التشتت ϕ . هاتين الكميتين يمكن قياسهما تجريبياً .

حل المعادلات التي في اعلاه نضرب المعادلتين (١١-٢) و (١٢-٢) بـ c ، ثم نعيد كتابتهما بالصيغة

$$\begin{aligned} pc \cos \theta &= h\nu - h\nu' \cos \phi \\ pc \sin \theta &= h\nu' \sin \phi \end{aligned}$$

بتريع كل من هاتين المعادلتين ثم جمعهما ، نجد :

$$p^2c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \phi + (h\nu')^2 \quad (13-2)$$

$$E = T + m_0c^2 \quad \text{لكن من العلاقتين لطاقة الجسم الكلية :}$$

$$E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$$

$$(T + m_0c^2)^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$

$$p^2c^2 = T^2 + 2m_0c^2T$$

$$T = h\nu - h\nu'$$

وكذلك

فعلى ذلك يكون لدينا من المعادلتين الاخيرتين أن :

$$p^2c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') + (h\nu')^2 + 2m_0c^2(h\nu - h\nu') \quad (14-2)$$

وبتعبير المعادلة (14-2) في المعادلة (13-2) ، نجد اخيرا ان

$$2m_0c^2(h\nu - h\nu') = 2(h\nu)(h\nu')(1 - \cos \phi) \quad (15-2)$$

ويمكن تبسيط هذه العلاقة باستخدام طول الموجة بدلا من التردد . بتقسيم المعادلة (15-2)

على $2h^2c^2$ ، نحصل على

$$\frac{m_0c}{h} \left(\frac{\nu}{c} - \frac{\nu'}{c} \right) = \frac{\nu}{c} \frac{\nu'}{c} (1 - \cos \phi)$$

ولما كان $\nu/c = 1/\lambda$ و $\nu'/c = 1/\lambda'$ ، يكون لدينا

$$\frac{m_0c}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{(1 - \cos \phi)}{\lambda\lambda'}$$

$$\text{ظاهرة كومبتن} \quad \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \phi) \quad (16-2)$$

ان ثوركومبتن Arthur H. Compton اشتق هذه المعادلة عام 1920 ، وهو ايضا اول من حققها عمليا . لذا تدعى هذه الظاهرة بظاهرة كومبتن *Compton effect* نسبة اليه .

وظاهرة كومبتن هي احدى الادلة الساطعة لصحة النظرية الكمية للإشعاعات .

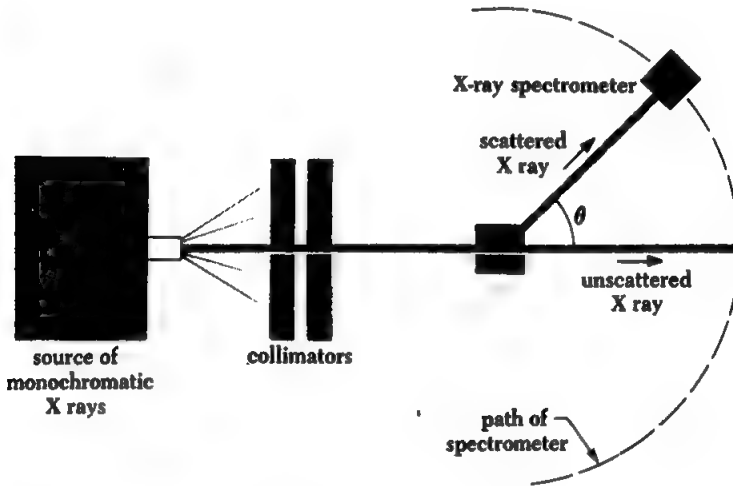
المعادلة (16-2) تعطينا التغير في الطول الموجي لفوتون متشتت بواسطة جسم كتلته السكونية m_0 ، كدالة لزاوية التشتت ϕ ان هذا التغير لا يعتمد على طول موجة الفوتون الساقط .

والكمية h/m_0c تدعى بطول موجة كومبتن *Compton wavelength* للجسيم المشتت ، ولذلك فان طول موجة كومبتن للإلكترون تساوي 0.24 \AA . $(2.4 \times 10^{-12} \text{ m})$.

نلاحظ من المعادلة (16-2) ان اكبر تغيير في الطول الموجي يحدث عند زاوية التشتت $\phi =$

180° . عند هذه الزاوية التغير في الطول الموجي ضعف طول موجة كومبتن h/m_0c . ولما

كان طول موجة كومبتن للإلكترون هي 0.024 \AA ، على حين للجسيمات الاخرى يكون طول موجة كومبتن اصغر من هذه القيمة بكثير ؛ لكبركتلتها السكونية نسبيا ، نجد ان اكبر تغير في الطول الموجي في ظاهرة كومبتن يساوي 0.048 \AA . مثل هذا التغير يمكن فقط ملاحظته باستخدام اشعة سينية . حيث ان هذا التغير يشكل فقط 0.01% في حالة الضوء المرئي ، في حين يمثل لاشعة سينية طولها الموجي $\lambda = 1 \text{ \AA}$ نسبة مئوية كبيرة . يمكننا تحقيق ظاهرة كومبتن عمليا بسهولة . في الشكل (٢-١٤) حزمة اشعة سينية بطول موجي معلوم ، تسقط على هدف . الاطوال الموجية للاشعة المشتتة تقاس عند زوايا θ مختلفة .



الشكل (٢-١٤) : التحقق العملي لظاهرة كومبتن .

ان النتائج التجريبية ، كما موضحة في الشكل (٢-١٥) ، تبين تغيراً في الطول الموجي يتفق مع المعادلة (٢-١٦) . لكن عند كل زاوية نسبة كبيرة من الاشعة السينية المشتتة ، يكون لها طول موجي يساوي طول موجة الاشعة الساقطة . ويمكننا فهم هذه النتيجة بسهولة : في اشتقاقنا للمعادلة (٢-١٦) ، كنا قد فرضنا ان الجسيمات المشتتة هي طليقة الحركة . وهذا الفرض في الحقيقة معقول ؛ اذ ان نسبة كبيرة من الالكترونات في المادة تكون مشدودة بقوة ضعيفة فقط مع ذرات الأم . لكن هناك الكترونات اخرى مشدودة بقوة كبيرة بالذرات ، ذلك أنها عندما يصطدم بها فوتون ، ترتد recoils كل الذرة بدلاً من أن يرتد الالكترون لوحده . في هذه الحالة ، فان قيمة m_0 في المعادلة (٢-١٦) تساوي كتلة

كل الذرة التي هي عشرات الالوف من المرات أكبر من كتلة الالكترتون . ونتيجة لذلك يكون تأثير كومبتن غير محسوس .

PAIR PRODUCTION

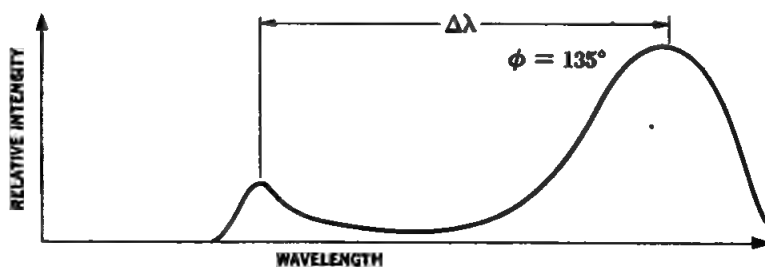
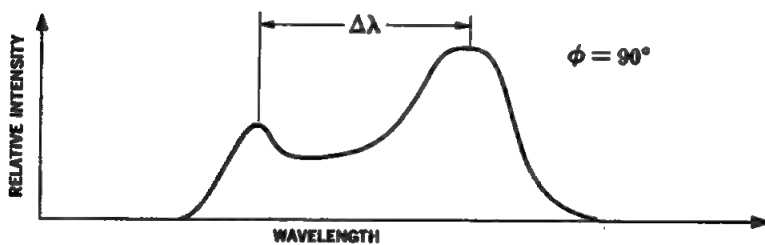
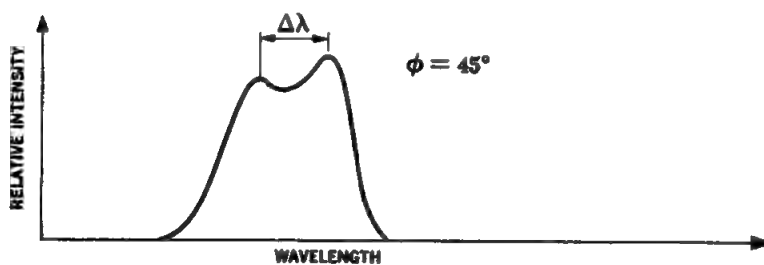
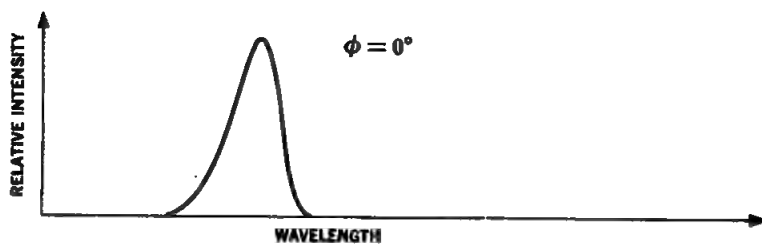
٢-٦ تكون زوج الكترون - بوزترون

كما لاحظنا سابقاً ، يمكن لفوتون أن يعطي كل أجزء من طاقته $h\nu$ الى الكترون . في هذا البند نوضح ايضاً انه يمكن لفوتون ان يتحول الى مادة على شكل زوج الكترون - بوزترون positron (ان البوزترون هو الكترون موجب) . في هذه العملية تتحول طاقة كهرومغناطيسية الى طاقة سكونية . ان خلق زوج الكترون - بوزترون قرب نواة ذرة (الشكل ١٦-٢) ، لا يشكل خرقاً للقواعد الحفظ في الفيزياء . اذ ان مجموع شحنة الالكترتون ($q = -e$) والبوزترون ($q = +e$) يساوي صفراً ، ويساوي شحنة الفوتون . كذلك الطاقة الكلية ، بضمنها الطاقة السكونية ، للالكترتون والبوزترون تساوي طاقة الفوتون . في حين يكون الزخم الخطي محفوظاً بمساعدة نواة الذرة التي تأخذ جزء من زخم الفوتون في عملية التحويل .

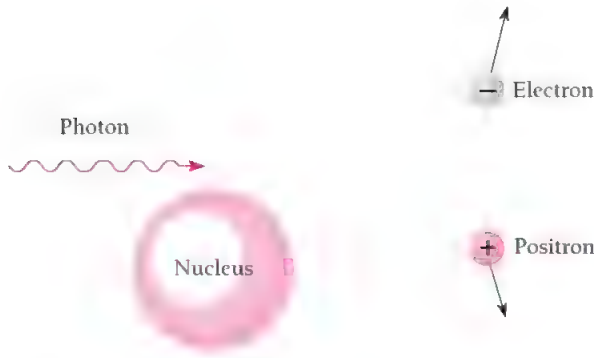
في هذه العملية تكتسب النواة نسبة ضئيلة فقط من الطاقة لكبر كتلتها . (لا يمكن للطاقة والزخم الخطي أن يكونا محفوظين في حالة تكوين زوج الكترون - بوزترون في الفراغ . عليه لا يمكن لهذه العملية أن تحدث في الفراغ .)

ان الطاقة السكونية m_0c^2 لكل من الالكترتون والبوزترون هي 0.51 MeV . ولذا ، فان انتاج زوج الكترون - بوزترون يتطلب فوتون طاقته في الاقل 1.02 MeV . أي زيادة في طاقة الفوتون تظهر على شكل طاقة حركية للالكترتون والبوزترون . وطول موجة فوتون طاقته 1.02 MeV تساوي 0.012 \AA . ان موجات كهرومغناطيسية بهذا الطول الموجي تسمى بأشعة كاما γ rays . هذه الاشعة تنبعث من نوى المواد المشعة ، وتوجد ايضاً في الاشعة الكونية cosmic rays .

ومعكوس عملية تكوين زوج الكترون - بوزترون يحصل عند التقاء الكترون وبوزترون حيث يفني annihilated بعضهما الآخر ، مكونين بذلك زوجاً من الفوتونات . الفوتونان المتكونان يتجهان باتجاهين متعاكسين ذلك لكي يتحقق كل من قانوني : حفظ الطاقة والزخم . وليس هناك أية حاجة لنواة أو جسيم آخر في عملية القضاء annihilation . مما تقدم يتبين أن هناك ثلاث عمليات مسؤولة عن امتصاص الاشعة السينية في المادة . عند طاقات واطئة للفوتونات يكون تشتت كومبتن هو الوسيلة الأساسية للامتصاص ، ذلك لأن كلا من عملية الكهروضوئية وانتاج زوج الكترون - بوزترون تحتاج الى طاقة عتبة



الشكل (١٥-٢) : ثنت كومتين .



الشكل (٢-١٦) : تحول الفوتون الى الكترون وبوزترون .

threshold energy (عدة الكترون - فولت للعملية الاولى و (1.02 MeV) للعملية الثانية) . ان تشتت كومبتن وظاهرة الكهروضوئية تنقص أهميتهما بزيادة طاقة الفوتون ، ذلك كما هو موضح في الشكل (٢-١٧) لحالة الرصاص . من ناحية أخرى ، بزيادة الطاقة تزداد أهمية انتاج زوج الكترون - بوزترون في عملية الامتصاص . المنحني الذي يمثل الامتصاص الكلي في الرصاص له قيمة دنيا عند طاقة 2 MeV . الاحداثي الصادي في الشكل يمثل معامل الامتصاص الخطي μ linear absorption coefficient الذي يساوي نسبة النقصان النسبي لشدة الاشعاع $-dI/I$ ، الى سمك المادة dx . أي

$$\frac{dI}{I} = -\mu dx$$

حل هذه المعادلة يكون $I = I_0 e^{-\mu x}$.
نلاحظ ان شدة الاشعاع تقل اسيا مع سمك المادة .

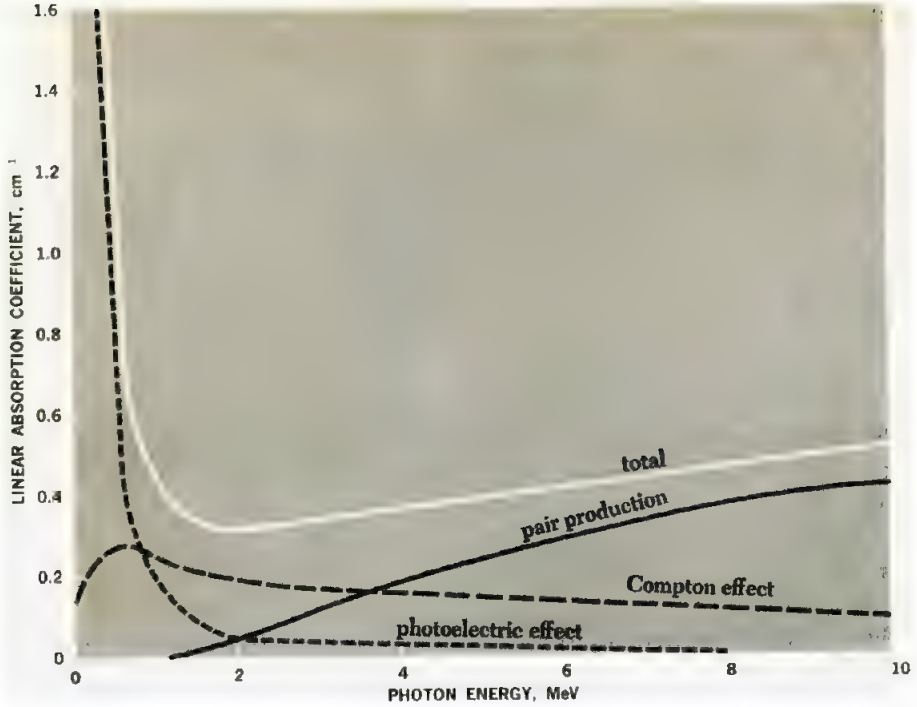
٧-٢ الازاحة الحمراء بتأثير مجال الجذب السكتي

GRAVITATIONAL RED SHIFT

على الرغم من ان الفوتون ليس له كتلة سكونية ، فمن الممكن ان نتصور له كتلة قصورية inertial mass .

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

كتلة الفوتون



الشكل (٢-١٧) : معامل الامتصاص الخطي للفوتونات في مادة الرصاص . المنحنيات تمثل امتصاص الطاقة ، وليس احتمال التفاعل مع الوسط .

هل الفوتون يمتلك ايضاً كتلة تجاذبية ؟ لما كانت الكتل القصورية والتجاذبية للجسام المادية متساوية عملياً (قاعدة التكافؤ هذه ، في الحقيقة ، هي نقطة البداية للنظرية النسبية العامة لأينشتاين) ، فمن المناسب ان ندرس هنا تكافؤ الكتلة القصورية والكتلة التجاذبية للفوتون . لندرس فوتونا ذا تردد ν ينبعث من نجمة كتلتها M ونصف قطرها R (الشكل ٢-١٨) .

الطاقة الكامنة لجسيم كتلته m موجود على سطح النجمة تساوي

$$V = - \frac{GMm}{R} \quad (٢-١٨)$$

وعليه ، فان الطاقة الكامنة للفوتون عند سطح النجمة تكون

$$V = - \frac{GMh\nu}{c^2 R}$$

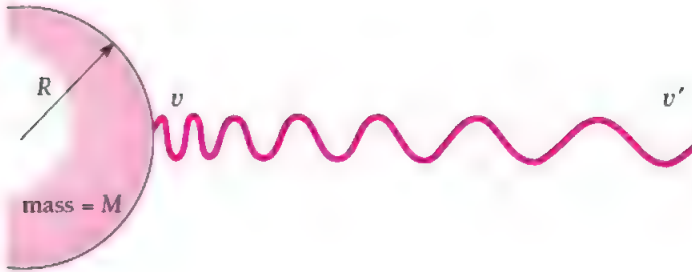
في حين طاقته الكلية E (مجتمع V والطاقة الكلية $h\nu$) تساوي

$$E = h\nu - \frac{GMh\nu}{c^2 R}$$

$$= h\nu \left(1 - \frac{GM}{c^2 R} \right) \quad (19-2)$$

وعلى مسافة بعيدة من النجمة (على وجه المثال عند سطح الأرض) لا يتأثر الفوتون بالمجال التجاذبي للنجمة . لكن طاقة الفوتون تبقى ثابتة ، لذلك تكون طاقة الفوتون على الأرض كليا كهرومغناطيسية . من هذا ينتج :

$$E = h\nu' \quad (20-2)$$



الشكل (18-2) : تناقص تردد فوتون منبعث من سطح نجمة مع المسافة .

حيث ν هي تردد الفوتون عند سطح الأرض . (لاحظ ، انه يمكن اهمال طاقة الفوتون الكامنة على سطح الأرض بمقارنتها مع طاقته الكامنة على سطح النجمة) . وعليه فإن :

$$h\nu' = h\nu \left(1 - \frac{GM}{c^2 R} \right)$$

$$\frac{\nu'}{\nu} = 1 - \frac{GM}{c^2 R} \quad (21-2)$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu - \nu'}{\nu} = 1 - \frac{\nu'}{\nu} = \frac{GM}{c^2 R}$$

ان تردد الفوتون على سطح الأرض هو اقل من تردده على سطح النجمة ، ذلك لانه يصرف طاقة عند تركه مجال جاذبية النجمة . فوتون في منطقة الطيف المرئي يعاني ازاحة نحوالجهة الحمراء من الطيف ، ولما تدعى هذه الظاهرة بالازاحة الحمراء بتأثير مجال الجذب الكلي

gravitational red shift
doppler red shift
هذه الازاحة يجب ان تميز عن ازاحة دوبلر الحمراء .
الملاحظة في طيف المجرات galaxies البعيدة ، الناتجة من
الابتعاد الظاهري للمجرات نتيجة للتوسع الكون .

كما سنلاحظ في الفصل الرابع ان ذرات المعادن المتهيجة تبعث فوتونات بترددات محددة . عليه يمكن تحقيق المعادلة (٢-٢١) من مقارنة ترددات طيف ذرات على سطح نجمة مع طيف نفس الذرات على سطح الارض . ولما كان :

$$\frac{G}{c^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2/\text{kg}^2}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2} = 7.41 \times 10^{-28} \text{ m/kg}$$

فان الازاحة الحمراء الناتجة من مجال الجاذبية يمكن ملاحظتها فقط في الاشعاعات المنبعثة

من النجوم الكثيفة جدا . وفي حالة الشمس ، التي هي نوعا ما نجمة نموذجية : $R = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$ ، نجد ان $M = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ ،

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\nu}{\nu} &= \frac{GM}{c^2 R} = 7.41 \times 10^{-28} \frac{\text{m}}{\text{kg}} \times \frac{1.99 \times 10^{30} \text{ kg}}{6.96 \times 10^8 \text{ m}} \\ &= 2.12 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

وبما ان $\Delta\lambda/\lambda = \Delta\nu/\nu$ ، نجد ان الازاحة الحمراء بتأثير مجال الجذب الكلي في حالة الاشعة الشمسية هي فقط 0.01 \AA للون الاخضر ذي الطول الموجي $5,000 \text{ \AA}$. والحقيقة هي انه لا يمكن التحسس بهذه الازاحة ، لتداخلها مع توسع دوبلر doppler broadening في خطوط الطيف .

هناك مجموعة من النجوم تدعى بالاقزام البيض *white dwarfs* التي هي في المرحلة الاخيرة من حياتها . وتتكون هذه النجوم من ذرات تركيبها الالكتروني منهار ، وبذلك تكون كثافة مادتها عالية جدا — حوالي 5 tons/in^3 . ويمكن ان يكون نصف قطر مثل هذه النجوم $9 \times 10^6 \text{ m}$ ، اي حوالي 0.01 من نصف قطر الشمس . في حين تبلغ كتلتها حوالي $1.2 \times 10^{30} \text{ kg}$ ، أي حوالي 0.6 من كتلة الشمس . لذا :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{GM}{c^2 R} \approx 7.41 \times 10^{-28} \frac{\text{m}}{\text{kg}} \times \frac{1.2 \times 10^{30} \text{ kg}}{9 \times 10^6 \text{ m}}$$

في هذه الحالة ، لضوء طوله الموجي $5,000 \text{ \AA}$ تكون الازاحة الحمراء نتيجة لمجال الجاذبية تساوي حوالي 0.5 \AA . ومن الممكن قياس هذه الازاحة تحت ظروف ملائمة . في حالة القزم الابيض سيربوس ب *Sirius B* ، تساوي الازاحة الحمراء المتوقعة ، $\Delta\nu/\nu$ ، 5.9×10^{-5} تقريبا في حين الازاحة المشاهدة عمليا هي 6.6×10^{-5} . يأخذ بنظر الاعتبار الخطأ في تحديد M/R لسيربوس ب . فان هذه النتائج تبدو محققة لصحة افتراض وجود كتلة تجاذبية للفوتون .

عندما يكون $GM/c^2 R \geq 1$ لنجمة فنلاحظ من: المعادلة (٢-١٩) انه لا يمكن لفوتون ان ينبعث من سطح تلك النجمة ، فمثل هذه النجوم لا تبعث اشعاعات وبذلك تكون غير مرئية ولذلك تدعى بالثقوب السود "black hole". وليس هناك سبب يمنع وجود الثقوب السود في الطبيعة . على حين من الممكن التحسس بهذه النجوم عن طريق امتصاصها للضوء ، وتأثيراتها الجذبية على الاجرام المجاورة . ومما يلفت النظر هو ان الكون نفسه يمكن ان يعتبر ثقب اسود. اذن ان كتلة ونصف قطر الكون يقدران بـ 10^{53} kg و 10^{26} m ، على التوالي . ولذلك لحالة الكون ككل :

$$(GM/c^2 R)_{\text{universe}} \approx 1. \quad \text{حيث ان} \quad G/c^2 \approx 10^{-27} \text{ m/kg}$$

في الوقت الحاضر تم تحقيق ازاحة التردد بمجال الجاذبية مختبريا . وذلك بقياس التغير في تردد اشعة كاما عند هبوطها مسافة h قرب سطح الارض ان جساما كتلته m يكتسب طاقة mgh عند هبوطه مسافة h . في حالة فوتون ساقط تردده ν ، يمكن اعتبار كتلته $h\nu/c^2$ ثابتة : التغير في تردد الفوتون يكون صغير جدا فيمكن اهمال التغير الناتج في كتلته . وبعد سقوط الفوتون مسافة h ، تصبح طاقته :

$$\begin{aligned} h\nu' &= h\nu + mgh = h\nu + \frac{h\nu gh}{c^2} \\ &= h\nu \left(1 + \frac{gh}{c^2} \right) \end{aligned} \quad (٢-٢٢)$$

اذا كانت $h = 20 \text{ m}$ ، يكون :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\nu}{\nu} &= \frac{gh}{c^2} = \frac{9.8 \text{ m/s}^2 \times 20 \text{ m}}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2} \\ &= 2.2 \times 10^{-15} \end{aligned}$$

ان تغيراً بهذا المقدار يمكن التحسس به ، والنتائج العملية تحقق المعادلة (٢-٢٢) .

تمريعات

- ١- طول موجة العتبة لظاهرة الكهروضوئية للتكنستن تساوي $2,300 \text{ \AA}$. ما طول موجة الضوء اللازمة لانبعث الكتروانات ضوئية طاقتها العظمى 1.5 eV ؟
- ٢- تردد العتبة لظاهرة الكهروضوئية للنحاس تساوي $1.1 \times 10^{15} \text{ Hz}$. جد الطاقة العظمى للالكترونات الضوئية المنبعثة (بالجول والالكتران - فولت) عندما يسقط ضوء . تردده 2.3 eV على سطح النحاس .
- ٣- دالة الشغل للصوديوم تساوي 2.3 eV . ما أقصى طول موجي لضوء يسبب انبعث الكتروانات ضوئية من الصوديوم ؟ وما الطاقة العظمى للالكترونات الضوئية اذا سقط ضوء طول موجته $2,000 \text{ \AA}$ على سطح الصوديوم ؟
- ٤- جد طول موجة وتردد فوتون طاقته 100-MeV .
- ٥- جد طاقة فوتون طول موجته $7,000\text{-\AA}$.
- ٦- تستطيع عين انسان بأحسن الاحوال أن تتحسس طاقة كهرومغناطيسية قدرها 10^{-18} J . ما عدد الفوتونات ذات الطول الموجي $6,000\text{-\AA}$ المتضمنة في هذه الطاقة ؟
- ٧- هوائي جهاز إرسال يعمل بقدرة $1,000\text{-W}$ ، يبعث موجات كهرومغناطيسية بتردد 880 kHz . ما عدد الفوتونات المنبعثة بالثانية الواحدة من الهوائي ؟
- ٨- ما عدد الفوتونات المنبعثة بالثانية الواحدة من مصباح أصفر قدرته 10-W ؟ (افرض أن الضوء المنبعث أحادي الموجة طوله الموجي $6,000 \text{ \AA}$) .
- ٩- أشعة الشمس تصل الى الأرض بمعدل $1,400 \text{ W/m}^2$ ، على سطح عمودي على اتجاه الضوء الساقط . (أ) جد أقصى ضغط (بـ lb/in^2) يسلطه هذا الضوء على سطح الأرض . (ب) افرض أن ضوء الشمس يتكوّن كلياً من فوتونات طولها الموجي $6,000\text{-\AA}$. ما عدد الفوتونات التي تصل الى سطح الأرض المواجه للشمس في الثانية لكل متر مربع ؟ (ج) اذا علم أن معدل نصف قطر فلك الأرض حول الشمس $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$. ما قدرة الشمس الاشعاعية بالواط ؟ وما عدد الفوتونات المنبعثة بالثانية الواحدة من الشمس ؟ (د) ما عدد الفوتونات في المتر المكعب من الفضاء قرب سطح الأرض ؟
- ١٠- ما طول موجة الاشعة السينية المنبعثة من هدف عندما تسقط عليه الكتروانات طاقتها 100-keV ؟ ما هو تردد الفوتونات المنبعثة ؟
- ١١- جهاز أشعة سينية يولّد اشعة سينية طولها الموجي 0.1-\AA . ما الجهد المعجل المستخدم في الجهاز ؟

١٢ - المسافة بين مستويات براك المتجاورة في بلورة الكالسيوم تساوي $3 \times 10^{-8} \text{ cm}$ ، ما أصغر زاوية بين هذه المستويات وحزمة أشعة سينية ساقطة طولها الموجي 0.3 \AA ، التي يمكن التحسس عندها بالأشعة السينية المشتتة ؟

١٣ - كثافة بلورة كلوريد البوتاسيوم تساوي $1.98 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. الوزن الجزيئي ل KCl هو 74.55 . جد المسافة بين الذرات المتجاورة .

١٤ - ما طاقة فوتون اذا كان زخمه يساوي زخم بروتون طاقته 10 MeV ؟

١٥ - ما تردد فوتون أشعة سينية زخمه $1.1 \times 10^{-23} \text{ kg-m/s}$ ؟

١٦ - برهن على أنه ليس من الممكن لفوتون أن يعطي كل طاقته وزخمه الى الكترون طليق (وعليه فإن ظاهرة الكهروضوئية تحدث فقط عندما يصطدم فوتون بالكترون مرتبط بذرة) .

١٧ - حزمة اشعة سينية تشتت بواسطة الكترونات طليقة . عند زاوية 45° من الاتجاه الاصيلي الاشعة السينية المشتتة لها طول موجي 0.022 \AA . ما طول موجة الاشعة السينية الساقطة ؟

١٨ - فوتون أشعة سينية ترددها الابتدائي $1.5 \times 10^{19} \text{ Hz}$ ، يصطدم مع الكترون ويندفع بتردد $1.2 \times 10^{19} \text{ Hz}$. ما مقدار الطاقة الحركية المكتسبة من قبل الالكترون ؟

١٩ - فوتون أشعة سينية تردده الابتدائي $3 \times 10^{19} \text{ Hz}$ يصطدم مع الكترون ويتشتت بزاوية 90° . جد تردد الفوتون الجديد .

٢٠ - جد طاقة فوتون الاشعة السينية الذي يعطي طاقة عظمى قدرها 50 keV عند تصادمه مع الكترون .

٢١ - حزمة أشعة سينية أحادية الطول الموجي طول موجتها 0.558 \AA ، تشتت بزاوية 46° ، جد الطول الموجي للحزمة المشتتة .

٢٢ - كنا قد افترضنا في البند (٢-٤) أن الاشعة السينية المشتتة بواسطة بلورة لا يتغير طولها الموجي . اثبت ان هذا الافتراض مقبول وذلك بحساب طول موجة كومبتن لذرة Na ومقارنتها مع الطول الموجي الاعتيادي 1 \AA للاشعة السينية .

٢٣ - في الفصل الثاني عشر سوف نجد أن نوى ذرات معينة تبعث فوتونات بانتقالها من حالة متهيجة الى الحالة الارضية . هذه الفوتونات تكون أشعة كاما . وعندما تبعث نواة فوتونا فانها تترد بالاتجاه المعاكس . (أ) نواة $^{57}_{27}\text{Co}$ تتحول الى $^{57}_{26}\text{Fe}$ باقتناصها

الالكترون من المدار الذري K K capture . بعد ذلك تبعث فوتوناً فاقدة طاقة 14.4 keV ، لتنتقل الى الحالة الارضية . اذا علمت أن كتلة ذرة $^{57}_{26}\text{Fe}$ تساوي $9.5 \times 10^{-26} \text{ kg}$ ما الفرق بين طاقة الفوتون المنبعث والطاقة الكلية 14.4 keV ؟

(ب) في بعض البلورات تكون الذرات مرتبطة بقوة كبيرة حيث ترتد البلورة ككل بدلاً من الذرة بمفردها ، عندما ينبعث منها فوتون أشعة كاما . وتدعى هذه الظاهرة بظاهرة موسباور *Mössbauer effect* . ما مقدار الفرق بين طاقة الفوتون المنبعث من نواة $^{57}_{26}\text{Fe}$ والطاقة 14.4-keV ، عندما تكون الذرة جزء من بلورة كتلتها غرام واحد ؟ (ج) وجود مثل هذا الانبعاث غير الارتدادي *recoil-free emission* لأشعة كاما في الفرع (ب) ، يعني انه من الممكن صنع مصدر فوتونات احادية الطول الموجي . هذا المصدر قد استخدم في التجربة الموضحة في الفقرة الاخيرة من البند (٢-٧) . ما تردد فوتون طاقته 14.4 keV ؟ وما التغير في تردده عندما يسقط من على مسافة 20 m قرب سطح الارض ؟ ٢٤ - يصطدم بوزترون بالكترون ويفني بعضها الآخر ، اذا كانت الطاقة الحركية لكل من الجسيمين المصطدمين تساوي 1 MeV . جد طول موجة كل من الفوتونين المتولدين .

الفصل الثالث

الصفحة الموجية للجسيمات

من الغريب ان يكون هناك حوالي عقدين من الزمن بين الاكتشاف في عام 1905 للصفة الجسيمية للموجات ، والافتراض في عام 1924 بأن الجسيمات لها صفات موجية . وعادة يتم اقتراح الفرضيات الجذرية لتفسير النتائج التجريبية المبهمة ، وقلمنا تقترح هذه الفرضيات بمحضى تصور ذهني غير نابع عن صفة تجريبية . ولما يجلب الانتباه هنا ان لويس ديبرولي Louis de Broglie قد افترض الصفة الموجية للجسيمات عام 1924 ، من دون

اساس تجريبي واضح . كانت الحالة الفكرية التي عاصرت اقتراح ديبرولي للصفة الموجية للجسيمات تختلف تماماً عما كانت عليها عند تقديم الصفة الكمية للضوء من قبل بلانك وأينشتين . ان فكرة ديبرولي لاقت اقبالاً واحتراماً شديدين ، في حين لم تلاق فكرة بلانك وأينشتين ذلك الاقبال على الرغم من تحقيقها للنتائج العلمية . ان الصفة الموجية للجسيمات برهنت عملياً عام 1927 ، وقبل عام من ذلك الوقت كَوّن شرودينكر Schrödinger's النظرية الكمية للجسيمات مستنداً على الازدواجية - الموجية الجسيمية: wave particle duality

١-٣ موجات ديبرولي DE BROGLIE WAVES

فوتون ضوئي تردده ν يمتلك زخماً مقداره :

$$p = \frac{h\nu}{c}$$

أي :

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

حيث أن $c = \lambda \nu$ الطول الموجي للضوء . وعليه فإن طول موجة الفوتون تتحدد بزخم الفوتون تبعاً للعلاقة ..

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (١-٣)$$

لقد افترض ديبرولي بأن المعادلة (١-٣) هي قانون عام يشمل الفوتونات والجسيمات المادية ، على أساس القول ان الطبيعة تتصرف بصورة متجانسة في الحالات المترادفة . ان زخم جسيم كتلته m وسرعته v هو : $p = mv$

وعليه فإن طول موجة ديبرولي *de Broglie wavelength* تكون :

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (٢-٣)$$

من هذه العلاقة يتبين لنا أنه كلما زاد زخم الجسيم قصر طول موجته . في المعادلة (٢-٣) m تمثل الكتلة النسبية /

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

المعادلة (٢-٣) برهنت عملياً بواسطة تجارب تتضمن حيود الكترونات سريعة بواسطة بلورات ، كحيود الأشعة السينية . وقبل أن ندرس هذه التجارب ، من الملائم أن نتفحص طبيعة الظاهرة الموجية للجسيمات . في حالة الضوء ، تتكون الموجات من تذبذب المجال الكهرومغناطيسي ، في حين في حالة الصوت تمثل الموجات تداخل وتضاغط الوسط . اذن ما الشيء المتذبذب ليكون موجات ديبرولي ؟

٢-٣ دالة الموجة WAVE FUNCTION

الكمية المتغيرة التي تعبر عن موجات ديبرولي تدعى بدالة الموجة ، ويعبر عنها بالحرف الاغريقي Ψ (يلفظ بساى) . ان قيمة دالة الموجة التابعة لجسيم متحرك ، عند الموقع x, y, z وفي اللحظة t تتعلق باحتمال وجود الجسيم في ذلك المكان والزمان . ومع هذا فان Ψ نفسها ليس لها معنى فيزيائي مباشر . هناك سبب بسيط يعلل لماذا لا يمكن قياس Ψ تجريبياً ؛ فالاحتمالية P بأن شيئاً في موقع معين عند لحظة معينة يمكن أن يأخذ القيمة بين 0 ، الذي يمثل عدم وجود الجسيم قطعياً ، و 1 ، الذي يكون عنده وجود الجسيم حتماً . (احتمالية 0.2 مثلاً تعني هناك احتمال 20% لايجاد الجسيم) . لكن ازاحة موجة يمكن ان تكون موجبة أو سالبة ، في حين أن احتمالية سالبة ليس لها معنى . وعلي لا يمكن قياس Ψ تجريبياً . ولا ينطبق الاعتراض الوارد في اعلاه على مربع القيمة المطلقة لدالة الموجة $|\Psi|^2$. ولهذا السبب ولأسباب اخرى ، تدعى $|\Psi|^2$ بكثافة الاحتمالية

probability density . ان احتمالية وجود جسيم دالته الموجية Ψ ، عند الموقع x, y, z واللحظة t تتناسب مع $|\Psi|^2$ في ذلك المكان والزمان . قيمة كبيرة لـ $|\Psi|^2$ تعني احتمالية كبيرة لوجود الجسيم ، في حين تعني قيمة صغيرة لـ $|\Psi|^2$ احتمالية وجود الجسيم قليلة . وطالما $|\Psi|^2$ لا تساوي صفراً في مكان ما ، فان هناك احتمال معين لوجود الجسيم في ذلك الموقع . وقد أدخل ماكس بورن Max Born هذا التفسير لـ $|\Psi|^2$ عام 1926 .

هناك فارق كبير بين احتمالية حدوث حدث ، والحدث نفسه . فعلى الرغم من اننا سوف نتكلم عن دالة الموجة Ψ لتصف توزيع احتمالية وجود الجسيم في الفضاء . فان هذا لا يعني ان الجسيم نفسه منتشر في حيز واسع . عندما نجرى تجربة لايجاد الكترون فاننا اما ان نجد الكترونات كاملاً في موقع ولحظة معينين ، اولا نجد الكترونات . ليس هناك معنى لايجاد 20% من الالكترونات ومع هذا فمن الممكن أن يكون هناك احتمال 20% لايجاد الالكترونات في ذلك المكان والزمان . هذه الاحتمالية تتحدد بـ $|\Psi|^2$.

ويمكننا تفسير $|\Psi|^2$ بطريقة أخرى . اذا كان هناك عدد كبير جداً من الجسيمات المتماثلة ، ذات نفس الدالة الموجية Ψ ، فان كثافة الجسيمات عند الموقع x, y, z واللحظة t تتناسب مع القيمة $|\Psi|^2$. ان طول موجة ديبرولي التابعة لجسيم متحرك تأخذ الصيغة البسيطة :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

في حين يشكل ايجاد الازاحة Ψ كدالة للموقع والزمان مسألة معقدة . سوف ندرس الدالة Ψ في الفصل الخامس ، وفي الفصل السادس نطبق تلك النتائج لدراسة التركيب الالكتروني للذرات . وحتى ذلك الحين ، نفترض صحة جميع المعلومات المطلوبة في هذا الفصل لـ Ψ .

وعندما تكون دالة الموجة Ψ كمية معقدة complex (ذات جزء حقيقي وجزء خيالي) فان كثافة الاحتمالية تأخذ حاصل الضرب $\Psi^* \Psi$ بين Ψ ومرافقه Ψ^* . ونحصل على المرافق لكمية معقدة بتعويض كل $i (= \sqrt{-1})$ بـ $-i$. أينما وجدت في الدالة . ويمكن كتابة كل دالة معقدة Ψ بالصيغة :

$$\Psi = A + iB$$

حيث A و B دالتان حقيقتان . المرافق المعقد Ψ^* لـ Ψ يكون :

$$\Psi^* = A - iB$$

$$\Psi^* \Psi = A^2 - i^2 B^2 = A^2 + B^2 \quad \text{وعليه فإن :}$$

حيث $i^2 = -1$. من هذا نجد أن $\Psi^* \Psi$ هي دائماً كمية حقيقية موجبة .

٣-٣ سرعة موجة ديبرولي DE BROGLIE WAVE VELOCITY

ما سرعة انتشار موجة ديبرولي ؟ لما كان جسم متحرك ترافقه موجة ، فمن المعقول ان نتوقع أن سرعة الموجة هذه تتحدد بسرعة الجسم . لو كانت سرعة موجة ديبرولي w ، فإن

$$w = v\lambda$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{حيث } \lambda \text{ هي طول موجة ديبرولي}$$

$$E = h\nu \quad \text{في حين ان التردد } \nu \text{ يتحدد بالمعادلة الكمية}$$

$$\nu = \frac{E}{h} \quad \text{أو}$$

$$E = mc^2 \quad \text{ولما كان}$$

$$\nu = \frac{mc^2}{h} \quad \text{نجد}$$

وعليه تكون سرعة موجة ديبرولي :

$$\begin{aligned} w &= v\lambda \\ &= \frac{mc^2}{h} \frac{h}{mv} \\ &= \frac{c^2}{v} \end{aligned} \quad (٣-٣)$$

وبما أن سرعة الجسيم v هي دائماً أقل من سرعة الضوء c ، لذا نلاحظ ان سرعة انتشار موجة ديبرولي w هي دائماً أكبر من c كذلك نلاحظ من المعادلة الاخيرة أن w و v لا تتساويان إطلاقاً . ولكي نفهم هذه النتيجة ، لابد ان ندرس مفهوم سرعة الموجة

phase velocity وسرعة مجموعة الامواج *group velocity*

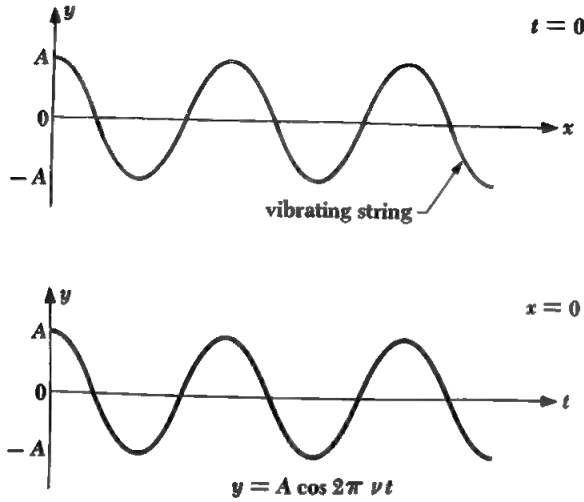
لنبدأ أولاً بوضع الصيغة الرياضية للحركة الموجية ، ولتصور حبلاً مشدوداً على طول

محور x ، أجزاءه تتذبذب بحركة توافقية بسيطة *simple harmonic motions*

باتجاه محور y . نأخذ زمن البداية $t = 0$ عند اللحظة التي فيها الازاحة y عند النقطة $x = 0$

ذات قيمة عظمى . عليه تكون الازاحة عند نفس النقطة $x = 0$ في أي زمن t ، هي

$$y = A \cos 2\pi \nu t \quad (٤-٣)$$



الشكل (١-٣) الحركة الموجية

حيث إن A هي سعة الذبذبة ، أي الازاحة العظمى على جهتي المحور x ، على حين تمثل ν تردد الموجة .

من المعادلة (٤-٣) يمكننا أن نجد ازاحة نقطة على الحبل عند النقطة $x = 0$ في أي لحظة t . والوصف الكامل لحركة موجة الحبل يجب أن يتضمن أيضاً علاقة تغير الازاحة y مع الموقع x عند كل لحظة t . او بمطابقة أخرى ، علينا أن نجد تغير y مع الموقع x والزمن t لايجاد هذه العلاقة ، نتصور أننا نبدأ عند اللحظة $t = 0$ بهز طرف الحبل عند النقطة $x = 0$ ، بحركة توافقية بسيطة . لذلك تتولد موجة تتحرك باتجاه $+x$ (الشكل ٢-٣) . سرعة انتشار هذه الموجة w تعتمد على حالة الحبل . الموجة تتحرك مسافة $x = wt$ في الزمن t . وعلى هذا تكون الفترة الزمنية الفاصلة بين تكوين الموجة عند $x = 0$ ووصولها النقطة x تساوي x/w . ومن هنا نجد أن الازاحة y عند النقطة x واللحظة t هي تماماً تساوي الازاحة y عند النقطة $x = 0$ واللحظة $t - x/w$. وبتمويض $t - x/w$ عن t في المعادلة (٤-٣) ، نحصل على المعادلة المطلوبة للازاحة y كدالة لـ x و t :

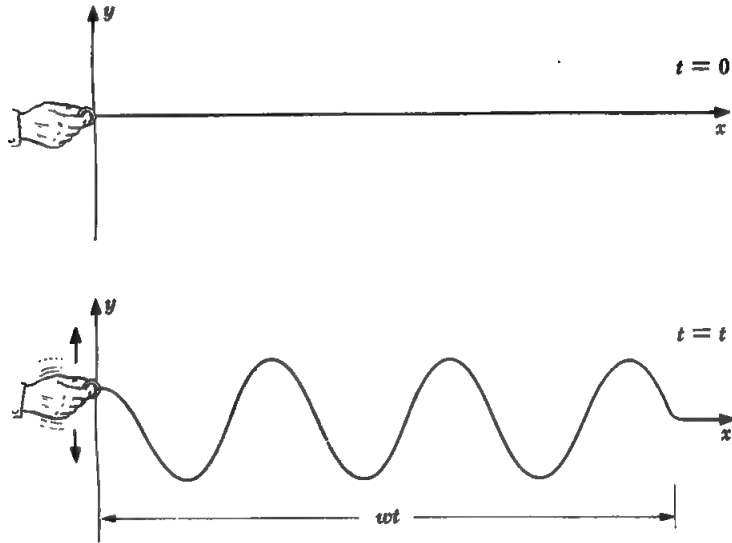
$$y = A \cos 2\pi \left(t - \frac{x}{w} \right) \quad (5-3)$$

لتحقيق هذه المعادلة ، نلاحظ أن المعادلة (5-3) تأخذ صيغة المعادلة (3-4) عندما $x = 0$.
يمكن إعادة كتابة المعادلة (5-3) بالصيغة

$$y = A \cos 2\pi \left(vt - \frac{vx}{w} \right)$$

ولما كان

$$w = v\lambda$$



الشكل (3-4) : انتشار الموجة

نجد

$$y = A \cos 2\pi \left(vt - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (6-3)$$

أن هذه الصيغة تكون غالباً أكثر ملاءمة من المعادلة (5-3) .
وهناك صيغة أخرى للمعادلة (5-3) التي كثيراً ما تستخدم في وصف الحركة الموجية .
في هذه الصيغة نعرف التردد الزاوي ω angular frequency والعدد الموجي k wave number بالمعادلات

$$\omega = 2\pi\nu \quad (7-3) \quad \text{التردد الزاوي}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (8-3) \quad \text{العدد الموجي}$$

$$= \frac{\omega}{v} \quad (9-3)$$

وحدة ω هي زاوية نصف قطريه في الثانية rad/s ، في حين وحدة k هي زاوية نصف قطريه لكل متر rad/m. واصطلاح التردد الزاوي ناتج من المقارنة مع الحركة الدورانية المنتظمة. ان جسماً متحركاً حول دائرة يعمل ν من الدورات في الثانية ، يقطع زاوية نصف قطريه : $2\pi\nu$ في كل ثانية. والعدد الموجي يساوي مقدار الزاوية نصف قطريه المكافئة لرتل موجة wave train طوله مترواحد ؛ ذلك لأن كل موجة كاملة تقابل زاوية مقدارها 2π rad. ويمكننا اعادة كتابة المعادلة (3-8) بدلالة ω و k بالصيغة :

$$y = A \cos(\omega t - kx) \quad (10-3)$$

في فضاء ذي ثلاثة ابعاد نعوض عن k بالمتجه k الذي يكون عمودياً على جهات الموجة wave fronts ، على حين نعوض عن x بالمتجه نصف القطري r . وكذلك نستخدم المضروب العددي scalar product $k \cdot r$ بدلاً من kx في المعادلة (3-10).

3-4 سرعة الموجة وسرعة مجموعة الامواج

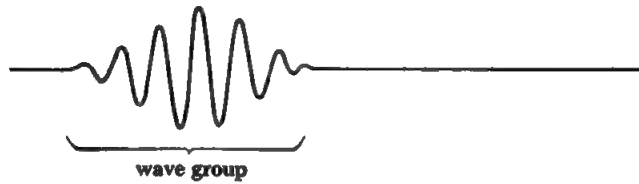
PHASE AND GROUP VELOCITIES

ان اذاحة موجة ديبرولي التابعة لجسيم متحرك تعطينا احتمالية وجود الجسيم في موقع وزمن معينين. ومن الواضح انه لا يمكن تمثيل موجة ديبرولي بصيغة المعادلة (3-10) ، التي تصف رتلاً غير متناه من الموجات ذات نفس السعة A . وعليه نتوقع ان موجة جسيم متحرك تكون على شكل رزمة موجية wave packet أو مجموعة موجية wave group التي تضم عدداً من الموجات مختلفة السعات ، كالمبينة في الشكل (3-3). وبذلك تكون احتمالية وجود الجسيم متمركزة في حيز محدود.

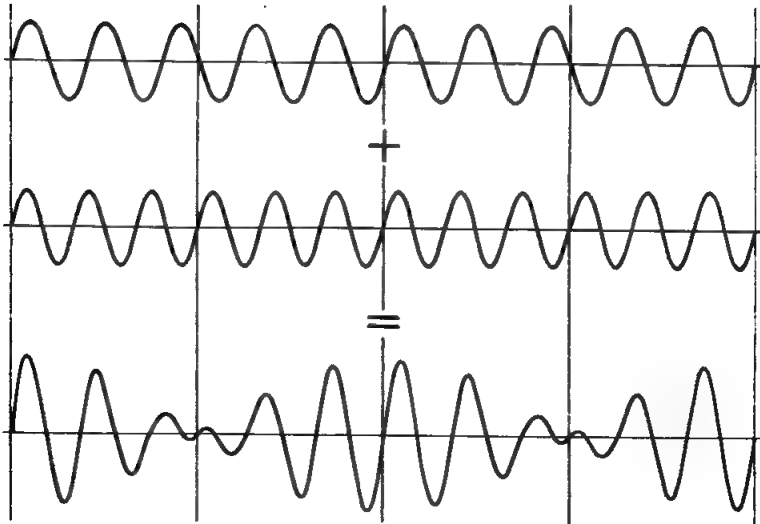
هناك مثال شائع لتوليد رزمة الموجات هو تكوين الضربات الصوتية sound beats. فعند توليد موجتين صوتيتين بنفس السعة لكن بتردد مختلف جزئياً ، نجد أن تردد الصوت المسموع يساوي معدل تردد الموجتين ، على حين تزداد شدة الصوت وتقص بصورة دورية ، ويساوي تردده الفرق بين تردد الموجتين الاصليتين. فمثلاً ، لو كان تردد الموجتين الاصليتين هو 440 Hz و 442 Hz ، لسمعنا صوت تردده 441 Hz ، على حين هناك ضربتان حادتان في كل ثانية. والشكل (3-4) يوضح توليد هذه الضربات .

وعليه لكي نحصل على رزمة موجات ، علينا أن نجتمع موجات بسيطة بأطوال موجية مختلفة . عندما تتداخل هذه الموجات بعضها مع بعض ، تتكوّن رزمة الموجة المطلوبة . أما إذا كانت سرعة الموجات المختلفة متساوية ، فإن سرعة رزمة الموجة تساوي السرعة المشتركة للموجات . لكن إذا تغيّرت سرعة الموجة مع الطول الموجي ، فسنجد أن الأمواج المختلفة لا تتحرك معاً ، وبذلك تختلف سرعة رزمة الموجة عن سرعة الموجات المكوّنة .

ليس من الصعب علينا حساب سرعة الموجة u ؛ دعنا نفترض أن رزمة موجة تتكوّن من جمع موجتين بسيطتين ذات نفس السعة A ولكن بفرق سرعة زاوية ω و فرق عدد موجي dk



الشكل (٣-٣) : رزمة موجية .



الشكل (٣-٤) : توليد الضربات .

ويمكننا كتابة الموجتين الاصليتين بالمعادلتين .

$$y_1 = A \cos (\omega t - kx)$$

$$y_2 = A \cos [(\omega + d\omega)t - (k + dk)x]$$

ان محصلة الازاحة y عند أية لحظة t وموقع x هي حاصل جمع y_1 و y_2 . باستخدام المتطابقة :

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos (-\theta) = \cos \theta$$

والعلاقة :

$$y = y_1 + y_2$$

نجد أن :

$$= 2A \cos \frac{1}{2}[(2\omega + d\omega)t - (2k + dk)x] \cos \frac{1}{2}(d\omega t - dk x)$$

ولما كان $d\omega$ و dk كميتين صغيرتين بالنسبة لـ ω و k على التوالي ، فإن

$$2\omega + d\omega \approx 2\omega$$

$$2k + dk \approx 2k$$

وعليه :

$$y = 2A \cos (\omega t - kx) \cos \left(\frac{d\omega}{2}t - \frac{dk}{2}x \right) \quad (11-3)$$

انَّ المعادلة (11-3) تمثل موجة سرعتها الزاوية ω وعدددها k ، وسعة هذه الموجة تتغير على شكل موجي بسرعة زاوية $d\omega/2$ وعدد موجي $dk/2$. هذا التغير في سعة الموجة يؤدي الى تكوين المجاميع الموجية كالمبينة في الشكل (3-4) وسرعة الموجة w هي :

$$w = \frac{\omega}{k} \quad \text{سرعة الموجة} \quad (12-3)$$

في حين تكون سرعة كل مجموعة من الأمواج u هي :

$$u = \frac{d\omega}{dk} \quad \text{سرعة مجموع الأمواج} \quad (13-3)$$

وبصورة عامة تعتمد هذه السرعة على تغير سرعة الموجة مع العدد الموجي في الوسط

المعين .

انَّ سرعة مجموعة الأمواج ربما تكون أكبر أو أصغر من سرعة موجة منفردة . وحين تأخذ سرعة الموجة w نفس القيمة لجميع الأطوال الموجية ، فان سرعة مجموعة الأمواج تساوي سرعة الموجة .

ان السرعة الزاوية والعدد الموجي لموجات ديبرولي التابعة لجسم كتلته السكونية m_0 ويتحرك بسرعة v ، هما على التوالي :

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi\nu \\ &= \frac{2\pi mc^2}{h} \\ &= \frac{2\pi m_0 c^2}{h\sqrt{1 - v^2/c^2}}\end{aligned}\quad (3 - 14)$$

و

$$\begin{aligned}k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ &= \frac{2\pi mv}{h} \\ &= \frac{2\pi m_0 v}{h\sqrt{1 - v^2/c^2}}\end{aligned}\quad (3 - 15)$$

ان كلا من ω و k هي دالة للسرعة v ، ولذلك فان سرعة الموجة w تكون :

$$\begin{aligned}w &= \frac{\omega}{k} \\ &= \frac{c^2}{v}\end{aligned}$$

اذ انها أكبر من سرعة الجسم v وسرعة الضوء c ، ذلك لأن $v < c$. ان سرعة مجموعة امواج ديبرولي التابعة لجسم متحرك هي

$$\begin{aligned}u &= \frac{d\omega}{dk} \\ &= \frac{d\omega/dv}{dk/dv}\end{aligned}$$

$$\frac{d\omega}{dv} = \frac{2\pi m_0 v}{h(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$$

$$\frac{dk}{dv} = \frac{2\pi m_0}{h(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$$

على حين

لذلك فإن سرعة مجموعة الأمواج تساوي

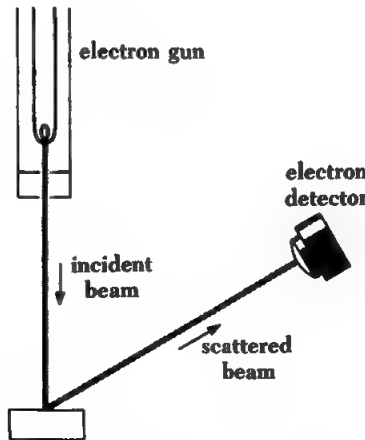
$$u = v \quad (3 - 16)$$

أي أن سرعة مجموعة أمواج ديبرولي u لجسم متحرك تساوي نفس سرعة الجسم . في حين ليس هناك معنى فيزيائي بسيط لسرعة موجة ديبرولي w .

٣ - ٥ حيود الجسيمات DIFFRACTION OF PARTICLES

حيود الجسيمات هو تأثيرات موجية ليس لها مرادف كلاسيكي . في عام ١٩٢٧ أثبت معاً العالمان دافسون وجيرمر (Davisson and Germer) من الولايات المتحدة ، وبصورة مستقلة العالم البريطاني تومسون Thomson صحة فرضية ديبرولي ذلك بمشاهدة حيود الالكترونات بواسطة البلورات . وسندرس هنا تجربة دافسون وجيرمر لسهولة تحليلها . كان دافسون وجيرمر يدرسان تشتت الالكترونات من سطوح الأجسام الصلبة باستخدام جهاز كالبيين في الشكل (٣-٥) . ان كلاً من طاقة الالكترونات في الحزمة الابتدائية ، وزاوية السقوط ، وموقع الكاشف قابل للتغير . وبناء على الفيزياء الكلاسيكية تنبعث الالكترونات المشتتة في جميع الاتجاهات وأن كثافة الالكترونات المشتتة تعتمد بصورة طفيفة على شدة الحزمة الساقطة وزاوية التشتت ، في حين تكاد تكون معتمدة كلياً على طاقة الالكترونات الساقطة . وقد استطاع العالمان دافسون وجيرمر في بادئ الأمر تحقيق هذه التوقعات باستخدامهما معدن النيكل كهدف للالكترونات الساقطة .

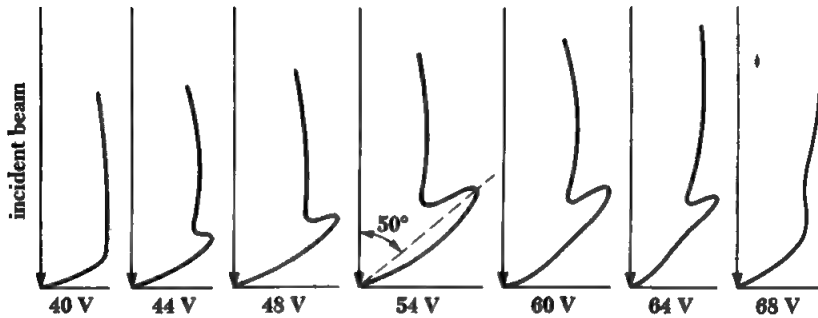
وخلال تجربة دافسون وجيرمر . حدث تسرب هواء داخل الجهاز أدى الى تأكسد سطح معدن الهدف . وللتخلص من التأكسد ، وضع الهدف في فرن ذي درجة حرارة عالية . وبعد الانتهاء من هذه العملية أعيد الهدف الى الجهاز ، ثم استمرت التجربة .



الشكل (٣-٥) : تجربة دافسون وجيرمر

كانت النتائج الجديدة تختلف تماماً عن النتائج قبل تسرب الهواء ؛ فبدلاً من مشاهدة تغير مستمر لشدة الإلكترونات المشتتة مع زاوية التشتت ، لوحظ ان شدة هذه الإلكترونات تظهر قيمة عظمى وصغرى متميزة ، عند مواقع تعتمد على طاقة الإلكترونات الساقطة . ففي الشكل (٣-٦) تظهر منحنيات نموذجية لتغير شدة الإلكترونات المشتتة مع زاوية التشتت . وفي هذه الاشكال ، تتناسب شدة الإلكترونات عند زاوية معينة مع بعد النقطة على المنحني ، عند تلك الزاوية ، من نقطة التشتت .

وهناك سؤالان مهمان هما : ما سبب هذه الظاهرة ، ولماذا لم تحدث قبل تسخين المعدن ؟ يمكن تفسير هذه الظاهرة على أساس فرضية ديبرولي ، وهي ان موجات الإلكترونات تعاني حيوداً بواسطة الهدف كحيود الاشعة السينية بواسطة المستويات الذرية في البلورات . على حين أدنى تسخين معدن النيكل لدرجة حرارة عالية الى تكوين بلورة نبكل كبيرة من البلورات الصغيرة في المعدن الاعتيادي .



الشكل (٣-٦) : نتائج دافسون وجيرمر .

دعنا نثبت التفسير الذي في أعلاه لنتائج تجربة دافسون وجيرمر . في إحدى الحالات أسقطت حزمة الكترونات طاقتها 54-eV ، بصورة عمودية على سطح الهدف . فأظهرت الإلكترونات المشتتة شدة متميزة عند زاوية 50° بالنسبة لاتجاه الحزمة الاصلية . وكل من زاوية السقوط وزاوية التشتت ، بالنسبة لمستويات براك المبينة في الشكل (٣-٧) ، تساوي 65° . والمسافة بين هذه المستويات ، كما هي مقاسة عن طريق حيود الاشعة السينية ، تساوي 0.91 Å . ان معادلة براك التي تحدد مواقع الشدة العظمى للإلكترونات المشتتة هي

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$

في المسألة الحالية $d = 0.91 \text{ \AA}$ و $\theta = 65^\circ$ ، ولوفرضنا ان $n = 1$ ، لوجدنا ان طول موجة ديبرولي λ للالكترونات المشتتة تساوي

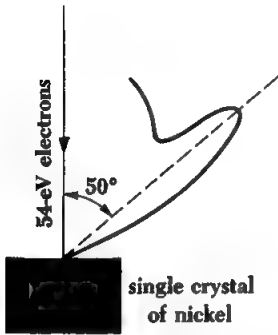
$$\begin{aligned} n\lambda &= 2d \sin \theta \\ &= 2 \times 0.91 \text{ \AA} \times 65^\circ \\ &= 1.65 \text{ \AA} \end{aligned}$$

والآن نستخدم معادلة ديبرولي :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

لحساب الطول الموجي المتوقع للالكترونات . لما كانت الطاقة الحركية للالكترون 54 eV هي صغيرة بالنسبة لطاقته السكونية m_0c^2 of $5.1 \times 10^5 \text{ eV}$ ، لذا يمكن اهمال التأثيرات النسبية في المسألة . وعليه

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$



الشكل (٧-٣) : سبب نتائج دافسون وجيوفر

هو حيود موجات ديبرولي بواسطة الهدف .

ان الزخم الخطي للالكترون هو

$$\begin{aligned} mv &= \sqrt{2mT} \\ &= \sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 54 \text{ eV} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} \\ &= 40 \times 10^{-24} \text{ kg-m/s} \end{aligned}$$

لذا يكون طول موجة الالكترون .

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{mv} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{40 \times 10^{-24} \text{ kg-m/s}} \\ &= 1.66 \times 10^{-10} \text{ m} \\ &= 1.66 \text{ \AA} \end{aligned}$$

هذه النتيجة تتفق بصورة جيدة مع طول موجة الالكترون الملاحظة عمليا . ولذا فان نتائج تجربة دافسون وجيرمر هي اثبات مباشر لفرضية ديبرولي حول الصفة الموجية للأجسام المتحركة .

ان تحليلات تجربة دافسون وجيرمر هي في الحقيقة أكثر تعقيدا من الملاحظات التي اسلفناها أعلاه . عندما يدخل الالكترون في البلورة فان طاقته تزداد بمقدار طاقة دالة الشغل للسطح . ولذا تكون سرعة الالكترون داخل البلورة أكبر من سرعته في الخارج . وبالتالي يكون طول موجته في الداخل أقصر مما هو عليه في الخارج . وهناك تعقيد آخر للمسألة ينشأ من تداخل الموجات المنتشرة من مجاميع مختلفة لمستويات براك. وهذه الصفة تحدّد تكوين ذرا متميزة عند إتلاف مناسب بين طاقة الالكترون وزاوية السقوط ، اضافة الى تحقيق قانون براك .

ان الالكترونات ليست هي الأجسام الوحيدة التي يمكن تحقيق صفاتها الموجية . حيث قد تم أيضاً مشاهدة حيود النيوترونات neutrons والذرات بواسطة البلورات . وفي الحقيقة أن حيود النيوترونات ، مثل حيود الأشعة السينية والالكترونات ، يستعمل الآن بشكل واسع لدراسة التركيب البلوري للمواد .

وكما هي الحال للموجات الكهرومغناطيسية ، لا يمكن مشاهدة الصفة الموجية والصفة الجسيمية للأجسام بصورة آنية . ولذا فليس هناك معنى للسؤال : أي من الصفتين هي الصحيحة؟ وكل ما نستطيع قوله هو ان الجسم يظهر صفات موجية في ظروف معينة وصفات جسيمية في ظروف أخرى . ان الصفة الغالبة للجسم تتحدد بنسبة طول موجة ديبرولي للجسم الى أبعاد الأجسام المعنية في التجربة :

الطول الموجي 1.66 \AA لالكترون طاقته 54-eV هو بحدود المسافات الفاصلة بين مستويات براك المتجاورة في بلورة النيكل . على حين يبلغ طول موجة سيارة متحركة بسرعة 90 Km/hr حوالي $1.5 \times 10^{-37} \text{ m}$ هذا الطول الموجي صغير جداً بالنسبة لأبعاد السيارة ، وبذلك لا يمكن ملاحظته .

٣ - ٦ مبدأ عدم التحديد THE UNCERTAINTY PRINCIPLE

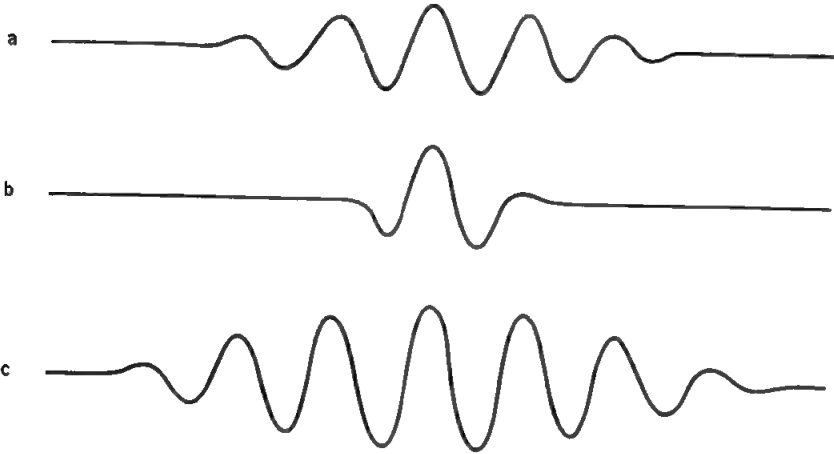
الحقيقة هي كون الجسم المتحرك مجموعة موجات ديبرولي بدلا من وحدة نقطية متركزة ، تشير الى وجود أخطاء لا يمكن السيطرة عليها في تحديد الصفات الجسيمية . الشكل (٣-١٨) يوضح مجموعة موجات ديبرولي . في هذا الشكل يمكن أن يكون الجسم في أي مكان في حدود حيز مجموعة الموجات . فاذا كانت المجموعة ضيقة جدا . كما في الشكل (٨-٣ ب) ، فان موقع الجسم يمكن تحديده بسهولة ، في حين لا يمكن هنا

تحديد طول الموجي . كحالة قصوى هي مجموعة موجات واسعة كالمبينة في الشكل (٣-٨ج) . في هذه الحالة يمكن تحديد الطول الموجي بسهولة . الا أنَّ موقعه يكون غير محدد . نستطيع بسهولة . من دراسة طبيعة مجموعة الامواج . ايجاد العلاقة بين الخطأ المصاحب في قياس موقع الجسم Δx ، والخطأ المصاحب في قياس زخمة Δp في تجربة لقياس الموقع والزخم آنياً .

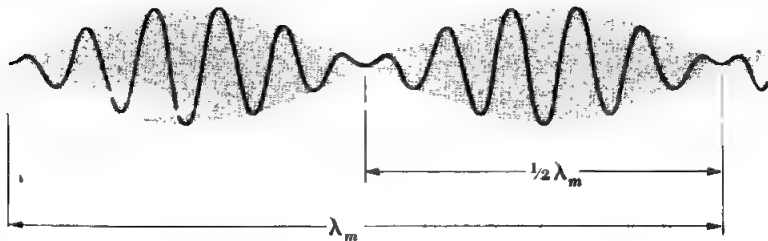
والمثال المبين في البند (٣-٤) هو أبسط حالة لتكوين مجموعة موجات ؛ ففي هذا المثال تتداخل موجتان سرعتهما الزاوية وعدد هما الموجي يختلفان قليلاً . وسندرس هنا تكون مجموعة الأمواج الناشئة من تداخل موجات ديبرولي

$$\Psi_1 = A \cos(\omega t - kx)$$

$$\Psi_2 = A[\cos(\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)x]$$



الشكل (٣-٨) : عرض مجموعة الامواج يحد الخطاء في تعيين موقع الجسم . كلما قصر طول المجموعة زاد الخطأ في تحديد الطول الموجي .



الشكل (٣-٩) : مجاميع موجات ناتجة من تداخل موجتين ذات نفس السعة ولكن ذات تردد مختلف .

وباستخدام نفس التحليلات في اشتقاق المعادلة (٣ - ١١) نجد أن

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 \approx 2A \cos(\omega t - kx) \cos(1/2 \Delta \omega t - 1/2 \Delta k x) \quad (٣ - ١٧)$$

هذه الدالة موضحة في الشكل (٣ - ٩) . نلاحظ من الشكل أن عرض مجموعة أمواج يساوي نصف طول موجة التنعيم (modulation) λ_m . من المعلوم أن نعتبر أن عرض مجموعة الأمواج يساوي تقريباً الخطأ Δx في موقع الجسم . أي

$$\Delta x \approx 1/2 \lambda_m \quad (٣ - ١٨)$$

لكن طول موجة التنعيم تحدد بعددها الموجي k_m وفق العلاقة :

$$\lambda_m = \frac{2\pi}{k_m}$$

ومن المعادلة (٣ - ١٧) نلاحظ أن :

$$k_m = 1/2 \Delta k$$

وعليه فإن :

$$\lambda_m = \frac{2\pi}{1/2 \Delta k}$$

ومنها

$$\Delta x \approx \frac{2\pi}{\Delta k}$$

أي أن

$$\Delta x \Delta k \approx 2\pi \quad (٣ - ١٩)$$

وطبيعي ، أن جسماً متحركاً يجب أن يتمثل بمجموعة واحدة من الموجات ، وليس برتل من هذه المجاميع . ان مجموعة أمواج واحدة يمكن أن تتكون من تداخل موجات كثيرة ذات ترددات وسعات مختلفة .

في لحظة معينة t ، يمكن كتابة دالة مجموعة الامواج $\Psi(x)$ على شكل تكامل

فوريير Fourier integral

$$\Psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(k) \cos kx dk \quad (٣ - ٢٠)$$

وحيث أن $g(k)$ هي سعة الموجة ذات العدد الموجي k ، المساهمة في تكوين مجموعة الأمواج Ψ . $g(k)$ تدعى بتحويل فوريير Fourier transform للدالة $\Psi(x)$. ان الدالتين $g(k)$ و $\Psi(x)$ تتضمنان نفس المعلومات حول مجموعة الأمواج . اذ معرفتنا بواحدة منهما نستطيع أن نجد الأخرى . الشكل (٣ - ١٠) يبين تحويلات فوريير لمجاميع موجية مختلفة . في هذا الشكل نلاحظ أيضاً تحويل فوريير لموجة منفردة ، لتحديد بعدد موجي واحد .

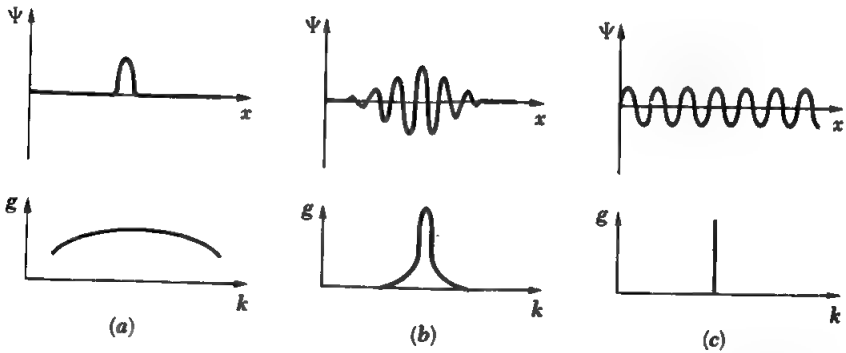
وبصورة عامة . تنتشر الأعداد الموجية اللازمة لتكوين مجموعة أمواج بين $k = 0$ و $k = \infty$. لكن لمجموعة أمواج ذات عرض Δx محدود ، تقع الأعداد الموجية الأكثر أهمية - أي التي عندها $g(k)$ كبيرة نسبياً - ضمن فترة Δk محدودة . كما هو موضح في الشكل (٣-١٠) . وكلما ضاق عرض مجموعة الأمواج ، زادت سعة الفترة Δk اللازمة لتكوين المجموعة . والعكس صحيح . ان العلاقة بين العرض Δx وسعة الفترة Δk ، تعتمد على شكل مجموعة الأمواج وعلى كيفية تحديد Δx و Δk . ونحصل على أدنى قيمة لحاصل الضرب $\Delta x \Delta k$ عندما تأخذ مجموعة الامواج شكل دالة كاوس gaussian function . وتحويل فوريير لهذه الدالة يأخذ صيغة دالة كاوس أيضاً .

لو اعتبرنا Δx و Δk يمثلان الانحراف المعياري standard deviations للدالة $\Psi(x)$ و $g(k)$ ، على التوالي ، لوجدنا $\Delta x \Delta k = 1/2$. وبصورة عامة $\Delta x \Delta k$ يساوي تقريباً واحداً .

$$\Delta x \Delta k \approx 1 \quad (٣-٢١)$$

ان طول موجة ديبرولي لجسيم زخمه p هي

$$\lambda = \frac{h}{p}$$



الشكل (٣-١٠) دالة الموجة وتحويل فوريير (أ) نبضة موجية ، (ب) مجموعة أمواج ، (ج) موجة منفردة . إن اضطراباً قصيراً يتطلب مجموعة أوسع من الترددات مما يتطلب اضطراب طويل .

والعدد الموجي التابع لهذا الطول الموجي هو

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$= \frac{2\pi p}{h}$$

ولذا فإن الخطأ Δk في تحديد العدد الموجي لموجات ديبرولي يولد خطأ Δp في زخم الجسم تبعاً للمعادلة .

$$\Delta p = \frac{h \Delta k}{2\pi}$$

ولما كان $\Delta x \Delta k \approx 1, \Delta k \approx 1/\Delta x$ فعليه يكون

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2\pi} \quad (3-22) \quad \text{مبدأ عدم التحديد}$$

وأشارة المساواة تعبر عن الخطأ الطبيعي الأدنى في قياس x و p آنياً ، وفق النظرية الموجية . بينما أي خطأ ناتج من أجهزة القياس سوف يزيد الخطأ الكلي .

والمعادلة (3-22) هي إحدى صيغ مبدأ عدم التحديد الذي حصل عليه العالم ونيرهايزنبرك .
Werner Heisenberg عام 1927 .

وتنص هذه المعادلة على أن حاصل ضرب الخطأ Δx في موقع جسم والخطأ Δp في زخمه في تجربة لقياس x و p آنياً ، هو أكبر أو يساوي $h/2\pi$. ولا نستطيع أن نقيس آنياً كلا من موقع وزخم الجسم بدرجة غير متناهية في الدقة . إذا كانت Δx صغيرة جداً . كما هي متمثلة بمجموعة الأمواج الضيقة في الشكل (3-8 ب) ، فإن Δp ستكون كبيرة . ولو صغرنا Δp بطريقة ما ، كما في حالة الموجة الواسعة في الشكل (3-8 ج) ، فإن Δx سوف تكون كبيرة . إن هذه الأخطاء ليست نتيجة عدم كفاءة الأجهزة المستخدمة . بل إنها ناتجة من عدم دقة وصفنا للكميات المتضمنة . والكمية $h/2\pi$ تظهر باستمرار في قوانين الفيزياء الحديثة بالإضافة إلى أنها ترتبط بمبدأ عدم التحديد . إن هذه الكمية تمثل الوحدة الأساس للزخم الزاوي angular momentum لذلك فمن المتعارف أن يستخدم الرمز \hbar بدلاً من $h/2\pi$:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054 \times 10^{-34} \text{ J-s}$$

يمكن الحصول على مبدأ عدم التحديد بطرق متعددة . دعنا نستنتج هذا المبدأ على أساس الصفة الجسيمية للموجات ، بدلاً من الصفة الموجية للجسيمات كما في التحليل السابق .

أفترض أننا نريد أن نقيس موقع وزخم شيء ما في لحظة معينة . لكي نحصل على هذه القياسات ، علينا أن نستخدم شيئاً آخر لنقل المعلومات المطلوبة عن الشيء الأول

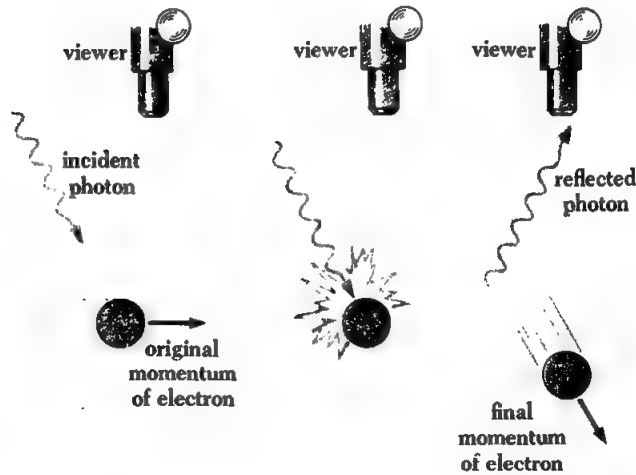
الينا . باستخدام اللمس مثلاً ، أو باستخدام ضوء أو بأية طريقة أخرى . ولكي ندرس حالة الكترون ، ربما نحتاج الى ضوء طوله الموجي λ ذلك كما في الشكل (٣-٢١) . في هذه العملية . تسقط فوتونات ضوئية على الالكترونات ثم ترتد منه . وكل فوتون يحمل زخماً مقداره h/λ . وعند تصادمه مع الالكترون يتغير هذا الزخم . ولا يمكن قياس هذا التغير في الزخم بصورة دقيقة ، لكن الاحتمال الاكبر أن هذا التغير يساوي تقريباً زخم الفوتون نفسه h/λ . ولذلك فإن عملية القياس تسبب خطأ مقداره

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda} \quad (٣ - ٢٣)$$

في تحديد زخم الالكترون . يلاحظ أنه كلما زاد طول موجة الضوء المستخدم « لمشاهدة » الالكترون ، قل الخطأ المتأتي عنه في تحديد الزخم .

ومن ناحية أخرى ، بسبب الصفة الموجية للضوء ، لانتوقع أن نقيس موقع الالكترون بدقة متناهية واكثر ما نأمل هو أن نقيس الموقع بخطأ مقداره Δx يساوي تقريباً طول موجة الضوء المستخدم . أي

$$\Delta x \approx \lambda \quad (٣ - ٢٤)$$



الشكل (٣-١١) : لاستطيع مشاهدة الكترون من دون تغير زخمه .

وكلما قل طول الموجي للضوء ، قل الخطأ في تحديد موقع الالكترون . ونلاحظ من المعادلتين (٣-٢٣) و (٣-٢٤) ، بأننا لو استخدمنا ضوء طوله الموجي قصير لزيادة الدقة في تحديد الموقع ، فسيستج نقصان في دقة تحديد الزخم . في حين باستخدام ضوء ذي طول موجي أطول ، نحصل على قياس أدق للزخم لكن على حساب زيادة

الخطأ في الموقع . وبتمويض $\lambda = \Delta x$ في المعادلة (٣ - ٢٣) نجد :

$$\Delta x \Delta p \geq h \quad (٣ - ٢٥)$$

هذه النتيجة تتفق مع المعادلة (٣ - ٢٢) ، ذلك لأن تقدير كل من Δx و Δp في التحليلات الأخيرة يمثل أسوأ الاحتمالات في تحديد خطأ الموقع والزخم . على الرغم من أن التحليل السابق يبدو جذاباً ، فإن مثل هذه التحليلات بصورة عامة يجب أن تعتمد ببعض الحذر . ففي التحليل السابق كنا قد افترضنا أن الإلكترون له موقع وزخم محددين عند كل لحظة ؛ على حين كانت عملية القياس بالذات هي التي أدت الى الخطأ $\Delta x \Delta p$. وفي الحقيقة ان هذه الأخطاء ذاتية في طبيعة الاجسام المتحركة . وتكمن أهمية هذه الاشتقاقات في أنها : أولاً ، تبين أنه لا يمكن تصوّر أية طريقة لنقص مبدأ عدم التحديد ، وثانياً ، أنها تشكل وجهة نظر ثانية تجعلنا نقبل مبدأ عدم التحديد على أساس تجريبي بسيط ، بدلاً من استخدام مجاميع الامواج في وصف حركة الجسيمات .

٣ - ٧ تطبيقات على مبدأ عدم التحديد

APPLICATIONS OF THE UNCERTAINTY PRINCIPLE

ان ثابت بلانك صغير جداً (6.63×10^{-34} J-s فقط) حيث إن تأثير مبدأ عدم التحديد يكون مهمًا فقط في عالم الذرات والجسيمات الأولية . وفي هذا العالم الدقيق هناك عدة ظواهر يمكن تفسيرها على أساس هذا المبدأ ، سندرس هنا عدداً من هذه الأمثلة .

أحد الاسئلة المهمة هو معرفة فيما اذا يمكن للإلكترون أن يوجد داخل النواة . كما سنلاحظ في فصل لاحق ، أن نصف قطر نواة ذرة هو حوالي 10^{-14} m . ولكي يكون الإلكترون موجوداً داخل النواة ، فإن الخطأ في موقعه يجب أن لا يزيد عن 10^{-14} m . عليه يكون الخطأ في زخم الإلكترون هو :

$$\begin{aligned} \Delta p &\geq \frac{\hbar}{\Delta x} \\ &\geq \frac{1.054 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{10^{-14} \text{ m}} \\ &\geq 1.1 \times 10^{-20} \text{ kg-m/s} \end{aligned}$$

ان زخم الإلكترون p يجب أن يساوي في الأقل هذا المقدار . عندما يكون زخم الإلكترون $1.1 \times 10^{-20} \text{ kg-m/s}$ ، فإن طاقته الحركية T تكون أكبر بعدة مرات من طاقة الإلكترون

السكونية m_0c^2 . ولذا يمكننا استخدام الصيغة القصوى للعلاقة النسبية :

$$T = pc$$

لايجاد T . بالتعويض عن p و c . نحصل على :

$$T = 1.1 \times 10^{-20} \text{ kg-m/s} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$= 3.3 \times 10^{-12} \text{ J}$$

ولما كان $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$. فيجب أن تكون الطاقة الحركية للإلكترون داخل النواة أكبر بكثير من 20 MeV . مع أن القياسات التجريبية تظهر أن الإلكترونات المنبعثة من نوى غير مستقرة تحمل طاقة أقل بكثير من هذه القيمة . من هذا نستنتج أن الإلكترون لا يمكن أن يوجد داخل النواة .

دعنا الآن نبحث عن الطاقة اللازمة للإلكترون لكي يتحدد في الذرة . إن نصف قطر ذرة الهيدروجين حوالي $5 \times 10^{-11} \text{ m}$ ، ولذلك فإن الخطأ في تحديد موقع الإلكترون بحدود هذا المقدار . فيكون الخطأ في تحديد زخم الإلكترون هو :

$$\Delta p = 2.1 \times 10^{-24} \text{ kg-m/s}$$

إن الإلكتروناً زخمه هذا المقدار يكون في حالة غير نسبية ولذا فإن طاقة الإلكترون الحركية تساوي

$$T = \frac{p^2}{2m}$$

$$= \frac{(2.1 \times 10^{-24} \text{ kg-m/s})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}$$

$$= 2.4 \times 10^{-18} \text{ J}$$

أي حوالي 15 eV . وهذه الطاقة معقولة تماماً .

هناك علاقة لمبدأ عدم التحديد تكون مفيدة أيضاً في بعض الأحيان . ربما نرغب في قياس الطاقة E المنبعثة خلال الفترة الزمنية Δt نتيجة لعملية ذرية معينة . لو كانت هذه الطاقة تنبعث على شكل موجات كهرومغناطيسية . فإن تحديد الفترة الزمنية سيؤثر على دقة قياس تردد الموجة . لنفترض أن الخطأ في تحديد العدد الموجي لمجموعة الموجات هو 1 . ولما كان تردد الموجات يساوي عدد الموجات التي نحسبها مقسومة على طول الفترة الزمنية ، فإن الخطأ $\Delta \nu$ في قياس التردد يكون

$$\Delta \nu = \frac{1}{\Delta t}$$

وقيمة الخطأ في الطاقة التابعة للخطأ $\Delta \nu$ هي :

$$\Delta E = h \Delta \nu$$

$$\Delta E = \frac{h}{\Delta t}$$

$$\Delta E \Delta t \geq h$$

لذا :

أو :

الحقيقة أننا باستخدام تحليلات أكثر دقة نحصل على :

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar \quad (3 - 26)$$

وتنص المعادلة (3 - 26) على أن حاصل ضرب الخطأ في قياس الطاقة ΔE والخطأ في تحديد الزمن Δt للعملية الذرية ، أكبر من \hbar أو يساويه .

وكمثال على أهمية المعادلة (3 - 26) ، دعنا ندرس الاشعاعات الضوئية المنبعثة من ذرة متهيجة . هذه الذرة تتخلص من طاقتها الإضافية بإشعاع فوتون واحد أو أكثر ذي تردد متميز . إن معدل الفترة الزمنية بين تهيج الذرة وإشعاعها للفوتونات يساوي 10^{-8} s . وعليه فإن قيمة الخطأ في الطاقة الفوتون تكون :

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{\hbar}{\Delta t} \\ &= \frac{1.054 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{10^{-8} \text{ s}} \\ &= 1.1 \times 10^{-26} \text{ J} \end{aligned}$$

في حين تكون قيمة الخطأ في تردد الضوء :

$$\begin{aligned} \Delta \nu &= \frac{\Delta E}{h} \\ &= 1.6 \times 10^7 \text{ Hz} \end{aligned}$$

هذا الخطأ يمثل الحد الأدنى للخطأ في قياس تردد الفوتون المنبعث من الذرة .

٨ - ٣ الازدواجية الموجية - الجسيمية

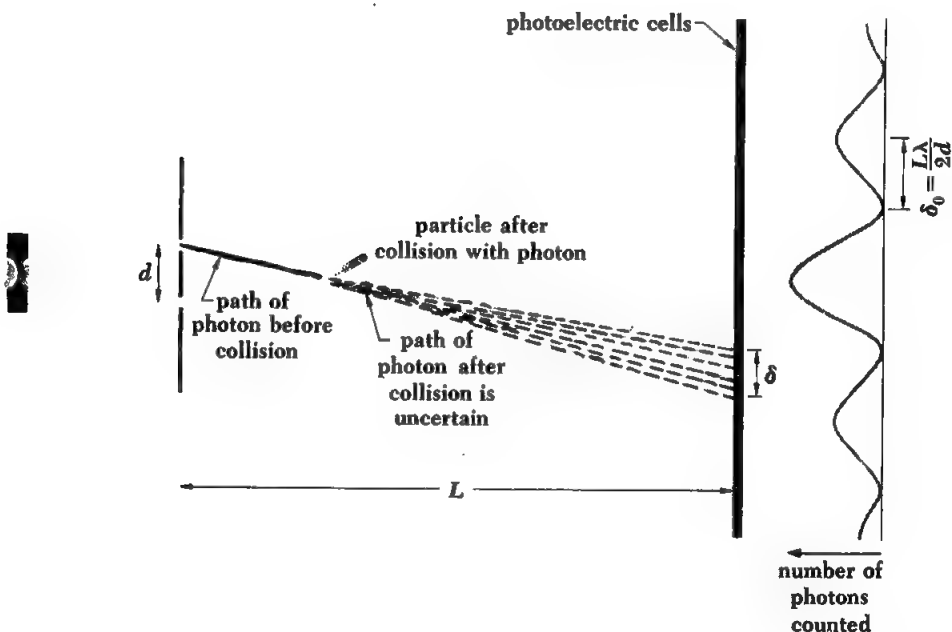
THE WAVE-PARTICLE DUALITY

على الرغم من وفرة التحقيقات العملية لازدواجية الموجات والجسيمات ، فما زال من الصعب علينا أن نفهم كيف ان موجة تتصرف كجسيم وكيف أن جسيماً يتصرف كموجة . ان مبدأ عدم التحديد يعطينا وجهة نظر مهمة لهذه المسألة تساعدنا على وضع النص في نهاية البند (٢ - ٢) بصورة ملموسة أكثر .

في الشكل (٣ - ١٢) ، ضوء محاد بواسطة فتحتين يسقط على شاشة فيها عدد كبير من خلايا ضوئية متجاورة . الخلايا الضوئية تتحسن بالفوتونات عن طريق ظاهرة الكهروضوئية كما لو كانت جسيمات . ومع هذا ، فعندما نرسم عدد الفوتونات الساقطة على كل خلية مع موقع الخلية . نجد أن توزيع الفوتونات يتصف بتداخل موجتين متوافقتين coherent . هذا الشكل ينتج حتى وان كانت شدة الضوء ضعيفة جداً ، إذ يكون سقوط الفوتونات

بمعدل فوتون واحد على الشاشة عند كل لحظة . والمشكلة هي : كيف يمكن لفوتون أن يمر خلال إحدى الفتحتين بينما يتأثر بوجود الفتحة الأخرى ؟ أو بعبارة أخرى : كيف يمكن أن يتداخل الفوتون مع نفسه ؟

إن هذه المشكلة لا تظهر في حالة الموجات المنتشرة في الفضاء ، لكنّها تبدو مهمة لحالة الفوتونات التي تتصرف كما لو كانت جسيمات متمركزة في مناطق صغيرة جداً من الفضاء . إن كل سؤال أو نص علمي يجب أن يصاغ في النهاية بدلالة متغيرات تجريبية . والسؤال الذي في أعلاه يتطلب تحديد أي من الفتحتين مرّ خلالها الفوتون في طريقة إلى الشاشة . دعنا نتصور أننا أدخلنا سحابة من جسيمات صغيرة بين الشاشة والفتحتين ، فوتون يخترق إحدى الفتحتين يصطدم بجسيم مجاور للفتحة حيث يعطيه دفعة نستطيع التحسس بها (الشكل ٣ - ١٢) .



الشكل (٣-١٢) : تجربة غيالية لتحديد أي من الفتحتين قد مرّ خلالها الفوتون في تجربة تداخل الضوء من الفتحتين .

نستطيع معرفة الفتحة التي مرّ بها الفوتون على شرط اننا نستطيع أن نحدد موقع الجسم المندفَع بخطأ Δy لا يزيد عن نصف البعد بين الفتحتين $\frac{d}{2}$ أي :

$$\Delta y < \frac{d}{2}$$

لكن وفق مبدأ عدم التحديد ، الخطأ Δp_y في المركبة y لزخم الجسم :

$$\Delta p_y \geq \frac{\hbar}{\Delta y} > \frac{2\hbar}{d} \quad (٢٧-٣)$$

ويؤدي قانون حفظ الزخم الى نفس هذه القيمة لعدم التحديد في زخم الفوتون. لكن خطأ Δp_y في زخم الفوتون يؤدي الى خطأ :

$$\delta = \frac{\Delta p_y L}{p_x}$$

في موقع سقوطه على الشاشة . ولما كان $p_y \ll p$ (حيث عرض توزيع شدة الاشعة على الشاشة أصغر بكثير من المسافة L) ، لذا فإن $p_x \approx p$ ، وعليه يكون :

$$\delta = \frac{\Delta p_y L}{p}$$

ويحدد زخم الفوتون بطوله الموجي λ وفق المعادلة (٣-١) ،

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\delta = \frac{\Delta p_y \lambda L}{h} \quad \text{وبذلك فإن :}$$

لكن من المعادلة (٢٧-٣) $\Delta p_y > 2\hbar/d$ ، ولذا فإن انحراف موقع الفوتون على الشاشة يكون :

$$\delta = \frac{\lambda L}{\pi d} \quad (٢٨-٣)$$

ومن المعروف في علم البصريات ان المسافة δ_0 بين موقع الشدة العظمى (الخط المضيء) . وموقع الشدة الدنيا (الخط الممتع) في توزيع التداخل هي :

$$\delta_0 = \frac{\lambda L}{2d} \quad (٢٩-٣)$$

هذه المسافة تساوي تقريبا الانحراف الأدنى في موقع الفوتون (المعادلة ٣-٢٨) في عملية تحديد أي الفتحين قد مرّ خلالها الفوتون . ونتيجة التصادمات بين الفوتونات والجسيمات ، نجد الآن أن شكل توزيع الفوتونات على الشاشة مشوش بدلا من أن يكون سلسلة من خطوط مضيئة ومعتمة وعليه لا يمكن مشاهدة التداخل ، والثمن الذي ندفعه لتحديد الفتحة التي مرّ خلالها الفوتون هو تحطيم شكل توزيع التداخل . نستطيع أن نشاهد الصفة الجسيمية والصفة الموجية كلاً على حدة ، لكننا لا نستطيع أن نشاهد كليهما آنياً . (أن استعمال خلية ضوئية لتحديد شكل توزيع التداخل لا يناقض هذا الاستنتاج ؛ ذلك لأنه لا يمكن للخلية الضوئية أن تحدد من أي الفتحين قد أتى الفوتون) .

ولذلك فإن السؤال الذي أثارناه : كيف يمكن للفوتون أن يتداخل مع نفسه ؟ « لا يكون ذا معنى تجريبي » . انّ من المهم ان نميز ما بين سؤالاً مشروعاً ولكن لا نستطيع اجابته لقلة معلوماتنا ، من سؤال صيغته اساساً تناقض التجربة . والسؤال الذي ينبثق عن فصل الازدواجية الموجية-الجسيمية يقع ضمن الاسئلة غير المشروعة ؛ ذلك لتناقضه مع مبدأ عدم التحديد المثبت بصورة نهائية عن طريق تجارب متعددة .

تمارينات

- ١ - جد طول موجة ديبرولي لالكترون سرعته 10^8 m/s
- ٢ - جد طول موجة ديبرولي لبروتون طاقته 1-MeV
- ٣ - اذا علمت أن انصاف أقطار نوى الذرات هي بحدود 10^{-14} m . (أ) جد طاقة الكترون ، مقدرة بالالكترون-فولت ، الذي طوله الموجي 10^{-15} m والذي يمكن بواسطته دراسة تركيب النوى . (ب) أجر نفس الحسابات لحالة النيوترون .
- ٤ - نيوترونات في حالة توازن حراري مع مادة عند درجة حرارة الغرفة (300 K) ، لها معدل طاقة حوالي $\frac{1}{25} \text{ eV}$. (هذه النيوترونات تدعى أحيانا بنيوترونات حرارية) . جد طول موجة ديبرولي لهذه النيوترونات .
- ٥ - اشتق معادلة توضح العلاقة بين طول موجة ديبرولي (بوحدة الانكسروم \AA) لالالكترون وفرق الجهد المعجل V (بوحدة الفولت) .

٦ - اشتق معادلة توضح علاقة طول موجة ديبرولي لجسيم بدلالة طاقته الحركية T وطاقته السكونية m_0c^2 . وإذا كانت $T \gg m_0c^2$ ، قارن بين طول موجة ديبرولي للجسيم وطول موجة فوتون بنفس الطاقة .

٧ - افترض أن الموجات الكهرومغناطيسية هي حالة خاصة لموجات ديبرولي . اثبت أن الفوتونات يجب أن تسير بسرعة c وإن كتلتها السكونية يجب أن تساوى صفراً .

٨ - جد طول موجة ديبرولي لجسيم متحرك وفقاً للخطوات التالية المكافئة لطريقة ديبرولي

الاصلية : تصور جسماً كتلته السكونية m_0 له تردد خاص ν_0 يتحدد بالمعادلة $h\nu_0 = m_0c^2$. يتحرك هذا الجسم بسرعة v بالنسبة لمشاهد . اثبت باستخدامك النظرية النسبية الخاصة ، ان المشاهد يرى موجة تنتشر بسرعة $w = c^2/v$ وبطول موجي h/mv ، حيث $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

٩ - اذا علمت أن سرعة موجات ماء المحيط هي $\sqrt{g\lambda/2\pi}$ ، حيث g هو التمعيل الأرضي . جد سرعة مجموعة الامواج .

١٠ - اذا كانت سرعة الموجات السطحية لسائل تساوي $\sqrt{2\pi/\lambda\rho}$ ، حيث s هو الشد السطحي للسائل و ρ كثافة السائل . جد سرعة مجموعة الامواج لهذه الموجات .

١١ - الكترون طاقته تساوي 1-keV . أجريت تجربة لتحديد موقع وزخم الالكترون بصورة آنية اذا كان الخطأ في تحديد موقع الالكترون هو حوالي 1 Å ، جد الخطأ النسبي في قياس زخم الالكترون .

١٢ - مجهر الكتروني يستخدم الكترونات طاقتها 40-keV . جد قوة تحليل المجهر على افتراض أنها تساوي طول موجة ديبرولي للالكترونات .

١٣ - قارن بين الخطأ في سرعة الكترون والخطأ في سرعة بروتون ، محصورين داخل صندوق طول ضلعه 10-Å .

١٤ - اذا علمت ان دقة قياس الطول الموجي هي بحدود $1/10^6$. جد الخطأ في تحديد موقع فوتون اشعة سينية طوله الموجي 1-Å ، في تجربة لقياس موقع وطول موجة الفوتون آتياً .

١٥ - في لحظة معينة t يتم تحديد موقع الكترون بدقة $\pm 10^{-11}$ m . جد الخطأ في تحديد زخم الالكترون عند نفس اللحظة t ، وجد الخطأ في تحديد زخم الالكترون بعد ثانية واحدة . واذا كان الخطأ الاخير لايساوي $\pm 10^{-11}$ m ، ناقش هذا الاختلاف على أساس وصف الجسم المتحرك كمجموعة موجات .

- ١٦- (أ) ما الوقت اللازم لقياس الطاقة الحركية لالكترون سرعته 10 m/s ، اذا كان الخطأ المسموح في قياس هذه الطاقة أقل من 0.1% ؟ ما المسافة التي يقطعها الالكترون خلال هذه الفترة ؟ (ب) أجر نفس الحسابات لحالة حشرة كتلتها غرام واحد ولها نفس سرعة الالكترون . ماذا تعني لك هذه النتائج ؟
- ١٧- ذرات المواد الصلبة تمتلك طاقة دنيا *zero-point energy* معينة حتى عند درجة حرارة الصفر المطلق ، في حين ليس هناك مثل هذه الطاقة لحالة الجزيئات في غاز مثالي . استخدم مبدأ عدم التحديد لبرهنة هذه الظاهرة .
- ١٨- اثبت أن مبدأ عدم التحديد يمكن وضعه بالصيغة $\Delta L \Delta \theta \geq \hbar$ ، حيث ΔL يمثل الخطأ في تحديد الزخم الزاوي للجسم و $\Delta \theta$ تمثل الخطأ في موقعه الزاوي . (ملاحظة : حل هذه المسألة تصور أن الجسم يتحرك بحركة دائرية) .

فصل الرابع

التركيب الذري

اعتقد منذ قديم الزمان بان المادة على الرغم من كونها تبدو ظاهريا متجانسة ، تتألف من تراكيب دقيقة لا يمكن مشاهدتها بصورة مباشرة . ولم يأخذ هذا الاعتقاد شكله العملي الا قبل قرن ونصف . فبذ ذلك الوقت تم اثبات وجود ودراسة مكونات المادة من الذرات والجزيئات ، وتراكيب هذه الجسيمات من الالكترونات والبروتونات والنيوترونات . ينصب اهتمامنا في هذا الفصل وفي فصول لاحقة على دراسة الذرات التي صفاتها تكاد تجسد بصورة كلية العالم المحيط بنا .

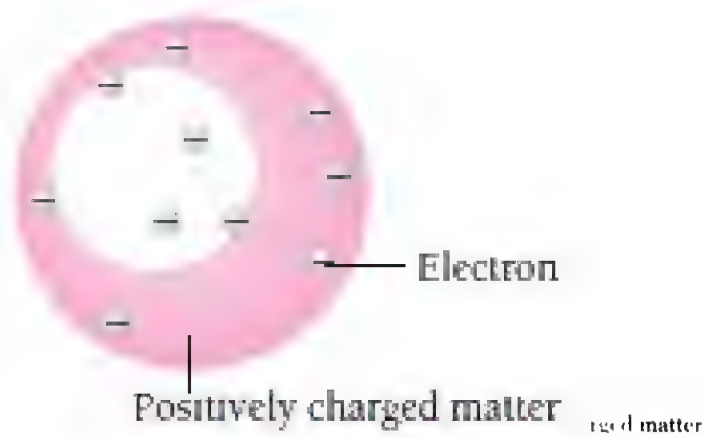
ان كل ذرة تتكون من نواة صغيرة تتألف من بروتونات ونيوترونات وعلى مسافة منها هناك عدد من الالكترونات . وربما يتصور احد ان الالكترونات تدور حول النواة كدوران الكواكب حول الشمس . لكن هذه النظرة في الحقيقة تتعارض مع النظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية . اذ حسب هذه النظرية ، ان الكترونا يسير بحركة دائرية ييثر باستمرار طاقة كهرومغناطيسية ، وبذلك يكون المدار غير مستقر . ولحل لغز الذرة اقترح ناييل بور Bohr عام 1913 ، فكرة كمية لدراسة التركيب الذري . وحصل بور على صورة للذرة التي هي . مع عدم كمالها وابدالها بنظرية كمية أكثر دقة وفائدة ، تشكل لحد الآن صورة جيدة تساعدنا على فهم بعض صفات الذرات . ومع اننا بصورة عامة لا نميل في هذا الكتاب الى دراسة موسعة للفرضيات المهمة ، فسوف ندرس نظرية بور لذرة الهيدروجين ببعض التفصيل لانها تمثل حلقة الوصل بين النظرية الكلاسيكية والنظرية الكمية الدقيقة للذرات . ان دراستنا لنظرية بور سوف تختلف نوعا ما عن صيغتها الاصلية ، لكن من دون تغيير في نتائجها .

٤ - ١ النظريات الذرية : ATOMIC MODELS

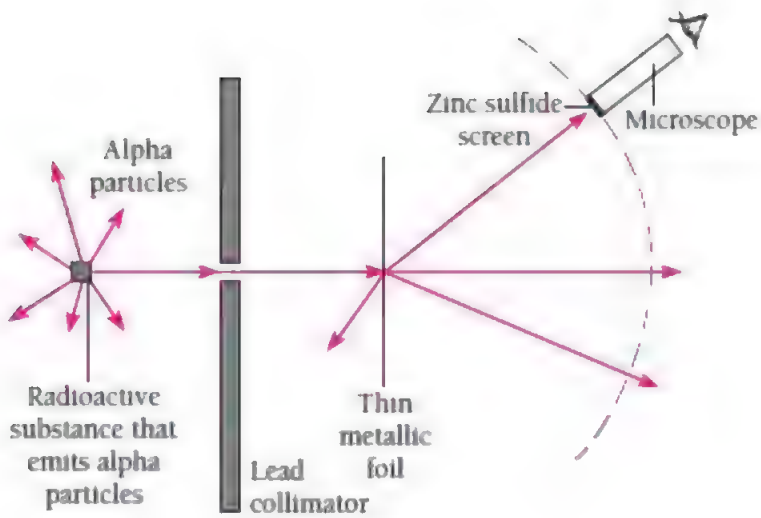
اعتمد العلماء في القرن التاسع عشر النظرية الذرية للمواد ، في الوقت الذي لم يكن تركيب الذرات نفسها معروفا . ان اكتشاف الالكترون وثم الاستنتاج بان جميع الذرات تحوي الكترونات ، قد ساعد على فهم التركيب الذري . تمتلك الالكترونات شحنات سالبة ، ولكن الذرات ككل متعادلة كهربائيا . ولذا يجب ان تحوي كل ذرة كمية كافية من الشحنات الموجبة لتعادل الشحنات السالبة للالكترونات . ومن ناحية أخرى ، ان الالكترونات أخف آلاف المرات من الذرة ككل ، وهذا يعني ان المكونات الموجبة للذرات تكون تقريبا مسؤولة كليا عن كتلة الذرات . وكان يبدو لأول وهلة أن اقترح ثومسن J. J. Thomson عام 1898 ، الذي ينص على ان الذرات هي أجسام كروية منتظمة تحمل شحنات موجبة مرصعة بالالكترونات السالبة ، معقولاً . (لاحظ الشكل ٤-١) وعلى الرغم من أهمية مسألة الذرة فلم تتم دراسة تجريبية لأنموذج ثومسن الا بعد مرور ثلاثة عشر عاما من تقديمها . وكما سنرى قريبا ، فان التجارب قد اوضحت خطأ هذا الانموذج ، وعليه فان التركيب الذري لا ينسجم مع توقعات الفيزياء الكلاسيكية .

ان طريقة مباشرة لدراسة التركيب الداخلي لأنموذج ثومسن هي دراسة تفاعل هذه الذرات مع جسيمات أخرى دقيقة مشحونة . وبناء على توجيه من العالم أرنيست راذرفورد Ernest Rutherford قام كل من كايكر ومارسدين Geiger and Marsden عام 1911 بتجربة تستخدم بها جسيمات ألفا *alpha particles* المنبعثة من العناصر المشعة ، كأداة فاحصة لتركيب الذرة . جسيمات ألفا هي ذرات الهليوم التي فقدت الكترونين وبالتالي غدت مشحونة بشحنة $+2e$ ، وسندرس منشأ وصفات هذه الجسيمات بالتفصيل في فصول لاحقة . لقد وضع كايكر ومارسدين مصدرا لجسيمات ألفا خلف حاجز من الرصاص فيه فتحة صغيرة ، وبذلك حصلا على حزمة ضيقة من هذه الجسيمات (لاحظ الشكل ٤-٢) . سلطت هذه الحزمة على طبقة رقيقة من الذهب ، وكانت هناك شاشة مطلية بمادة كبريتات الزنك في الجهة الثانية من الهدف تبعث ومضة ضوئية كلما سقطت عليها جسيمة ألفا .

كان من المتوقع حسب أنموذج ثومسن ، بان معظم جسيمات ألفا تخترق الصفيفة الذهبية بدون انحراف ، في حين جزءا قليلا منها يعاني بعض الانحراف . هذه الصفة تنتج من كون ان الشحنات الموجبة والسالبة في ذرة ثومسن منتشرة بصورة متجانسة تقريبا في جميع حيز الذرة ، ولذلك ينتج مجال كهربائي ضعيفا جدا ، الذي لا يستطيع ان



الشكل (٤-١) : أنموذج ثومسن للذرة .



الشكل (٤-٢) : تجربة راذرفورد

يحدث تغيرا كبيرا في زخم جسيمات ألفا . وعليه فان جسيمات ألفا لا تنحرف كثيرا عن مسلكها الاصلي .

ان النتيجة التي حصل عليها كايكرومارسدين هي ان معظم جسيمات ألفا قد استمرت بدون انحراف . ولكن هناك عدداً من الجسيمات عانت انحرافات كبيرة جدا بصورة غير متوقعة . والحقيقة هي انه قد لوحظ ان بعض الجسيمات قد ارتدت بالاتجاه المعاكس بالنسبة للاتجاه الاصلي . ولما كانت جسيمات ألفا ثقيلة نسبيا (أثقل بحوالي 7,000 مرة من كتلة الالكترون) وان الجسيمات المستخدمة في التجربة سريعة جدا . فنستنتج أنه يجب ان تكون هناك قوة كبيرة جدا تؤثر على قسم من جسيمات ألفا لتسبب الانحرافات الكبيرة . ولتفسير هذه النتائج . تصور راذرفورد بان الذرة متكونة من نواة صغيرة جدا موجبة الشحنة كتلتها تساوي تقريبا كتلة الذرة الكلية . في حين تكون الالكترونات على مسافات بعيدة عنها (لاحظ الشكل ٤-٣) . ويتصوره ان الذرة هيكلًا فارغا تقريبا . نستطيع ان نفهم لماذا لا تعاني معظم جسيمات ألفا انحرافا عند اختراقها صفيحة الذهب . ومع هذا . فعندما تقترب جسيمة ألفا من نواة الذرة . تعاني مجالاً كهربائياً شديداً جداً يسبب انحرافاً كبيراً للجسيمة عن مسلكها الاصلي . نلاحظ انه لكون الكترونات الذرة خفيفة جدا . فانها لا تؤثر تقريبا على مسار جسيمات ألفا الساقطة .

الشكل (٤-٣) : نموذج راذرفورد



ان تقديرات عددية بسيطة لشدة المجال الكهربائي توضح لنا الفارق الكبير بين أنموذج ثومسن وأنموذج راذرفورد للذرة. ولو افترضنا ان الشحنة الموجبة في ذرة الذهب في أنموذج ثومسن منتشرة بصورة متجانسة في جميع حيز الذرة، واهملنا تأثير الالكترونات السالبة، لوجدنا ان أقصى قيمة لشدة المجال الكهربائي في هذه الذرة حوالي 10^{13} V/m . ومن ناحية اخرى، لودرسنا شدة المجال الكهربائي على سطح نواة ذرة الذهب لراذرفورد، لوجدناه يزيد على 10^{21} V/m ، اي هو أكبر بحوالي 10^8 مرة من شدة المجال الكهربائي في أنموذج ثومسن. ان هذا المجال الكهربائي الشديد يستطيع ان يولد انحرافا كبيرا في مسار جسيمات ألفا السريعة التي تقترب من نواة الذرة، على حين لا يستطيع المجال الكهربائي الضعيف في ذرة ثومسن ان يولد مثل هذه الانحرافات.

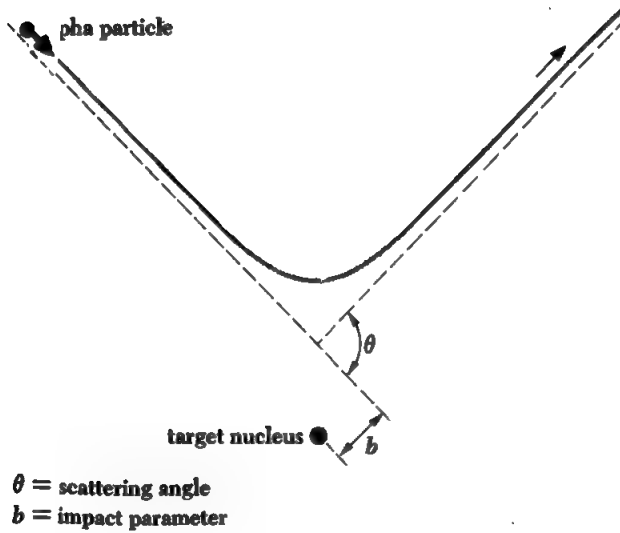
ان تجربة كايكرومارسدين وتجارب اخرى من نفس النوع، ادت الى معلومات كثيرة عن نوى الذرات. فلما كان مقدار تشتت جسيمات ألفا يعتمد على قيمة شحنة النواة، فان مقارنة تشتت هذه الجسيمات بواسطة صفائح مختلفة يعطينا تقديرا لشحن نوى الذرات المكونة لتلك الصفائح. وقد وجد من خلال هذه الدراسة ان نوى ذرات جميع النظائر لعنصر element لها نفس الشحنة، وان هذه الشحنة تزداد بصورة منتظمة من عنصر الى آخر في الجدول الذري الدوري. والشحنة النووية تظهر دائما بصورة مضاعفات $+e$. ان عدد وحدات الشحنات الموجبة في نواة عنصر يدعى اليوم بالعدد الذري للعنصر *atomic number*. ونعرف الان ان البروتونات التي شحنة كل منها $+e$ ، هي المسؤولة عن الشحنة الموجبة للنواة. ولذلك فالعدد الذري للعنصر يساوي عدد البروتونات في نوى ذرات العنصر.

ALPHA-PARTICLE SCATTERING

* تشتت جسيم ألفا

استنتج راذرفورد معادلة لحساب تشتت جسيمات ألفا بواسطة صفيحة رقيقة، على أساس الأنموذج الذري الذي اقترحه. هذه المعادلة أظهرت تطابقاً جيداً مع النتائج العملية. ان اشتقاق هذه المعادلة يتضمن تطبيقاً لقوانين الفيزياء الاساسية بالاضافة الى ادخال فكر جديدة لمساحة مقطع التفاعل *interaction cross section* التي هي ذات فائدة مهمة في الفيزياء الحديثة. لقد افترض راذرفورد بأن كلاً من جسيمة ألفا ونواة الذهب صغيرة جداً، بحيث يمكن اعتبارها جسيمات ذات كتل وشحنات نقطية، وأن قوة التنافر الالكتروستاتيكية بين النواة وجسيمة ألفا كلاهما ذات شحنة موجبة (

هي القوة الوحيدة المؤثرة بين الجسيمين . بالإضافة الى ذلك أعتبر راذرفورد ان كتلة النواة أكبر بكثير من كتلة جسيمة ألفا ، بحيث أن النواة تبقى ساكنة خلال عملية التفاعل (التصادم) : وبما أن القوة الالكتروستاتيكية تتغير على شكل $1/r^2$ ، حيث r المسافة الآتية بين جسيمة ألفا والنواة ، لذا فإن مسار جسيمة ألفا يكون على شكل قطع زائد hyperbola بؤرتيه الخارجية تكون عند النواة (الشكل ٤ - ٤) . نعرف بعد التصادم $impact parameter$ أصغر مسافة تصلها جسيمة ألفا من النواة لو أستمريت باتجاهها الأصلي من دون انحراف ، ونعرف زاوية التشتت $scattering angle$ ، بأنها الزاوية بين محاذي مسار جسيمة ألفا الأصلي ومحاذي مسارها بعد الانحراف. وعلمنا أولاً أن نلاحظ العلاقة بين θ ، b



الشكل (٤ - ٤) : تشتت راذرفورد .

انه بفعل الدفعة $\int F dt$ المسلطة من قبل النواة على جسيمة ألفا ، يتغير زخم الجسيمة بمقدار Δp من الزخم الابتدائي P_1 الى الزخم النهائي P_2 ، حيث

$$\Delta p = P_2 - P_1 = \int F dt$$

على حين حسب الفرضية السابقة ، تبقى النواة ساكنة خلال تشتت جسيمة ألفا . وعليه تبقى الطاقة الحركية لجسيمة ألفا نفسها قبل وبعد التشتت ، ونتيجة لذلك فإن

القيمة المطلقة للزخم تبقى ثابتة أيضاً . أي أن $p_1 = p_2 = mv$ وحيث v هي السرعة الابتدائية لجسيمة ألفا باستخدام قانون الجيب . نلاحظ من الشكل (٤ - ٥) أن :

$$\frac{\Delta p}{\sin \theta} = \frac{mv}{\sin \frac{(\pi - \theta)}{2}}$$

لكن

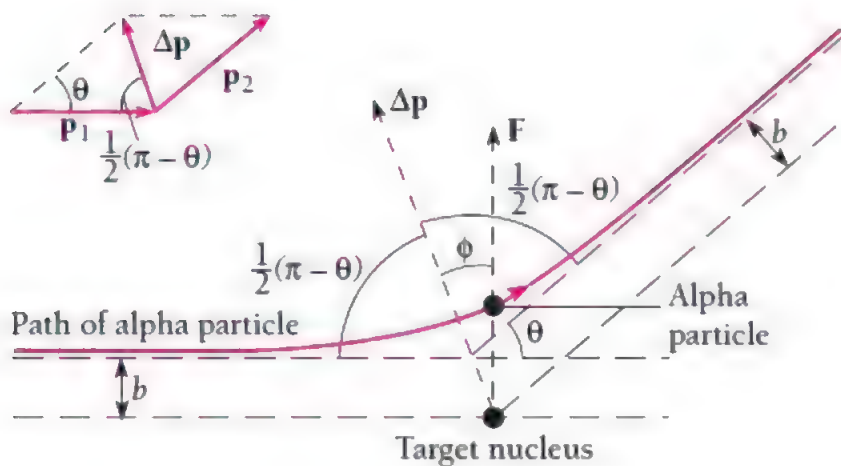
$$\sin \frac{1}{2}(\pi - \theta) = \cos \frac{\theta}{2}$$

و

$$\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

لذا يكون تغير الزخم :

$$\Delta p = 2mv \sin \frac{\theta}{2} \quad (٤ - ٢)$$



الشكل (٤ - ٥) العلاقات الهندسية في تشتت راذرفورد .

وبما أن اتجاه الدفعة $\int F dt$ هو باتجاه تغير الزخم Δp . نجد أن القيمة المطلقة للدفعة هي

$$\int F dt = \int F \cos \phi dt \quad (٤ - ٣)$$

وحيث أن ϕ هي الزاوية بين القوة الآتية F والتغير الكلي في الزخم dp . فسنجد بتعويض المعادلتين (٤ - ٢) و (٤ - ٣) في المعادلة (٤ - ١) أن :

$$2mv \sin \frac{\theta}{2} = \int_0^{\infty} F \cos \phi \, dt$$

وعند تحويل متغير التكامل t الى المتغير ϕ . تتغير حدود التكامل (من ٠ الى ∞) الى (من $-\frac{1}{2}(\pi - \theta)$ الى $+\frac{1}{2}(\pi - \theta)$) . اللذين يمثلان قيمة ϕ عند $t = 0$ و $t = \infty$. على التوالي أي أن :

$$2mv \sin \frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} F \cos \phi \frac{dt}{d\phi} d\phi \quad (٤ - ٤)$$

ان الكمية $d\phi/dt$ هي السرعة الزاوية الآتية ω لجسيمة الفا حول النواة (لاحظ الشكل ٤ - ٥) . ولكن القوة الالكتروستاتيكية المسلطة من قبل النواة على جسيمة الفا تكون بالاتجاه الشعاعي radial direction . ولذا فان جسيمة الفا لاتعاني من عزم يغير زخمها الزاوي $m\omega r^2$ هذا يعني أن

$$\begin{aligned} m\omega r^2 &= \text{constant} \\ &= mr^2 \frac{d\phi}{dt} \\ &= mvb \end{aligned}$$

من هذه نجد

$$\frac{dt}{d\phi} = \frac{r^2}{vb}$$

بالتعويض عن $dt/d\phi$ في المعادلة (٤ - ٤) نحصل

$$2mv^2b \sin \frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} Fr^2 \cos \phi \, d\phi \quad (٥ - ٤)$$

ان F في هذه المعادلة هي القوة الالكتروستاتيكية الآتية المسلطة من قبل النواة على الجسيمة الفا . ان شحنة النواة هي Ze . في حين ان شحنة جسيمة الفا هي $2e$ ولذلك

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2}$$

وبالتعويض في المعادلة الأخيرة نجد

$$\frac{4\pi\epsilon_0 m v^2 b}{Z e^2} \sin \frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} \cos \phi \, d\phi$$

$$= 2 \cos \frac{\theta}{2}$$

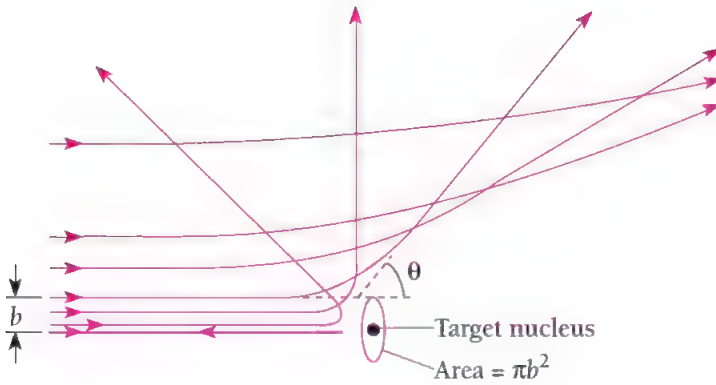
ومن هذه المعادلة نجد علاقة تغير زاوية التشتت θ مع بعد التصادم b

$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{2\pi\epsilon_0 m v^2}{Z e^2} b$$

ومن الملائم ان نكتب هذه العلاقة بدلالة الطاقة الحركية T لجسيمة الفا . حيث نحصل

$$\cot \frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\epsilon_0 T}{Z e^2} b \quad (٦-٤)$$

الشكل (٦-٤) يوضح المعادلة (٦-٤) بصورة بيانية . نلاحظ أن θ تنقص بسرعة بزيادة b . ولكي نحصل على انحراف كبير ، يجب أن تكون b صغيرة جداً .



الشكل (٦-٤) : زاوية التشتت تقل كلما زاد بعد التصادم .

٤ - ٣ معادلة تشتت راذرفورد THE RUTHERFORD SCATTERING FORMULA

لا يمكننا ان نستخدم المعادلة (٤ - ٦) تجريبيا بصورة مباشرة ، لأنه ليس هناك وسيلة للتحكم ببعده التصادم b . علينا ان نستخدم طريقة غير مباشرة لدراسة التشتت . نلاحظ أولا انه لو اقتربت جسيمة الفا من نواة الهدف ببعده تصادم محصور بين 0 و b فانها ستتشتت بزاوية θ أو أكبر . حيث θ تعتمد على b تبعاً للمعادلة (٤ - ٦) . وهذا يعني ان جسيمة الفا المتوجهة في البداية نحو مساحة πb^2 حول النواة ، ستتشتت بزاوية θ أو أكبر (الشكل ٤ - ٦) . ولذلك فان المساحة πb^2 تدعى بمساحة مقطع التفاعل الذي يؤدي الى انحراف أكبر أو يساوي θ . ان الرمز الشائع لمساحة مقطع التفاعل هو σ ، أي :

$$\sigma = \pi b^2$$

(٤ - ٧)

لكن علينا ان نتذكر ان جسيمة الفا تشتت قبل ان تكون بجوار النواة ، وعليه فان جسيمة الفا ذات بعد تصادم b لا تخترق المساحة πb^2 حول النواة نفسها .

لندرس صفيحة سمكها t تحوي على n ذرة لوحدة الحجم ، وبذلك فان عدد النوى لوحدة المساحة من الصفيحة يساوي nt . ولذا فان حزمة جسيمات الفا تسقط على مساحة A من الصفيحة ستلاقي ntA نواة . ان المقطع الكلي المؤثر للتشتت بزاوية θ أو أكبر يساوي حاصل ضرب ntA في مقطع التفاعل لكل نواة ، أي $ntA\sigma$. وعليه فالنسبة f لعدد جسيمات الفا المشتتة بزاوية θ أو أكبر الى العدد الكلي لجسيمات الفا الساقطة هي $ntA\sigma$

أي

$$f = \frac{\text{عدد جسيمات الفا المشتتة بزاوية } \theta \text{ أو أكبر}}{\text{العدد الكلي لجسيمات الفا الساقطة}} \\ = \frac{\text{المساحة الكلية المؤثرة للتشتت}}{\text{مساحة الهدف}}$$

$$= \frac{ntA\sigma}{A}$$

$$= nt\pi b^2$$

وبالتعويض عن b من المعادلة (٤ - ٦) ، نحصل

$$f = \pi n t \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T} \right)^2 \cot^2 \frac{\theta}{2} \quad (٤ - ٨)$$

لاحظ في حساباتنا السابقة كنا قد افترضنا أن صفيحة الهدف هي رقيقة جداً . حيث مقاطع التفاعل للنوى المتجاورة لاتتداخل فيما بينها . وعليه فإن جسيمة الفا تكتسب الانحراف من تفاعلها مع نواة واحدة .

دعنا نستخدم المعادلة (٤ - ٨) لايجاد نسبة جسيمات الفا التي طاقتها 7.7-MeV والتي تشتت بزاوية 45° أو أكبر . عندما تسقط على صفيحة ذهبية سمكها $3 \times 10^{-7} \text{ m}$. (ان هذه القيم تمثل فيما نموذجية لطاقة جسيمات الفا وسمك الصفيحة المستخدمة من قبل كايكروماسدين .) على سبيل التوضيح ان قطر شعرة في رأس انسان هي 10^{-4} m . نحسب اولاً عدد الذرات لوحدة الحجم في الصفيحة الذهبية من العلاقة .

$$\frac{\text{عدد الذرات}}{\text{الحجم}} = \frac{\left(\frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}} \times \frac{\text{عدد الذرات}}{\text{كيلو مول}} \right)}{\left(\frac{\text{الكتلة}}{\text{كيلو مول}} \right)}$$

$$n = \frac{N_0 \rho}{w}$$

حيث N_0 عدد افكادرو . ρ كثافة الذهب و w الوزن الجزيئي . ولما كان $N_0 = 6.03 \times 10^{26}$

$$w = 197 \text{ kg/kmol} \quad \rho = 1.93 \times 10^4 \text{ kg/m}^3 \quad \text{atoms/kmol}$$

$$n = \frac{6.03 \times 10^{26} \text{ atoms/kmol} \times 1.93 \times 10^4 \text{ kg/m}^3}{197 \text{ kg/kmol}} \quad \text{فاننا نجد :}$$

$$= 5.91 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3$$

ان العدد الذري Z للذهب هو 79 . والطاقة المركبة 7.7 MeV تساوي $1.23 \times 10^{-12} \text{ J}$ على حين في المثال الحالي $\theta = 45^\circ$. وبالتعويض في المعادلة (٤ - ٨) نجد :

$$f = 7 \times 10^{-5}$$

وهذه الكمية تمثل نسبة عدد جسيمات الفا المشتتة بزاوية 45° أو أكثر . الى العدد الكلي لجسيمات الفا . ان هذه النسبة تشكل أقل من 0.007% . وعليه فإن الصفيحة المستخدمة تكاد ان تكون شفافة لجسيمات الفا الساقطة .

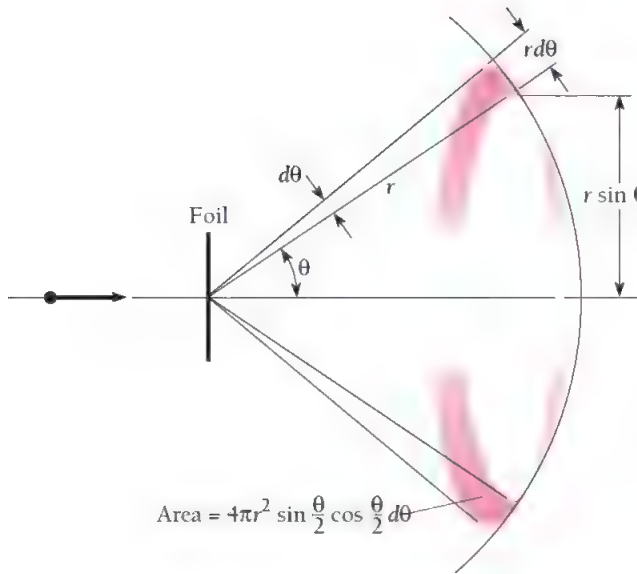
عملياً . يوضع كاشف لجسيمات الفا يتحسس بالجسيمات المشتتة بزوايا محصورة بين θ و $\theta + d\theta$. كما في الشكل (٤ - ٧) . يمكننا الحصول على نسبة جسيمات الفا

المشتتة عند هذه الزوايا ذلك بتفاضل المعادلة (٧-٤) بالنسبة لـ θ . حيث نحصل على :

$$df = -\pi n t \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T} \right)^2 \cot \frac{\theta}{2} \csc^2 \frac{\theta}{2} d\theta \quad (٩ - ٤)$$

حيث ان الإشارة السالبة تشير الى الحقيقة بان f تتناقص بزيادة θ . في التجربة . نوضع شاشة متفلورة على مسافة r من الصفيفة . حيث يتم التحسس بجسيمات الفا المشتتة بواسطة الومضات scintillations المتولدة عنها على الشاشة . ان جسيمات الفا المشتتة بين θ و $\theta + d\theta$ تخترق حلقة عرضها $rd\theta$ على سطح كروي نصف قطره r . ان نصف قطر الحلقة نفسها هو $r \sin \theta$ ، وعليه فان مساحة الشاشة dS التي تستلم تلك الجسيمات هي :

$$\begin{aligned} dS &= (2\pi r \sin \theta)(rd\theta) \\ &= 2\pi r^2 \sin \theta d\theta \\ &= 4\pi r^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta \end{aligned}$$



الشكل (٧-٤) : في تجربة راذرفورد . يتم التحسس بعدد تلك الجسيمات المشتتة بزوايا بين θ و $\theta + d\theta$

ولو كان N_i هو العدد الكلي لجسيمات الفا الساقطة على الصفيحة . لكان عدد الجسيمات المنتشرة خلال الزاوية $d\theta$ عند θ هو $N_i df$ العدد $N(\theta)$ الذي يمثل عدد الجسيمات المنتشرة عند زاوية θ لوحدة المساحة من السطح الكروي ، هو :

$$N(\theta) = \frac{N_i |df|}{dS}$$

$$= \frac{N_i \pi n t \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T} \right)^2 \cot \frac{\theta}{2} \csc^2 \frac{\theta}{2} d\theta}{4\pi r^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta}$$

معادلة راذر فور د للتشتت $N(\theta) = \frac{N_i n t Z^2 e^4}{(8\pi\epsilon_0)^2 r^2 T^2 \sin^4 (\theta/2)}$ (١٠ - ٤)

ان هذه المعادلة تدعى بمعادلة راذر فور د للتشتت .

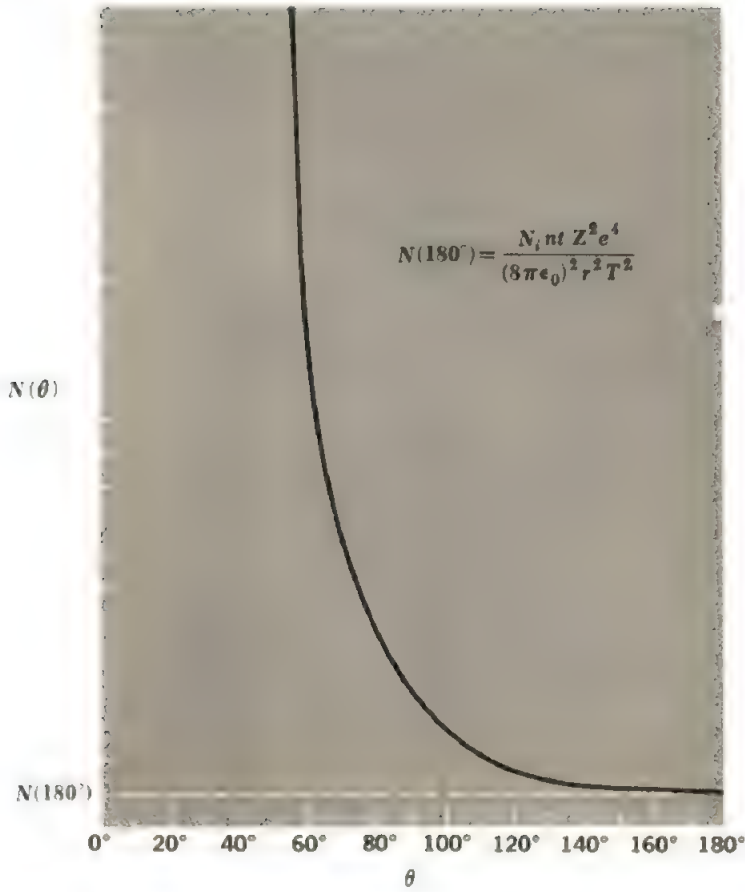
وبناء على المعادلة (١٠ - ٤) ، يتناسب عدد جسيمات الفا المنتشرة لوحدة المساحة من الشاشة المتفلورة عند الزاوية θ : $N(\theta)$ ، طرديا مع كل من سمك الصفيحة t وعدد الذرات لوحدة الحجم في الصفيحة n ، ومربع العدد الذري Z للذرات الصفيحة . والعدد $N(\theta)$ يتناسب عكسياً مع كل من مربع الطاقة الحركية T لجسيمات الفا و $\sin^4 (\theta/2)$. ان هذه الاستنتاجات تتفق مع قياسات كايكرومارسدين . بذلك استنتج راذر فور د صحة فرضيته بان الذرات تتكون من نوى موجبة متركزة ، تحيط بها سحابة من الشحنات السالبة البعيدة نسبياً . وعليه اعتبر راذر فور د مكتشف نواة الذرة . الشكل (٨ - ٤) يوضح تغير $N(\theta)$ مع θ .

٤ - ٤ الابعاد النووية : NUCLEAR DIMENSIONS

بقولنا في تحليل راذر فور د : ان نوى الذرات هي اجسام نقطية ، نعني بذلك في الحقيقة ان ابعاد هذه النوى صغيرة جداً بالمقارنة مع اصغر مسافة تصلها جسيمة الفا من النواة . عليه فان تجربة راذر فور د تساعدنا على ايجاد الحد الاعلى upper limit لنصف قطر النواة

دعنا نحسب اقرب مسافة r_0 تصلها جسيمة الفا من النواة . ان هذه المسافة تعود الى الحالة فيها $b = 0$. الذي يمثل تصادماً مباشراً head-on يتبعه تشتت براويزة 180° . فعند المسافة r_0 تتحول الطاقة الحركية الابتدائية T كلياً الى طاقة الكروستاتيكية

كامنة ، حيث :



الشكل (٨-٤) : تشتت راذر فورد .

$$T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r_0} \quad (١١-٤)$$

في هذه المعادلة قد عوضنا عن شحنة جسيمة ألفا بـ $2e$ وشحنة النواة بـ Ze عليه

$$r_0 = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T}$$

أعلى طاقة T لجسيمات ألفا المنبعثة من نوى مشعة هي 7.7 MeV هذه تعادل

$$7.7 \times 10^6 \text{ eV} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV} = 1.2 \times 10^{-12} \text{ J}$$

بما أن $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2$ لذلك

$$r_0 = \frac{2 \times 9 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2 \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2 Z}{1.2 \times 10^{-12} \text{ J}}$$

$$= 3.8 \times 10^{-16} Z \text{ m}$$

ان العدد الذري لذرة الذهب هو $Z = 79$ نجد من هذا أن

$$r_0(\text{Au}) = 3.0 \times 10^{-14} \text{ m}$$

في تجربة تشتت راذرفورد وجد أن تشتت جسيمات ألفا ذات طاقة 7.7 MeV بواسطة ذرات الذهب يتفق تماما مع معادلة راذرفورد التي تعتمد على أن شحنة النواة متمركزة في حيز صغير جدا لم تصله جسيمة ألفا . لذلك فإن القيمة $3.0 \times 10^{-14} \text{ m}$ تمثل الحد الأعلى لنصف قطر نواة الذهب . يتضح بذلك أن نصف قطر نواة الذهب هو أصغر بكثير من $1/10,000$ من نصف قطر الذرة ككل .

في السنوات الأخيرة أمكن تعجيل جسيمات الى طاقات أعلى بكثير من 7.7 MeV . حيث وجد أن معادلة راذرفورد تخفق في تفسير تشتت هذه الجسيمات . سوف تناقش هذه التجارب مع المعلومات المستنبطة منها بالتفصيل في الفصل الحادي عشر .

٤ - ٥ المدارات الالكترونية ELECTRON ORBITS

ان النموذج راذرفورد للذرة المثبت عمليا . يفترض أن الذرة تتكون من نواة ثقيلة موجبة متمركزة في حيز صغير جدا في مركز الذرة . تحيط بها الكترونات كافيه على مسافة كبيرة نسبيا . حيث تظهر الذرة ككل متعادلة ، في حين افترض ثومسن في إنموذجه للذرة . أن الالكترونات محشوة في الشحنة الموجبة . لذلك فإنها غير قادرة على التحرك . والالكترونات في إنموذج راذرفورد يجب أن تكون متحركة . ذلك لأنها لاتستطيع المحافظة على حالة استقرارها بوجود القوة الكهروستاتيكية تجذبها نحو النواة . ومن ناحية أخرى (عدا وجود التأثيرات الكهرومغناطيسية) . يمكن للالكترونات أن تسير بحركة أهليجية مستقرة حول النواة كحركة الكواكب حول الشمس (الشكل ٤ - ٩) .

دعنا ندرس الحالة الكلاسيكية لذرة الهيدروجين . هذه الذرة هي أبسط الذرات لكونها تحوي على إلكترون واحد . وللسهولة نفترض أن مدار الإلكترون دائري كحالة خاصة للمدار الأهليجي .

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

انه القوة المركزية :

التي تجعل الإلكترون يدور بالحركة الدائرية . تتولد من القوة الالكتروستاتيكية بين النواة والإلكترون . والتي تساوي :

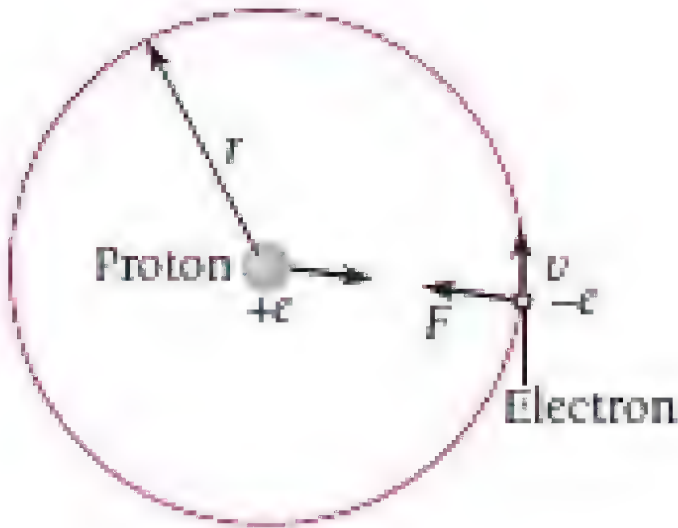
$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

وللحصول على مدار مستقر . يجب أن تكون

$$F_c = F_e$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

(١٢ - ٤)



الشكل (٤-٩) : توازن القوى في ذرة الهيدروجين

ولذلك تعتمد سرعة الإلكترون v على نصف قطر المدار r حسب العلاقة

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}} \quad (٤ - ١٣)$$

الطاقة الكلية E للإلكترون في ذرة الهيدروجين هي مجموع الطاقة الحركية

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

والطاقة الكامنة

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

(الإشارة السالبة تعني أن القوة المسلطة على الإلكترون هي باتجاه $-r$. ولذا :

$$\begin{aligned} E &= T + V \\ &= \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \end{aligned}$$

وبالتعويض عن v من المعادلة (٤ - ١٢) ، نجد أن

$$\begin{aligned} E &= \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \\ &= -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \end{aligned} \quad (٤ - ١٤)$$

وهذه المعادلة توضح أن الطاقة الكلية للإلكترون في الذرة هي سالبة . وهذه النتيجة ضرورية كي يبقى الإلكترون مرتبطاً بالذرة . ولو كانت E أكبر من الصفر ، لأمتلك الإلكترون طاقة كافية لينفصل كلياً عن مجال تأثير النواة .

تشير التجارب العملية أنه علينا أن نوفر 13.6 eV لفصل الإلكترون عن البروتون في ذرة الهيدروجين . أي أن طاقة الترابط binding energy لذرة الهيدروجين هي -13.6 eV ولما كان $2.2 \times 10^{-18} \text{ J} = 13.6 \text{ eV}$ فنجد من المعادلة (٤ - ١٤) أن نصف قطر مدار الإلكترون في ذرة الهيدروجين يساوي

$$\begin{aligned} r &= -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 E} \\ &= -\frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{8\pi \times 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m} \times (-2.2 \times 10^{-18} \text{ J})} \\ &= 5.3 \times 10^{-11} \text{ m} \end{aligned}$$

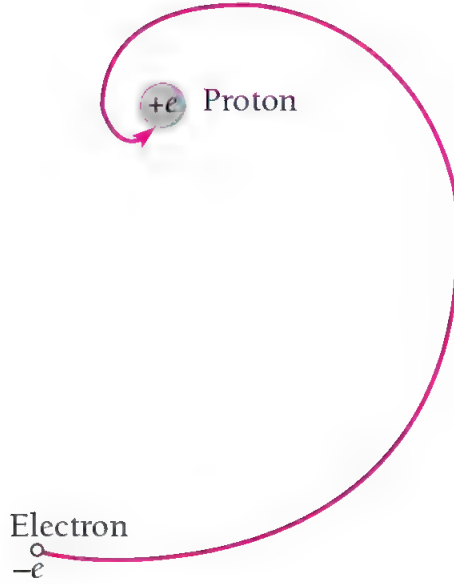
وهذه القيمة لنصف قطر الذرة تتفق مع القيمة المستنبطة من طرق أخرى .
 ان التحليلات السابقة هي تطبيقات مباشرة لقوانين نيوتن Newton في الحركة وقانون كولوم Coulomb للقوة الالكتروستاتيكية ، اللذين يشكلان دعائم الفيزياء الكلاسيكية .
 هذه التحليلات تتفق مع الملاحظات العملية بأن الذرة هي هيكل مستقر . ومن ناحية أخرى ، فإن هذه التحليلات لا تأخذ بنظر الاعتبار نتائج النظرية الكهرومغناطيسية ، التي تمثل دعامة أخرى للفيزياء الكلاسيكية ، اذ أنه حسب هذه النظرية ، شحنة متعجلة تبعث طاقة على شكل موجات كهرومغناطيسية electromagnetic waves . والكثرون متحرك في فلك منحني يكون في حالة تعجيل ، ولذلك يجب أن يفقد باستمرار طاقة تجعله يسير بمسار حلزوني نحو النواة (الشكل ٤ - ١٠) .

ان توقعات النظرية الكهرومغناطيسية تتفق مع كثير من النتائج العملية الكلاسيكية . ومع هذا ، فانها لا تتفق مع وجود الذرة في حالة مستقرة . هذا التناقض يجب أن يعني شيئاً واحداً : قوانين الفيزياء المثبتة صحتها في العالم الكبير macroscopic world لا تكون صحيحة في العالم الدقيق microscopic للذرات .

أما سبب فشل قوانين الفيزياء الكلاسيكية في تفسير التركيب الذري فهو كون هذه القوانين تعالج الأشياء على أنها أما موجات أو جسيمات من دون أي ازدواجية . وقد بينا في الفصلين السابقين ، ان الجسيمات والموجات لها صفات كثيرة مشتركة . والحقيقة هي أن صغر ثابت بلانك Planck يجعل الازدواجية الجسيمية الموجية غير واضحة في العالم الكبير .

صحة الفيزياء الكلاسيكية تقل كلما صغرت أبعاد النظام تحت الدرس . ولكي نفهم التركيب الذري علينا أن نأخذ بنظر الاعتبار الازدواجية الجسيمية الموجية . سوف ندرس في بقية هذا الفصل كيف أن النموذج بور للتركيب الذري ، الذي يجمع ما بين الفيزياء الكلاسيكية والفيزياء الحديثة ينجز جزء من هذه المهمة . وسنحصل على جواب كامل للتركيب الذري بتطبيق الميكانيك الكمي ، الذي لا يشير الى قوانين الفيزياء الكلاسيكية .

هناك سؤال هام يطرح نفسه . في اشتقاقنا لمعادلة رادرفورد للتشتت كنا قد استعملنا نفس القوانين الكلاسيكية التي فشلت في تفسير التركيب الذري . وعليه ، فهل من الممكن أن تكون معادلة رادرفورد للتشتت غير صحيحة ، وبالتالي فإن الذرة لا تأخذ الشكل المقترح من قبل رادرفورد بأنها تتكون من نواة صغيرة جداً تحيط بها الالكترونات ؟ جواب هذا السؤال ليس سهلاً ، اذ ظهر بطريق الصدفة أن النتائج التي حصلنا عليها باستخدام الفيزياء الكلاسيكية تتفق مع نتائج الفيزياء الكمية . ولأثبات ان التحليلات الكلاسيكية لتشتت جسيمات ألفا في تجربة كايكرومارسدين هي في الأقل صحيحة جزئياً ، نلاحظ أن طول موجة ديبرولي



شكل (٤-١٠) حسب الفيزياء الكلاسيكية . يجب أن يسير الإلكترون في الدارة بحركة حلزونية نحو نواة

لجسيمات ألفا المستخدمة في التجربة (سرعتها حوالي 2×10^7 m/s) هي

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{6.6 \times 10^{-27} \text{ kg} \times 2 \times 10^7 \text{ m/s}} \\ = 5 \times 10^{-15} \text{ m}$$

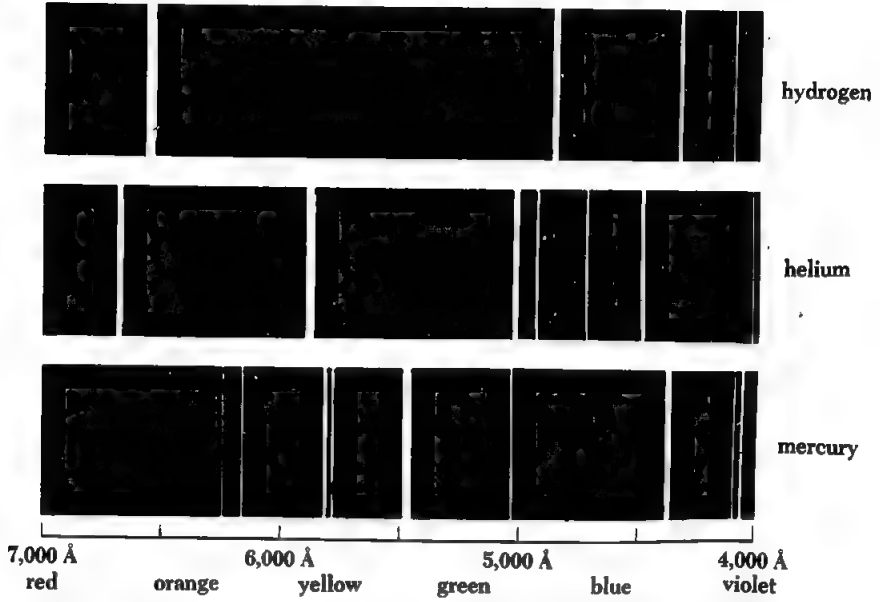
وكما لا حظنا في البند (٤-٤) ، أن أصغر بعد تصله جسيمة ألفا من النواة في تلك التجارب هو $3 \times 10^{-14} \text{ m}$. وهذا البعد يعادل ستة أضعاف طول موجة ديبرولي المبينة في أعلاه . ولذلك فمن المعقول اعتبار جسيمات ألفا في مثل هذه التجارب كجسيمات كلاسيكية . وبالتالي ، فإن أسس استنتاج راذرفورد للذرات تكون صحيحة على الرغم من أن حركة الإلكترونات في تلك الذرات غير كلاسيكية .

٦-٤ الاطيف الذرية ATOMIC SPECTRA

ان أبرز نتائج نظرية بور للذرات هي تفسير منشأ خطوط الاطيف الذرية . من المناسب أن نبدأ بدراسة الاطيف الذرية قبل دراسة نظرية بور .

لقد نوهنا سابقا بأن الاجسام الصلبة الساخنة تبعث اشعاعات بطول موجي مستمر. لكن

بشدة intensities متباينة. وسوف نلاحظ في الفصل التاسع ، انه يمكن تفسير صفات هذه الاشعاعات على أساس النظرية الكمية للفوتونات . ان اشعاع جسم صلب ساخن هو نتيجة تفاعل جميع ذراته بعضها مع بعض ، وليس من الذرات المنفردة .



شكل (٤-١١) جزء من أطيف اشعاع ذرة الهيدروجين . الهليوم والزنك

من ناحية أخرى ، تكون الذرات او الجزيئات في غاز مخلخل rarefied متباعدة جداً بعضها عن بعض ، حيث تتصادم بعضها مع بعض بين حين وآخر فقط. تحت هذه الظروف نتوقع الاشعاعات المنبعثة من الذرات او الجزيئات ، هي صفات لتلك الذرات المنفردة . وعند تهيج ذرات غاز أو بخار تحت ضغط مخلخل - بامرار تيار كهربائي خلاله مثلاً- نجد أن طيف الاشعاعات المنبعثة تحوي سلسلة من الخطوط المنفصلة عند أطوال موجية معينة . الشكل (٤-١١) يوضح الاطيف الذرية لعدد من العناصر تدعى بخطوط طيف الانبعاث emission line spectra . ان كل عنصر في حالة غازية او بخارية متهيجة يظهر خطوط طيف انبعاث متميزة ، ولذلك فإن علم تحليل الاطيف spectroscopy هو وسيلة مهمة في تحديد مكونات المواد .



الشكل (٤ - ١٢) جزء من حزم طيف PN



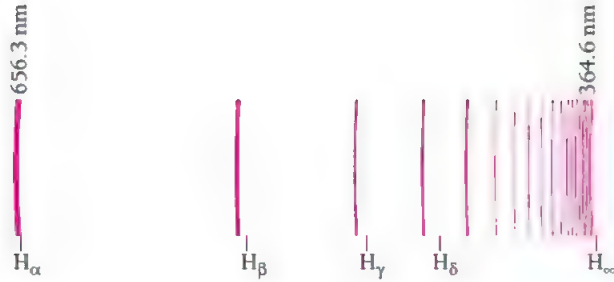
الشكل (٤ - ١٣) : الخطوط السوداء في طيف امتصاص عنصر تقابل خطوط الانبعاث لنفس العنصر .

ان الطيف المنبعث من جزيئات غاز أو بخار يظهر على شكل حزم *bands* ، وهذه تتكون من خطوط منفصلة كثيرة متجاورة (الشكل ٤ - ١٢) . وهذه الحزم تنشأ من الحركة الدورانية *rotations* والاهتزازية *vibrations* للذرات المثيعة داخل الجزيئات . وسندرس الحركة الدورانية والاهتزازية في فصل لاحق .

لقد لوحظ انه عندما يمر ضوء ابيض خلال مادة غازية ، فإن الضوء الخارج يظهر خطوطاً سوداً عند نفس خطوط طيف تلك المادة . طيف خطوط الامتصاص *absorption line spectrum* الناشئ يتكون من خلفية *background* مضيئة تتخللها خطوط تمثل الموجات المفقودة من الضوء الداخل (الشكل ٤ - ١٣) . على حين يتألف طيف خطوط الانبعاث من خلفية سوداء تتخللها خطوط مضيئة . وسبب وجود خطوط فراونهوفر *Fraunhofer* السوداء في طيف الاشعة الشمسية هو أنها نتيجة امتصاص اطوال موجية معينة ، بواسطة الذرات المحيطة بالشمس ، من طيف الاشعة المستمرة المنبعثة من القشرة المضيئة للشمس . والضوء الأصلي المستمر المنبعث من الشمس يكفيء اشعاعات منبعثة من جسم ساخن في درجة 5800 K .

وقد اكتشف في نهاية القرن التاسع عشر ان الاطوال الموجية في أطيف الذرات تنظم بسلاسل محددة تدعى بسلاسل الاطيف *spectral series* . وتحدد الاطوال الموجية لكل سلسلة بعلاقة تجريبية *empirical formula* بسيطة ، في حين أن هناك تشابه يجلب الانتباه ما بين السلاسل المختلفة لطيف نفس الذرة . وكانت أول سلسلة طيف قد اكتشفت من قبل العالم بالمر *J. J. Balmer* وذلك في عام 1885 ، عند دراسته للطيف

المرئي لذرة الهيدروجين . والشكل (٤-١٤) يوضح سلسلة بالمر *Balmer series* ويرمز للخط الاول ذي الطول الموجي (6,563 Å) بـ H_α ، وللخط التالي



الشكل (٤ - ١٤) : سلسلة بلر لطيف ذرة الهيدروجين .

(4,863 Å) بـ H_β ، وكلما قصر الطول الموجي لغاية نهاية السلسلة عند (3,646 Å) ، تقاربت الخطوط فيما بينها وقلت شدتها . وبعد نهاية السلسلة لا توجد خطوط طيف منفصلة ، بل هناك طيف مستمر ذو شدة واطئة . وقانون بالمر للاطوال الموجية لهذه السلسلة هو :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (٤-١٥)$$

حيث R يدعى بثابت ريد بيرك *Rydberg* قيمته

$$R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \\ = 1.097 \times 10^{-3} \text{ Å}^{-1}$$

عندما تكون $n = 3$ نحصل على الخط H_α ، على حين نحصل عند $n = 4$ على الخط H_β ، وهكذا ان نهاية السلسلة تتمثل بـ $n = \infty$ ولذلك تقع هذه النهاية عند طول موجي يساوي $4/R$. وهذه القيمة تتفق مع القيمة المشاهدة عمليا .

تتضمن سلسلة بالمر الاطوال الموجية في الجزء المرئي فقط من طيف الهيدروجين . في حين تقع خطوط طيف الهيدروجين في منطقة الاشعة فوق البنفسجية *ultraviolet* ومنطقة الاشعة تحت الحمراء *infrared* ضمن سلاسل طيف اخرى . في منطقة الاشعة فوق البنفسجية ، تقع خطوط الطيف ضمن سلسلة لايمان *Lyman series* ، التي تتحدد بالعلاقة :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (٤-١٦)$$

وفي منطقة الاشعة تحت الحمراء ، هناك ثلاث سلاسل متميزة تتحدد بالعلاقات :

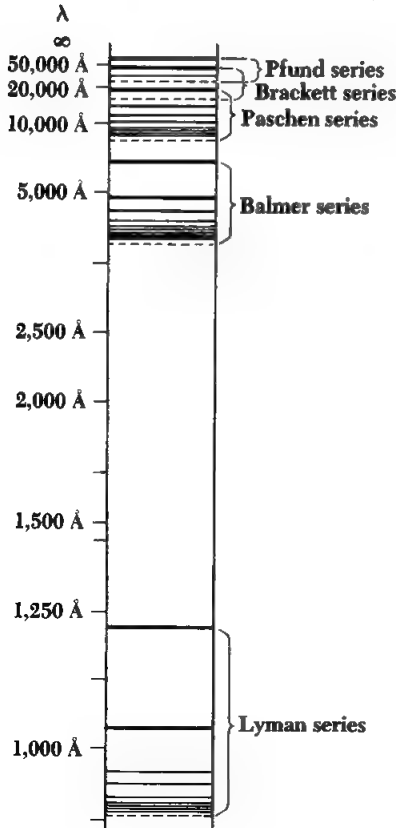
$$\text{سلسلة باشن} \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad (١٧-٤)$$

$$\text{سلسلة براكت} \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 5, 6, 7, \dots \quad (١٨-٤)$$

$$\text{سلسلة بفوند} \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 6, 7, 8, \dots \quad (١٩-٤)$$

والشكل (١٥-٤) يوضح سلاسل طيف الهيدروجين بدلالة الطول الموجي . حيث أن سلسلة براكت Brackett تتداخل مع سلسلتي باشن Paschen وبفوند Pfund .

ان R في كل من المعادلات (١٥-٤) الى (١٩-٤) تأخذ نفس القيمة .
هذا التسلسل للاطوال الموجية لذرة الهيدروجين وكذلك التسلسل المنتظم في طيف الذرات الاكثر تعقيداً ، يشكل محكاً لصحة النظريات في تفسير التركيب الذري .



الشكل (١٥-٤) : سلاسل طيف ذرة الهيدروجين .

٤ - ٧ ذرة بور BOHR ATOM

لقد لاحظنا في البند (٤-٥) أن قوانين الفيزياء الكلاسيكية لا تتفق مع وجود ذرة مستقرة ؛ ذلك أن دوران الإلكترون حول النواة يؤدي إلى إشعاع مستمر للطاقة الكهرومغناطيسية . وهذا يعني أن الإلكترون يهبط تدريجيا إلى النواة ويؤدي بالتالي إلى عدم استقرار الذرة . وبما أن هناك ظواهر فيزيائية ، كظاهرة الكهروضوئية ، photoelectric effect ، وحيود الإلكترونات ، electron diffraction ، يمكن تفسيرها على أساس النظرية الكمية ، فإن من المناسب أن ندرس فيما إذا كانت النظرية الكمية تستطيع أيضا تفسير التركيب الذري للعناصر ؟

دعنا نتفحص أولا الحركة الموجية للإلكترون في مداره حول نواة الهيدروجين . إن طول موجة ديبرولي للإلكترون ذرة الهيدروجين يساوي

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

وحيث أن v تمثل سرعة الإلكترون في المعادلة (٤ - ١٣) لذلك :

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 mr}}$$

$$\lambda = \frac{h}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r}{m}} \quad (٤ - ٢٠)$$

وبالتعويض عن نصف قطر مدار الإلكترون بالمقدار $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ ، نجد أن طول موجة الإلكترون هي

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} \sqrt{\frac{4\pi \times 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m} \times 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}}{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}} \\ = 33 \times 10^{-11} \text{ m}$$

هذا الطول الموجي يساوي تماما محيط مدار الإلكترون ،

$$2\pi r = 33 \times 10^{-11} \text{ m}$$

لذا فمدار الإلكترون في ذرة الهيدروجين يمثل موجة كاملة مغلقة على نفسها (لاحظ الشكل (٤ - ١٦) .

الحقيقة أن محيط مدار الإلكترون في ذرة الهيدروجين يساوي طول موجي واحد للإلكترون تعطينا فكرة أولية لأيجاد نظرية التركيب الذري . لتتصور موجة في سلك دائري (الشكل (٤ - ١٧) ، فلكي تتصل الموجة مع نفسها بصورة مستمرة حول الدائرة ، يجب أن

يكون هناك دائماً عدد كامل من الأطوال الموجية تقسم محيط الدائرة . ففي هذه الحالة ، وإذا لم يكن هناك فقدان في الطاقة ، سوف تستمر الموجة لوقت غير محدود . لماذا تكون هذه الأطوال الموجية فقط ممكنة لأهتزاز السلك الدائري ؟ لو كان هناك عدد غير كامل من الأطوال الموجية حول الدائرة كما في الشكل (٤-١٨) ، فسيحدث تداخل اتلافي للموجة مع نفسها وبالتالي يخفت الاهتزاز بسرعة . ونستطيع تشبيه الحركة الموجية للإلكترون في ذرة الهيدروجين بالحركة الموجية في السلك الدائري . لذلك يمكننا أن نفترض postulate بأن الإلكترون يدور حول النواة بصورة مستمرة ومن دون أن يشع طاقة ، إذا كان مداره يحوي على عدد كامل من أطوال موجة ديبرولي للإلكترون .

هذه الفرضية تمثل فكرة أولية لفهم التركيب الذري ، وهي فرضية تجمع ما بين الصفات الجسيمية والموجية للإلكترون ، ذلك لأن الطول الموجي للإلكترون يحسب بدلالة السرعة الكلاسيكية للإلكترون اللازمة لمعادلة القوة الجاذبة الإلكتروستاتيكية نحو النواة . ومع أننا لا نستطيع أن نشاهد هذه الصفات المتناقضة آنياً ، ولكن الحقيقة هي أنه لا يمكن فصل هذه الصفات عن بعضها في الطبيعة .

ونستطيع بسهولة أن نصوغ رياضياً القول : أن مدار الإلكترون يحوي عدداً كاملاً من أطوال موجة ديبرولي . محيط مدار دائري نصف قطره r يساوي $2\pi r$ ، فشرط الحصول على مدار مستقر هو :

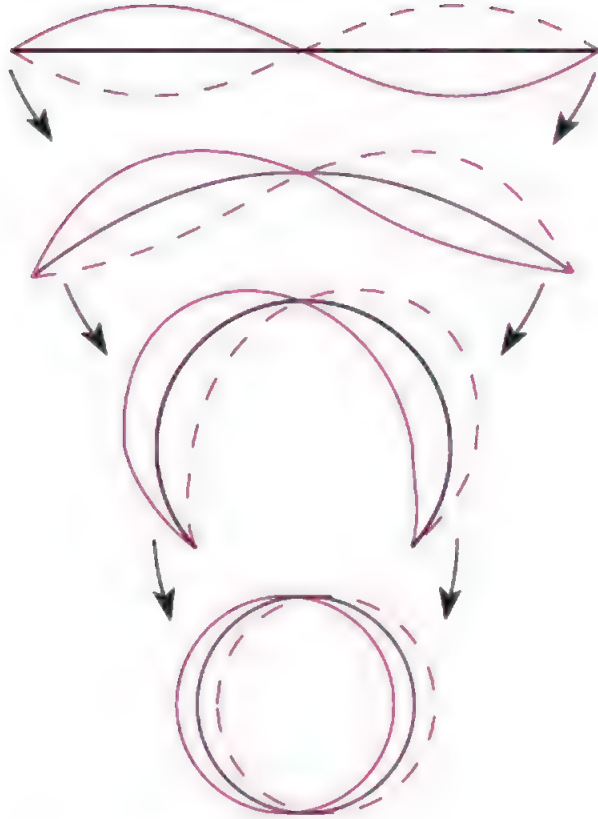
$$n\lambda = 2\pi r_n \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (٤ - ٢١)$$

حيث أن r_n تمثل نصف قطر المدار الذي يحوي على n من الموجات . ويدعى العدد n بالعدد الكمي quantum number للمدار . بالتعويض عن λ من المعادلة (٤-٢٠) . نحصل على :

$$\frac{nh}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r_n}{m}} = 2\pi r_n$$

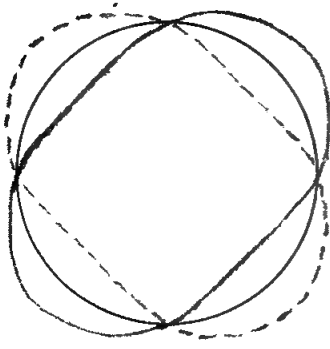
عليه فإن انصاف أقطار المدارات المستقرة للإلكترون تكون

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (٤ - ٢٢)$$

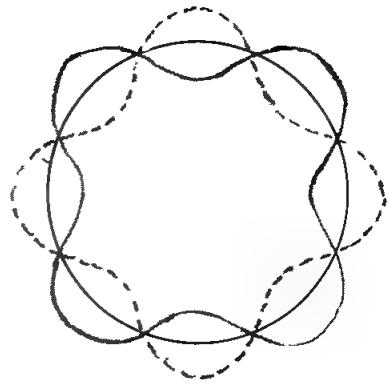


- Electron path
- De Broglie electron wave

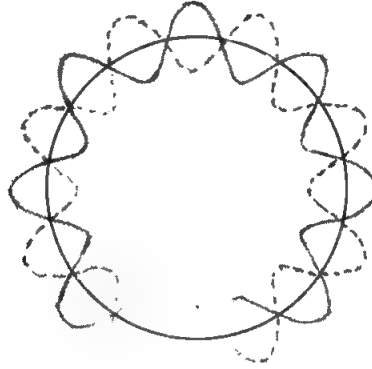
الشكل (٤-١٦) : مدار الكهرون في ذرة الهيدروجين يتضمن طول موجي واحد لموجة ديبرولي للالكهرون متصلة مع نفسها



circumference = 2 wavelengths

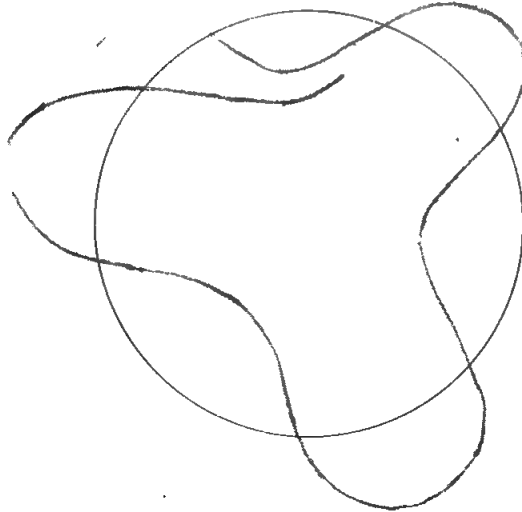


circumference = 4 wavelengths



circumference = 8 wavelengths

الشكل (٤-١٧) : حركة موجية في حلقة دائرية



الشكل (٤-١٨) : حركة موجية بعدد غير كامل من الموجات حول حلقة ، لاستمرار لوقت طويل نتيجة التداخل الانعكاسي للموجة .

نصف قطر ادنى مدار يدعى بنصف قطر بور *Bohr radius* لذرة الهيدروجين ، ويرمز له بـ a_0 :

$$a_0 = r_1 = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m} \\ = 0.53 \text{ \AA}$$

أنصاف أقطار المدارات الأخرى تكون

$$r_n = n^2 a_0$$

وعليه فإن الفواصل بين المدارات المتجاورة تزداد باستمرار .

٤ - ٨ مستويات الطاقة والأطياف ENERGY LEVELS AND SPECTRA

، ان مدارات الالكترون المختلفة تتضمن طاقات مختلفة ، وطاقة الالكترون E_n تتحدد بنصف قطر المدار r_n تبعا للمعادلة (٤ - ١٤) :

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n}$$

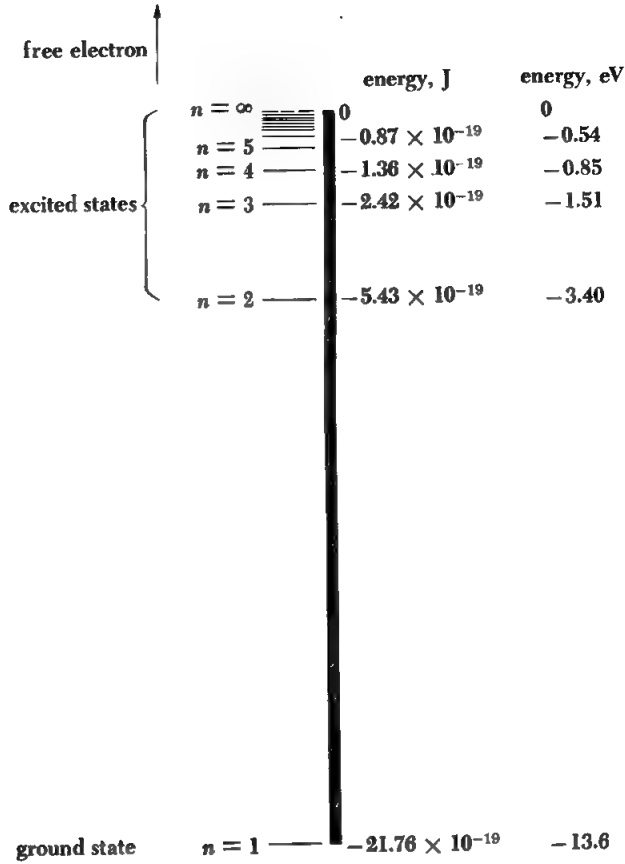
وبالتعويض عن r_n من المعادلة (٤ - ٢٢) ، نجد :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (٤ - ٢٣)$$

ان الطاقات في المعادلة (٤-٢٣) تمثل بمستويات الطاقة *energy levels* لذرة الهيدروجين، وهذه المستويات موضحة في الشكل (٤-١٩). ان جميع طاقات هذه المستويات سالبة ، لذلك لا يمتلك الالكترون طاقة كافية تجعله يهرب من الذرة . ان أدنى مستوى طاقة E_1 ، يدعى بالمستوى الأرضي *ground state* للذرة ، على حين تدعى المستويات العليا E_2, E_3, E_4, \dots المستويات المتهيجة *excited states* . وبزيادة العدد الكمي n ، تقترب الطاقة E_n تدريجيا الى الصفر ، وعند الغاية $n = \infty$ ، تكون $E_\infty = 0$ وبذلك لا يكون الالكترون مرتبطا بالنواة لتكوين الذرة . (طاقة موجبة، لنظام الكترون - نواة يكون فيها الالكترون غير مرتبط بالنواة وعندها ليس هناك شرط كمي لازم تحقيقه . لكن هذا النظام لا يمكن أن يكون ذرة) .

يجب علينا الآن أن نفحص تطابق المعدلات السابقة مع النتائج العملية . ان نتيجة تجريبية متميزة هي أن الذرات تظهر أطيافا خطية في حالي الاشعاع والامتصاص . فهل من الممكن أن نحصل على هذه الأطياف من نموذجنا الذري ؟

ان وجود مستويات الطاقة المنفصلة لذرة الهيدروجين يشير الى تكوين الأطياف الخطية . دعنا نفترض مؤقتاً أنه عندما يسقط الكترون من مستوى متهيج عالٍ الى مستوى أوطأ فإن



الشكل (٤-١٩) : مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين .

الطاقة المفقودة تبعث على شكل فوتون واحد وبناء على أنموذجنا الذري . تكون الإلكترونات في ذرة في مستويات طاقة محددة . والحقيقة هي أن فقدان الطاقة على شكل فوتون واحد نتيجة انتقال الإلكترون من مستوى عال إلى مستوى أوطأ ، يتفق مع الانموذج الذري المقترح . إذا كان العدد الكمي للمستوى الابتدائي (ذي الطاقة العليا) هو n_i . والعدد الكمي للمستوى النهائي (ذي الطاقة الدنيا) هو n_f ، نجد :

طاقة الفوتون = الطاقة النهائية - الطاقة الابتدائية

$$E_i - E_f = h\nu \quad (٤ - ٢٤)$$

حيث أن ν تمثل تردد الفوتون المنبعث .

وبناء على المعادلة (٤-٢٣) فإن طاقة المستوي الابتدائي والمستوى النهائي التابعين

للعدين الكميين n_i و n_f هما ، على التوالي :

$$\text{الطاقة الابتدائية} = E_i = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\text{الطاقة النهائية} = E_f = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_f^2} \right)$$

عليه ، فإن فرق الطاقة بين هذين المستويين يساوي

$$\begin{aligned} E_i - E_f &= \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(-\frac{1}{n_i^2} \right) - \left(-\frac{1}{n_f^2} \right) \\ &= \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \end{aligned}$$

وبذلك يكون تردد الفوتون المنبعث نتيجة لهذا الانتقال هو :

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{E_i - E_f}{h} \\ &= \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \end{aligned} \quad (٤ - ٢٥)$$

من هذه المعادلة نستطيع أن نجد العدد الموجي λ (عدد الموجات لوحدة الطول) للفوتون المنبعث ، حيث

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

ومنها

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

$$\text{طيف ذرة الهيدروجين} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (٤ - ٢٦)$$

من المعادلة (٤-٢٦) ، نجد أن الطيف المنبعث من ذرة هيدروجين متهيجة ، يتضمن أطوالاً موجية معينة فقط . إضافة الى ذلك ، فإن هذه الأطوال الموجية تقع ضمن سلاسل معينة ، كل من هذه السلاسل تتحدد بالعدد الكمي النهائي n_f . وبما أن العدد الكمي الابتدائي n_i يجب أن يكون أكبر من العدد الكمي النهائي n_f (وذلك لكي تتولد طاقة فائضة نتيجة الانتقال ، تبعث على شكل فوتون) نجد أن المعادلات لسلاسل الطيف الخمس الأولى هي :

$$\text{سلسلة لايمان} \quad n_f = 1: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

$$\text{سلسلة بالمر} \quad n_f = 2: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

$$\text{سلسلة باشن} \quad n_f = 3: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, 6, \dots$$

$$\text{سلسلة براكت } n_f = 4: \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 5, 6, 7, \dots$$

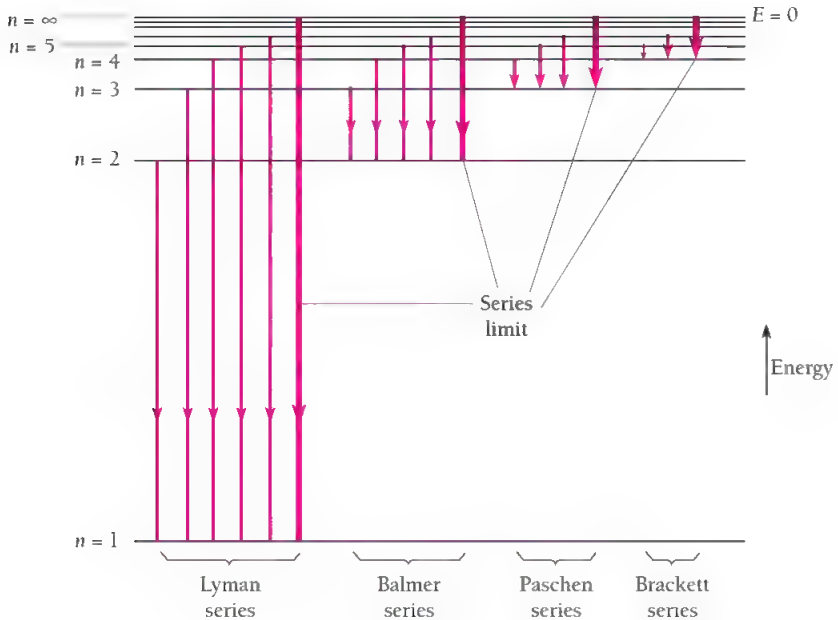
$$\text{سلسلة بفوند } n_f = 5: \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 6, 7, 8, \dots$$

هذه السلاسل تتفق مع السلاسل المشاهدة تجريبيا التي ناقشناها سابقا . لاحظ ان سلسلة لايمان تنتج من $n_f = 1$ ، سلسلة بالمر تنتج من $n_f = 2$ ، وسلسلة باشن تنتج من $n_f = 3$ وسلسلة براكت تنتج من $n_f = 4$ ، وسلسلة بفوند تنتج من $n_f = 5$.

ولانستطيع القول باننا قد برهنا بصورة نهائية على ان طيف ذرة الهيدروجين ينشأ من انتقال الالكترون من مستويات طاقة عالية الى مستويات طاقة اوطأ ، اذ لكي نجزم بهذه الصفة ، علينا ان نبرهن على تطابق ثابت ريديرك R في المعادلات (٤-١٥) الى (٤-١٩) مع معامل المعادلة (٤-٢٦). والحقيقة هي ان

$$\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^4}{8 \times (8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})^2 \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} \times (6.63 \times 10^{-34} \text{ J-s})^3} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

وهذه القيمة تساوي تماما قيمة R ! وعليه فان النظرية في اعلاه لذرة الهيدروجين ، تتفق نوعا



الشكل (٤-٢٠) : ان خطوط الطيف تنشأ من الانتقال بين مستويات الطاقة المختلفة .

وكما مع النتائج التجريبية . الشكل (٤-٢٠) يوضح كيف ان خطوط الطيف تنشأ من الانتقال بين مستويات الطاقة المختلفة . وهذه هي نظرية بور لذرة الهيدروجين ، التي وضعها عام

1913 .

٤ - ٩ حركة النواة : NUCLEAR MOTION

كنا قد افترضنا في تحليلاتنا السابقة ان نواة ذرة الهيدروجين (البروتون) تبقى ساكنة ، والالكترون يدور حولها . والحقيقة هي ان الذي يجب ان يحدث هو أن يدور كل من النواة والالكترون حول مركز كتلتهما . ان مركز الكتلة يكون قريباً جداً من النواة ، ذلك لأن كتلة الاخيرة اكبر بكثير من كتلة الالكترون (الشكل ٤-٢١) . ولكون النواة والالكترون

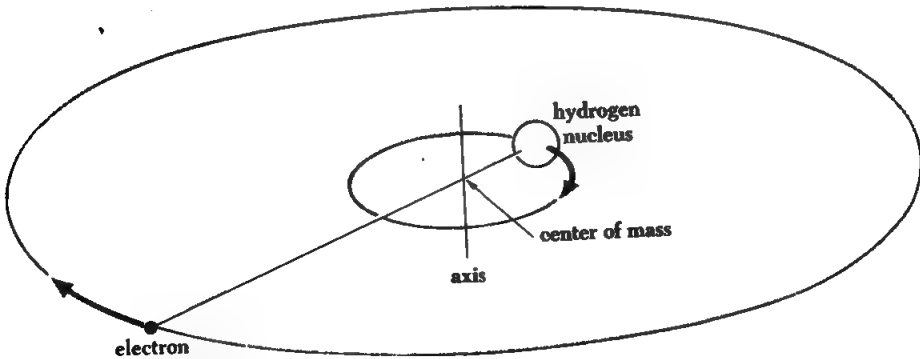
في موقعين متقابلين بالنسبة لمركز الكتلة ، نجد ان زخميهما الخطيين linear momentum متعاكسان ، والزخم الخطي للذرة ككل يبقى محفوظا conserved .

ان هذا النظام يكافئ جسماً كتلته m' يدور حول موقع الجسم الاكبر . (وهذا التكافؤ هو موضح في معظم كتب الميكانيك ، لاحظ البند (٨-٨) . فاذا كانت كتلة الالكترون m وكتلة البروتون M فان :

$$m' = \frac{mM}{m + M} \quad (٤ - ٢٧)$$

وتدعى الكتلة m' ، الكتلة المصغرة reduced mass للالكترونات ، لأنها أصغر من m ولكي نصحح المعادلة (٤-٢٣) آخذين بنظر الاعتبار حركة النواة ، علينا ان نعوض عن كل m بـ m' وبذلك تصبح مستويات الطاقة :

$$E_n = -\frac{m'e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad (٤ - ٢٨)$$



الشكل (٤-٢١) : كل من الالكترون والنواة في ذرة الهيدروجين يدور حول مركز كتلتهما .

ونتيجة لحركة النواة ، نجد ان جميع مستويات طاقة ذرة الهيدروجين تنحرف بنسبة

$$\begin{aligned}\frac{m'}{m} &= \frac{M}{M + m} \\ &= \frac{1,836}{1,837} \\ &= 0.99945\end{aligned}$$

وبما ان E_n كمية سالبة ، فان تأثير حركة النواة يولد زيادة مقدارها 0.055% في كل مستوى طاقة . وباستخدامنا المعادلة (٤-٢٨) بدلاً من المعادلة (٤-٢٣) ، نحصل على تطابق أفضل ما بين النتائج العملية والنتائج النظرية . ان ثابت ريدبرك صحيح لثمانية ارقام ، من دون ان نأخذ بنظر الاعتبار حركة النواة ، هو $1.0973731 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$. وعندما نأخذ بنظر الاعتبار حركة النواة ، نجد ان ثابت ريدبرك يساوي $1.0967758 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$. ان الاخذ بنظر الاعتبار الكتلة المصغرة قد ادى الى اكتشاف الديوتيريوم *deuterium* نظير الهيدروجين الذي وزنه الذري يساوي تقريباً ضعف الوزن للهيدروجين الاعتيادي ، ذلك لوجود النيوترون بالإضافة الى البروتون في نواة هذا النظير . ولكون كتلة نواة الديوتيريوم أكبر من كتلة نواة الهيدروجين الاعتيادي ، فإن خطوط طيف الديوتيريوم تنحرف قليلاً نحو أطوال موجية أقصر مما هي عليه لذرة الهيدروجين الاعتيادي . وعلى سبيل المثال ، ان الخط H_α في طيف الديوتيريوم له طول موجي $6,561 \text{ \AA}$ ، في حين يكون الطول الموجي لنفس الخط لطيف الهيدروجين الاعتيادي : $6,563 \text{ \AA}$. يمكن ملاحظة الفرق بين طول هاتين الموجتين بسهولة ، وبالتالي يمكن تشخيص الديوتيريوم .

٤ - ١٠ التهيج الذري ATOMIC EXCITATION

هناك وسيلتان تجعلان الذرة تهيج الى مستوى طاقة اعلى من مستوى الطاقة الارضية ، وبالتالي تجعلها قابلة للاشعاع . احدى هاتين الوسيلتين هو التصادم مع ذرات اخرى ، حيث يتم خلال هذه العملية امتصاص جزء من الطاقة الحركية من قبل الذرة . وبعد عملية التهيج ترجع الذرة الى الحالة الارضية خلال زمن معدله 10^{-8} s ، باعثة بذلك فوتونا واحدا او اكثر . ففي التفريغ الكهربائي *electric discharge* في غاز مخلخل ، يعمل المجال الكهربائي المسلط على تعجيل الالكترونات والايونات الذرية ، حتى تصبح طاقتها الحركية كافية لتهيج الذرات التي تصطدم معها . وما الاعلانات النيونية والمصابيح الزئبقية الا أمثلة مألوفة على توليد الضوء من قبل غاز محصور في انبوبة مسلط عليه فرق جهد كهربائي عال . والضوء

الصادر من ذرات النيون Neon يكون محمرا reddish ، والضوء الصادر من بخار الزئبق يكون مزرقا bluish . وهذه الالوان هي صفة لاطياف الذرات المعنية .

والوسيلة الثانية لتهييج الذرات هي عن طريق امتصاص فوتون طاقته تساوي تماما الطاقة اللازمة لتهييج الذرة . فمثلا الفوتون المنبعث من ذرة الهيدروجين نتيجة انتقال الالكترون من المدار $n = 2$ الى المدار $n = 1$ له طول موجي $1,217 \text{ \AA}$ ولذلك فامتصاص فوتون طوله $1,217 \text{ \AA}$ من قبل ذرة في الحالة $n = 1$ ، يجعلها تنتقل الى الحالة $n = 2$.

هذه العملية تفسر منشأ اطياف الامتصاص ؛ فعندما يمر ضوء ابيض (الذي يحوي على جميع الاطوال الموجية) خلال غاز الهيدروجين ، فان الفوتونات ذات الطول الموجي المناسب للانتقال ما بين مستويات الطاقة المختلفة سوف تعاني امتصاصا . وذرات الهيدروجين المتهيجة الناتجة تشع طاقتها الاضافية بصورة آنية تقريبا ، ولكن الفوتونات المنبعثة تكون باتجاهات عشوائية ، حيث ان جزءا قليلا منها يأخذ اتجاه الضوء الابيض الساقط . وعليه فان خطوط الامتصاص لا تكون سودا تماما ، لكنها تظهر معتمنة بالنسبة للخلفية المضيئة . نستنتج من هذه الملاحظات ان طيف الامتصاص لأي مادة يشبه تماما طيف الانبعاث ، وهذا يتفق مع المشاهدات العملية .

ان دراسة الاطياف الذرية ، ليست هي الوسيلة الوحيدة لمشاهدة مستويات الطاقة في الذرة . وقد بين فرانك Franck وهيرتز Hertz في سلسلة تجارب بدأت عام ١٩١٤ ان الوسيلة الاولى المشروحة في اعلاه لتهييج الذرات تعطينا ايضا برهانا على وجود مستويات الطاقة في الذرة . ومستويات الطاقة المشاهدة بهذه الطريقة تتفق مع مستويات الطاقة المشاهدة عن طريق الاطياف الذرية .

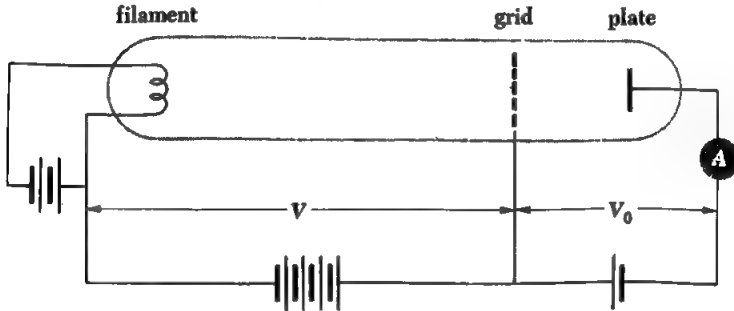
قذف فرانك وهيرتز ذرات بخار عناصر مختلفة بالكترونات ذات طاقة معلومة ، وذلك باستخدام جهاز كالموضح في الشكل (٤ - ٢٢) . هناك فرق جهد صغير V_0 بين الشبكة grid والقطب الموجب anode ، ولذلك فقط الالكترونات ذات طاقة أعلى من قيمة معينة تستطيع الوصول الى القطب الموجب ، وبالتالي توليد تيار خلال الاميتر . وبزيادة فرق الجهد المعجل V يزداد عدد الالكترونات التي تصل الانود ومن ثم يزداد التيار . ولو كانت الطاقة الحركية محفوظة خلال تصادم الالكترونات بذرات البخار ، لغيرت الالكترونات اتجاهها فقط خلال التصادم ، فالذرة أثقل بكثير من الالكترون ، ولذلك فانها لاكتسب طاقة حركية خلال عملية التصادم . لكن بعد طاقة حرجية kinetic energy معينة للالكترون ، قد لوحظ ان تيار الانود يهبط بصورة فجائية . وتفسير هذه الظاهرة هو ان الالكترونات المتصادمة مع الذرات ، تفقد بعض او كل طاقتها الحركية في تهييج الذرات الى مستوى طاقة أعلى من حالتها الارضية . وتدعى هذه التصادمات تصادمات غير مرنة

inelastic collision ، حيث نتيجتها تكون الطاقة الحركية غير محفوظة ، ذلك على نقيض التصادمات المرنة elastic collision . والطاقة الحرجة للالكترون هذه تمثل طاقة تهيج excitation energy الذرة .

وبزيادة الجهد المعجل V عن الجهد الحرج ، نلاحظ ان تيار القطب الموجب يبدأ بالزيادة ثانية ، حيث الالكترونات الآن لها طاقة فائضة عن طاقة التهيج تساعد على وصول القطب الموجب . وبعد هذه الزيادة في التيار يحدث فيه هبوط فجائي ثان ، نفسره على انه ناتج عن الالكترونات اكتسبت طاقة اضافية كافية تستطيع بها ان تولد تهيج ثان لنفس المدار لذرات اخرى .

وكما هو موضح في الشكل (٤-٢٣) ، فان هناك سلسلة من الجهود الحرجة لكل عنصر . وتمثل فروق الجهد الحرجة العالية تهيجات متتالية لنفس المدارات لذرات مختلفة ، ولذلك فهي مضاعفات لفرق الجهد الاوطأ .

لايثبات ان الجهود الحرجة ناشئة من وجود مستويات طاقة محددة في الذرة ، قاما فرانك وهيرتز بدراسة طيف الاشعة المنبعثة نتيجة تصادم الالكترونات في بخار الزئبق ، فوجدا على سبيل المثال ، ان الطاقة الحرجة للالكترون لتهيج خط الطيف $2,536\text{-}\text{\AA}$ هي 4.9 eV



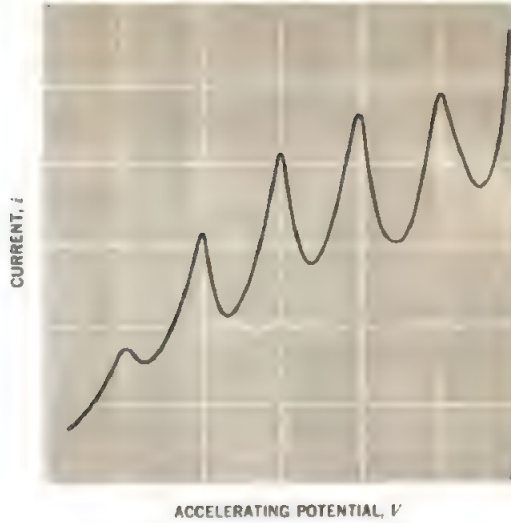
الشكل (٤-٢٢) : جهاز تجربة فرانك وهيرتز .

وفوتون طوله الموجي $2,536\text{-}\text{\AA}$ له طاقة 4.9 eV ، أي ان الطاقة الحرجة للالكترون لتهيج الذرة تساوي طاقة تهيج الذرة . وقد أجريا فرانك وهيرتز هذه التجربة بوقت قصير بعد وضع بور لنظرية ذرة الهيدروجين ، وبذلك أعطت هذه التجربة برهاناً مهماً لتلك النظرية .

٤ - ١١ مبدأ التقابل CORRESPONDENCE PRINCIPLE

ان قوانين الفيزياء الكمية quantum physics ، التي تظهر مختلفة تماماً عن قوانين

الفيزياء الكلاسيكية ، يجب ان تؤدي الى نتائج متطابقة مع نتائج الفيزياء الكلاسيكية عند تطبيقها على العالم العياني microscopic world ولقد لاحظنا تطابق قوانين الفيزياء الحديثة مع قوانين الفيزياء الكلاسيكية ، عند الظروف الاعتيادية ، في حالة النسبية الخاصة ، والصفة الموجية للمادة ، والصفة الكمية للاشعاعات . وندرس هنا تطابق توقعات نظرية بور للذرة مع النظرية الكلاسيكية عند تطبيقها في الحالات القصوى .



الشكل (٤-٢٣) : نتائج تجربة فرانك وهيرتز تظهر فروق الجهد الحرجة .

بناء على النظرية الكهرومغناطيسية ، الكترون متحرك في مدار دائري يشع موجات كهرومغناطيسية ترددها يساوي تردد الالكترن أو مضاعفاته harmonics . من جهة أخرى نجد من المعادلة (٤ - ١٣) أن سرعة الالكترن في ذرة الهيدروجين هي .

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

حيث r نصف قطر المدار . ولذا فإن تردد دوران الالكترن في المدار يكون

سرعة الالكترن

$$f = \frac{\text{سرعة الالكترن}}{\text{محيط المدار}}$$

محيط المدار

$$= \frac{v}{2\pi r}$$

$$= \frac{e}{2\pi \sqrt{4\pi\epsilon_0 m r^3}}$$

وباستخدام المعادلة (٤ - ٢٢) ، نحصل على نصف القطر r_n للمدار المستقر stable orbit بدلالة العدد الكمي n :

$$r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

وعليه فإن تردد دوران الإلكترون حول النواة يساوي

$$f = \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{2}{n^3} \right) \quad (٤ - ٢٩)$$

تحت أي ظرف تتصرف ذرة بور كلاسيكياً ؟ إذا كان الإلكترون كبيراً جداً (بحيث يمكن التحسس فيه مباشرة) نتوقع أن تكون التأثيرات الكمية غير واضحة . فمثلاً يمكن تطبيق الفيزياء الكلاسيكية على مدار نصف قطره 1 cm . ومثل هذا المدار له عدد كمي $n = 10,000$. على الرغم من أنه لا يمكن تحضير هذه الذرة عملياً ، إذ أن طاقتها قريبة جداً من طاقة تأينها ، لكننا يمكن تصورها نظرياً . ماهو توقع بور لاشعاعات الذرة في هذه الحالة القصوى ؟ حسب المعادلة (٤ - ٢٥) ، عندما تنتقل ذرة الهيدروجين من الحالة n_i الى الحالة n_f فإنها تبعث فوتونا تردده :

$$\nu = \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

دعنا نضع n محل العدد الكمي الابتدائي n_i و p - n (حيث $p = 1, 2, 3, \dots$) محل العدد الكمي النهائي n_f . وبذلك نحصل على :

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3} \left[\frac{1}{(n-p)^2} - \frac{1}{n^2} \right] \\ &= \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3} \left[\frac{2np - p^2}{n^2(n-p)^2} \right] \end{aligned}$$

والآن ، إذا كانت كل من n_i و n_f كبير جداً ، وأن n أكبر بكثير من p ، نجد

$$\begin{aligned} 2np - p^2 &\approx 2np \\ (n-p)^2 &\approx n^2 \end{aligned}$$

وعليه :

$$\nu = \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{2p}{n^3} \right)$$

وعندما $p = 1$ يكون تردد الاشعاع المنبعث مساوياً تماماً تردد دوران الإلكترون في مداره في المعادلة (٤ - ٢٩) . ونحصل على مضاعفات Harmonics هذا التردد عندما

$p = 2, 3, 4, \dots$. ولذلك فإن النظرية الكمية تعطينا نفس نتائج النظرية الكلاسيكية عندما يكون العدد الكمي كبيراً جداً . في حالة $n = 2$ ، يختلف التردد الكلاسيكي (المعادلة ٤ - ٢٩) بمقدار $\% 300$ عن التردد الكمي (المعادلة ٤ - ٢٥) . في حين في حالة $n = 10,000$ يكون الفرق بين التردد الكلاسيكي والتردد الكمي 0.01% فقط .

ان شرط تطابق النظرية الكمية والنظرية الكلاسيكية عندما يكون العدد الكمي كبير جداً ، يدعى بمبدأ تقابل بور Bohr correspondence principle وهذا المبدأ لعب دوراً هاماً في تطوير النظرية الكمية للمادة quantum theory of matter

تمارينات

- ١ - جسيمة ألفا طاقتها 5-MeV تقترب من نواة ذرة الذهب بعد تصادم $2.6 \times 10^{-13} \text{ m}$. أحسب زاوية التشتت .
- ٢ - ما بعد التصادم b لجسيمة ألفا طاقتها 5-MeV ، تشتت بزاوية 10° بواسطة نواة ذرة الذهب ؟
- ٣ - ما نسبة جسيمات ألفا ذات طاقة 7.7-MeV ، التي تشتت بزاوية أقل من 1° عندما تسقط على صفيحة ذهبية سمكها $3 \times 10^{-7} \text{ m}$ ؟
- ٤ - ما نسبة جسيمات ألفا ذات طاقة 7.7-MeV ، التي تشتت بزاوية 90° أو أكبر عندما تسقط على صفيحة ذهبية سمكها $3 \times 10^{-7} \text{ m}$ ؟
- ٥ - أثبت أن عدد جسيمات ألفا المشتتة بزوايا محصورة بين 60° و 90° بواسطة صفيحة معدنية ، هو ضعف عدد الجسيمات المشتتة بزاوية 90° أو أكبر .
- ٦ - حزمة جسيمات ألفا طاقتها 8.3-MeV تسقط على صفيحة من الألمنيوم . وجد أن قانون راذرفورد للتشتت يخفق في تفسير توزيع التشتت لزوايا أكبر من 60° . لو افترضنا أن نصف قطر جسيمة ألفا يساوي $2 \times 10^{-15} \text{ m}$ ، فما نصف قطر نواة الألمنيوم ؟
- ٧ - جد أقرب مسافة تستطيع أن تصلها جسيمة ألفا طاقتها 1-MeV من نواة الذهب .
- ٨ - جد أقرب مسافة تستطيع أن تصلها جسيمة ألفا طاقتها 8-MeV من نواة الذهب .
- ٩ - ان اشتقاقنا لقانون تشتت راذرفورد لم يأخذ بنظر الاعتبار التأثيرات النسبية . أثبت صحة هذا التقريب ، بحساب نسبة كتلة جسيمة ألفا ذات طاقة 8-MeV الى كتلتها السكونية .

- ١٠- احسب التردد الكلاسيكي للالكترون في ذرة الهيدروجين . في أي منطقة من طيف الموجة الكهرومغناطيسية يقع هذا التردد ؟
- ١١- شدة المجال الكهربائي على مسافة r من مركز شحنة كروية متجانسة نصف قطرها R وشحنة كلية Q هي $Qr/4\pi\epsilon_0 R^3$ ، حيث $r < R$ (ان هذه الكرة تمثل نموذج ثومسن للذرة) اثبت ان الكترونا في هذه الكرة يعمل حركة توافقية بسيطة حول مركز الكرة ، ثم اشتق معادلة لتردد هذه الحركة . احسب تردد الالكترون لحالة ذرة الهيدروجين وقارن هذا التردد مع ترددات خطوط طيف ذرة الهيدروجين المشاهدة عملياً .
- ١٢- جد طول موجة خط الطيف لانتقال ذرة الهيدروجين من الحالة $n = 6$ الى الحالة $n = 3$
- ١٣- جد طول موجة الفوتون المنبعث عندما تنتقل ذرة الهيدروجين من الحالة $n = 10$ الى الحالة الارضية .
- ١٥- قذفت حزمة من الالكترونات على عينة من الهيدروجين . ما الجهد المعجل للالكترونات لكي ينتج الخط الاول من سلسلة بالمر .
- ١٦- جد سرعة ارتداد recoil speed ذرة الهيدروجين بعد اشعاعها فوتوناً نتيجة انتقالها من الحالة $n = 4$ الى الحالة $n = 1$.
- ١٧- ماعدد الدورات التي يعملها الكترون في ذرة الهيدروجين في الحالة المدارية $n = 2$ قبل أن يهبط الى الحالة المدارية $n = 1$ ؟ متوسط عمر average lifetime حركلة مدارية متهيجة حوالي $10^{-8} s$.
- ١٨- متوسط عمر حالة مدارية متهيجة لذرة $10^{-8} s$. اذا كان الطول الموجي لخط الطيف الناتج من انحلال decay هذه الحالة $5,000 \text{ \AA}$ ، جد عرض width خط الطيف .
- ١٩- مادرة الحرارة التي عندها معدل الطاقة الحركية لجزيئات غاز الهيدروجين يساوي طاقة تأين ذرة الهيدروجين ؟
- ٢٠- احسب الزخم الزاوي angular momentum للالكترون في الحالة المدارية n ، حول نواة ذرة الهيدروجين . ثم اثبت أن فرضية بور يمكن صياغتها على أن الزخم الزاوي للالكترون في ذرة الهيدروجين يأخذ القيم $n\hbar$. (في الحقيقة أن تكمم quantization الزخم الزاوي بشكل مضاعفات \hbar كان نقطة البداية لنظرية بور ، حيث أن فرضية ديبرولي للصفة الموجية للمواد لم تكن معروفة في ذلك الوقت . وسرى في الفصل الثامن ان تكمم الزخم الزاوي هو صحيح فقط لمركبة واحدة للزخم ، على حين تكون القيمة الكلية للزخم مكتمة بصيغة أخرى .)

- ٢١- هيج خليطا من الهيدروجين الاعتيادي والتريتيوم tritium (نظير الهيدروجين ذات الوزن الذري يساوي تقريبا ثلاثة أضعاف الوزن الذري للهيدروجين الاعتيادي) وحلل الطيف المنبعث . ما الفرق بين الطول الموجي للخط H_{α} للنظيرين ؟
- ٢٢- يمكن لبروتون ان يقتنص ميزون μ^- meson الذي كتلته m_e 207 ليكون ذرة ميزونية mesic atom . جد نصف قطر اول مدار بور لهذه الذرة .
- ٢٣- ميزون μ^- يوجد في الحالة المدارية $n = 2$ في ذرة التيتانيوم titanium جد طاقة الفوتون المنبعث عندما ينتقل الميزون الى الحالة الارضية .
- ٢٤- ذرة البوزترونيوم positronium تتكون من بوزترون positron (الكترون موجب) والكترون . (أ) قارن بين طول موجة الفوتون المنبعث نتيجة انتقال ذرة البوزترونيوم من الحالة $n = 3$ الى الحالة $n = 2$ وطول موجة الخط H_{α} لذرة الهيدروجين. (ب) قارن بين طاقة تأين ذرة البوزترونيوم وطاقة تأين ذرة الهيدروجين .
- ٢٥- (أ) اشتق معادلة لمستويات الطاقة للأيونات الهيدروجينية hydrogenic atom ، التي تتكون من نوى شحنتها $+Ze$ يدور حولها الكترون واحد ، مثل He^+ و Li^{++} (ب) ارسم مستويات الطاقة لأيون He^+ وقارنها مع مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين (ج) اقتنصت نواة هليوم عارية الكترونيا مكونة ايون He^+ . جد الطول الموجي للفوتون المنبعث في هذه العملية ، على فرض أن الالكترون لم يمتلك طاقة حركية قبل الاتحاد .
- ٢٦- استخدم مبدأ عدم التحديد لايجاد نصف قطر المدار الارضي لذرة الهيدروجين r_1 ، حسب الطريقة التالية : جد أولا معادلة للطاقة الحركية للالكترون على فرض أن زخمه يساوي الخطأ الأدنى في الزخم Δp للالكترون محصور في حيز عرضه r_1 . اصف الى هذه الطاقة ، الطاقة الكامنة للالكترون عندما يكون على بعد r_1 من البروتون . فاضل differentiate الطاقة الكلية E للالكترون بالنسبة لـ r_1 لكي تحصل على قيمة r_1 التي عندها E تأخذ اقل قيمة . قارن هذه النتيجة مع قيمة r في المعادلة (٤-٢٢) عندما $n = 1$

الفصل الخامس

ميكانيك الكم

تستطيع نظرية بور للذرة المشروحة في الفصل السابق ان تفسر بعض النتائج العملية . في حين ان هذه النظرية قاصرة بصورة فادحة من نواح اخرى متعددة . فبينما تعطينا نظرية بور بصورة صحيحة سلاسل طيف ذرة الهيدروجين ونظائرها . وكذلك طيف الايونات الهيدروجينية . نجد ان هذه النظرية لا يمكن تطبيقها على طيف الذرات المعقدة التي تتألف من الكترونين او أكثر . ان نظرية بور غير قادرة على تفسير لماذا بعض خطوط الطيف تكون ذات شدة أكثر من خطوط الطيف الأخرى . أي لماذا تكون بعض الانتقالات بين مستويات الطاقة أكثر احتمالاً من انتقالات أخرى . وكذلك لا تبين لنا هذه النظرية ، لماذا تتحلل بعض خطوط الطيف الى خطوط متعددة متقاربة ذات أطوال موجية قريب بعضها من بعض . والاهم من ذلك ، ان هذه النظرية لا تستطيع تفسير التفاعلات الذرية التي هي اساس الصفات الفيزيائية والكيمائية المشاهدة للمادة .

ان هذه الاعتراضات ليست لتجريد نظرية بور من أهميتها التاريخية في تحويل مجرى العلم ، لكن لتوضيح ضرورة الحصول على نظرية أكثر شمولاً . والحقيقة هي انه قد تم وضع مثل هذه النظرية خلال الفترة 1925-1926 من قبل ارون شرودينكر Erwin Schrödinger ، ووانير هايزنبرك Werner Heisenberg ، وآخرين ، تحت عنوان ميكانيك الكم *quantum mechanics* . ومنذ بداية عام 1930 وجدت نظرية ميكانيك الكم تطبيقات واسعة تتضمن نوى الذرات ، الذرات ، الجزيئات والمواد الصلبة . حيث اصبح بالامكان تفسير عدد هائل من النتائج العملية وبدقة عالية جداً .

٥-١ مدخل ميكانيك الكم :

INTRODUCTION TO QUANTUM MECHANICS

ان الفرق الاساسي بين ميكانيك نيوتن وميكانيك الكم هو اختلاف مفهوم الكميات تحت الدراسة . فميكانيك نيوتن يتضمن دراسة حركة الاجسام تحت تأثير القوى ، حيث يفترض ان الكميات كموقع الجسم ، وكتلته ، وسرعته ، وتعجيله ، ... يمكن قياسها بدقة غير متناهية . وهذه الفرضية بطبيعة الحال صحيحة في حدود تجاربنا اليومية ، ونتائج ميكانيك نيوتن تتفق مع النتائج العملية في ظروف المشاهدات اليومية .

يتضمن ميكانيك الكم هو الآخر علاقات بين الكميات العملية observable ، ولكن مبدأ عدم التحديد uncertainty principle يغير جذريا معنى هذه القياسات في عالم الذرات . فبناء على مبدأ عدم التحديد ، لا يمكن اننا تحديد موقع وزخم جسم بدقة غير متناهية ، في حين نرى في ميكانيك نيوتن ان كلا من هاتين الكميتين لها قيمة محددة في كل لحظة . والحقيقة هي ان الكميات المتضمنة في ميكانيك الكم هي المعدلات average . فمثلا ، بدلا من ان نقول ان نصف قطر مدار الكترون في الحالة الارضية في ذرة الهيدروجين

هو $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ ، فان ميكانيك الكم ينص على ان معدل نصف قطر هذا المدار هو $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$. حيث لو قمنا بتجارب مناسبة لايجاد نصف قطر مدار الالكتران ، لوجدنا في معظم الاحيان ان نصف القطر هو اكبر او اقل من هذه القيمة ، لكن معدل القيم هذه يساوي $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$

ولاول وهلة ، نجد ان ميكانيك الكم تعويض غير دقيق لميكانيك نيوتن ، ولكن دراسة دقيقة للموضوع توضح الحقيقة ان ميكانيك نيوتن ليس الا صيغة تقريبية لميكانيك الكم . ان الدقة المزعومة في ميكانيك نيوتن هي خداعية ، في حين ان توافق ميكانيك نيوتن مع التجارب اليومية ، هو نتيجة ان الاجسام الكبيرة macroscopic تتألف من عدد كبير من الذرات حيث عدم التحديد في معدل تصرفاتها يكون غير ملحوظ . بدلا من ان تكون هناك مجموعتان من القوانين ، مجموعة قوانين لوصف العالم الكبير ومجموعة اخرى لوصف العالم الدقيق microscopic universe هناك في الحقيقة ، مجموعة واحدة من القوانين . وميكانيك الكم يشكل الهيكل الدقيق لوصف جميع الاشياء .

٥-٢ المعادلة الموجية THE WAVE EQUATION

كما قد بينا في الفصل الثالث ان الكمية المتضمنة في ميكانيك الكم هي دالة الموجة Ψ wave function للجسم . في حين ان Ψ نفسها ليس لها معنى فيزيائي ، فان مربع قيمتها المطلقة $|\Psi|^2$ (او $\Psi\Psi^*$ اذا كانت Ψ معقدة) ، عند نقطة ولحظة معينتين

تناسب مع احتمالية مشاهدة الجسم عند النقطة وفي اللحظة المعينة . ان فحوى ميكانيك الكم هو حساب Ψ لجسيم محصور تحت تأثير قوة خارجية . قبل ان نبدأ بحساب Ψ ، علينا ان نحدد المواصفات الاساسية لهذه الدالة . اولاً ، لما كانت $|\Psi|^2$ تتناسب مع الاحتمالية P ، لايجاد الجسم ذي الدالة الموجية Ψ ، لذا فإن تكامل $|\Psi|^2$ على جميع الفضاء يجب أن يكون محدوداً ، اذ في أي حال من الأحوال ، يجب ان يكون الجسم في مكان ما . فاذا كان التكامل

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV \quad (1-5)$$

يساوي صفراً ، فإن الجسم لا يوجد في أي مكان . في حين ليس هناك معنى للمسألة اذا كان التكامل يساوي ما لا نهاية . والحالة الوحيدة هو ان التكامل يجب ان يساوي كمية محدودة . من المناسب اعتياداً ان نجعل $|\Psi|^2$ تساوي كثافة الاحتمالية P ، لوجود الجسم المتمثل بالدالة Ψ ، بدلاً من ان تتناسب مع P فقط . اذا كانت $|\Psi|^2$ تساوي P ، فيجب ان تكون

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1 \quad (2-5)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} P dV = 1 \quad \text{وذلك بسبب}$$

ان هذه المعادلة هي الصيغة الرياضية للقول بان الجسم موجود في مكان ما في كل لحظة . ودالة موجية تحقق المعادلة (2-5) يقال انها مقومة *normalized* . ان جميع الدالات الموجية المقبولة فيزيائياً يمكن تقويمها ، ذلك بضربها بثابت مناسب كما سنلاحظ قريباً . وبالإضافة الى ان Ψ يجب ان تكون قابلة للتقويم فإن الدالة Ψ يجب ان تكون احادية القيمة *single-valued* ، وذلك لان P لها قيمة واحدة عند كل مكان وزمان معينين . وصلة اخرى يجب ان تتحقق في Ψ ، هو ان الدالة وتفاضلاتها الجزئية *partial derivatives* $\partial\Psi/\partial x$ ، $\partial\Psi/\partial y$ ، $\partial\Psi/\partial z$ يجب ان تكون مستمرة *continuous* في كل مكان .

ان معادلة شرودينكر *Schrödinger's equation* ، التي تمثل المعادلة الدائناميكية في ميكانيك الكم ، وتقابل قانون نيوتن الثاني في الميكانيك الكلاسيكي ، هي معادلة موجية للمتغير Ψ . وقبل ان ندرس معادلة شرودينكر ، علينا ان نقوم بمراجعة للمعادلة الموجية العامة :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \text{المعادلة الموجية} \quad (3-5)$$

هذه المعادلة تصف دالة موجية y تنتشر على امتداد المحور x بسرعة v . فلحالة سلك مشدود ، تمثل y إزاحة اجزاء السلك عن المحور x . ولحالة الموجات الصوتية ، تمثل y

فرق الضغط . أما للموجات الضوئية ، فإن y تمثل شدة المجال الكهربائي او المجال المغناطيسي .

ان حل المعادلة الموجية يأخذ اشكالا متعددة يعكس اشكال الموجات المختلفة : منها نبضة موجية ، ورتل من موجات ذات سعة وطول موجي ثابت ، ورتل من الموجات المتداخلة بنفس السعة والطول الموجي ، ورتل من الموجات المتداخلة ذات سعات واطوال موجية مختلفة ، وموجة مستقرة كالمتكونة في سلك مشدود من طرفيه ، وهكذا . ان جميع هذه الحلول تأخذ الصيغة

$$y = F\left(t \pm \frac{x}{v}\right) \quad (4-5)$$

حيث F دالة عامة يمكن تفاضلها . فالحل $F(t - x/v)$ يمثل موجة تنتشر باتجاه $+x$ ، على حين يمثل الحل $F(t + x/v)$ موجة تنتشر باتجاه $-x$.
في هذا الفصل سينصب اهتمامنا على ايجاد الدالة الموجية لجسيم طليق free particle ، اي انه لا يكون تحت تأثير قوة خارجية ، ولذلك فهو يسير بخط مستقيم وبسرعة ثابتة .
مثل هذه الدالة تتمثل بحل عام للمعادلة (3-5) ذات سعة A وسرعة زاوية ثابتتين :

$$y = Ae^{-i\omega(t-x/v)} \quad (5-5)$$

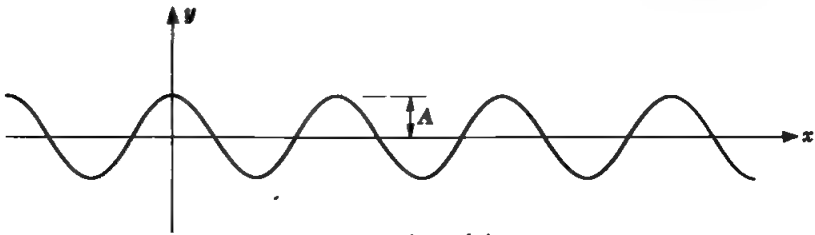
في هذه المعادلة y كمية معقدة تحوي على جزأين حقيقي real وخيالي imaginary حيث

$$e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta \quad (6-5)$$

وعليه يمكن كتابة المعادلة (5-5) بالشكل

$$y = A \cos \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) - iA \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (7-5)$$

ولحالة موجة في سلك مشدود ، حيث تمثل y ازاحة اجزاء السلك عن موضع التبادل (لاحظ الشكل 1-5) ، يكون الجزء الحقيقي فقط في المعادلة التي في اعلاه ذي معنى .
ففي مثل هذه الحالة يهمل الجزء الخيالي من المعادلة لكونه غير مهم .



$$y = A \cos \omega(t - x/v)$$

الشكل (1-5) موجات في المنتشر في سلك مشدود بالاتجاه

٣-٥ معادلة شرودينكر المعتمدة على الزمن

SCHRÖDINGER'S EQUATION: TIME-DEPENDENT FORM

في ميكانيك الكم ، تمثل دالة الموجة Ψ المتغير y في المعادلة الموجية العامة . لكن هنا Ψ لا يمكن قياسها ، ويمكنها ان تأخذ قيما معقدة . وعليه نفترض ان دالة موجية منتشرة باتجاه x - تأخذ الصيغة العامة :

$$\Psi = Ae^{-i\omega(t-x/v)} \quad (٨-٥)$$

بالتعويض عن ω في المعادلة التي في اعلاه بـ $2\pi\nu$ و v بـ λv ، نحصل على :

$$\Psi = Ae^{-2\pi i(\nu t - x/\lambda)} \quad (٩-٥)$$

وهذه الصيغة اكثر ملائمة وذلك لاننا نعرف ν و λ بدلالة الطاقة الكلية E والزخم p للجسيم تحت الدرس . حيث

$$E = h\nu = 2\pi\hbar\nu$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

و

$$\Psi = Ae^{-i(h/\hbar)(Et - px)}$$

لذا

$$(١٠-٥)$$

ان المعادلة (١٠-٥) تمثل موجة جسيم طليق طاقته الكلية E وزخمه p ، يتحرك باتجاه x ، وهي تشبه المعادلة (٥-٥) التي تصف مثلاً انتشار حركة توافقية بسيطة في سلك مشدود . المعادلة (١٠-٥) صحيحة فقط لحالة جسيم طليق . وبصورة عامة نود ان نحصل على الدالة الموجية لجسيم تحت تأثير قوة خارجية ، على سبيل المثال ، الكترون مرتبط بالذرة بواسطة المجال الكهربائي للنواة ، ولذا علينا ان نحصل على المعادلة الموجية العامة لـ Ψ التي يمكن حلها في الظروف المختلفة . اولاً نفاضل المعادلة (١٠-٥) مرتين بالنسبة لـ x ، حيث نجد

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2} \Psi \quad (١١-٥)$$

وبفاضل المعادلة مرة واحدة بالنسبة لـ t ، ينتج

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar} \Psi \quad (١٢-٥)$$

عند سرع صغيرة بالنسبة لسرعة الضوء تساوي الطاقة الكلية E للجسيم مجموع طاقته الحركية $p^2/2m$ وطاقته الكامنة V (حيث V بصورة عامة تتغير مع الموقع x والزمن t) :

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \quad (١٣-٥)$$

بضرب جهتي هذه المعادلة بالدالة Ψ ، نجد

$$E\Psi = \frac{p^2\Psi}{2m} + V\Psi \quad (١٤-٥)$$

على حين نلاحظ من المعادلتين (١١-٥) و (١٢-٥) ان :

$$E\Psi = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (١٥-٥)$$

و

$$p^2\Psi = -\hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \quad (١٦-٥)$$

وبتعويض هاتين المعادلتين في المعادلة (١٤-٥) ، نحصل :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi \quad (١٧-٥)$$

ان المعادلة (١٧-٥) ، هي معادلة شرودينكر المعتمدة على الزمن

time-dependent Schrödinger's equation . وفي الفضاء ذي ثلاثة — ابعاد ،

تأخذ معادلة شرودينكر المعتمدة على الزمن الصيغة العامة

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + V\Psi \quad (١٨-٥)$$

حيث ان طاقة الجسيم الكامنة V هي دالة للموقع x, y, z ، والزمن t ، والتأثيرات الخارجية على الجسيم تظهر في صيغة الدالة V . فاذا عرفنا V ، يمكننا حل معادلة شرودينكر لايجاد موجة الجسيم Ψ ، ومنها نجد كثافة احتمالية وجود الجسيم Ψ^2 عند كل نقطة x, y, z ، وزمن t .

ان الطريقة التي حصلنا بواسطتها على معادلة شرودينكر من الدالة الموجية لجسيم طليق ، تستوجب بعض التعقيب . ان تعميم معادلة شرودينكر من الحالة التي يكون فيها الجسيم طليقاً الى الحالة العامة التي يكون فيها الجسيم في مجال قوى خارجية هو تماماً معقول ، ولكن ليس هناك اية وسيلة لبرهنة صحة هذا التعميم . فكل ما نستطيع ان نعمله هو فرض معادلة شرودينكر وحلها لعدد من الحالات الفيزيائية ، و ثم مقارنة نتائجها بالنتائج العملية . واذا اتفقت النتائج النظرية والعملية ، نستنتج بأن معادلة شرودينكر صحيحة . اما اذا اختلفت هذه النتائج فعلياً ان نهمل نظرية شرودينكر ونبحث عن حل آخر لتلك الظواهر . او بعبارة اخرى لا يمكن اشتقاق معادلة شرودينكر من فرضيات اولية ، بل انها بحد ذاتها تشكل فرضية اولية .

من الناحية العملية ، ظهور ان معادلة شرودينكر تتفق كليا مع النتائج التجريبية ، لكن علينا ان نتذكر بأن المعادلة (٥-١٩) صحيحة فقط للمسائل غير النسبية nonrelativistic في حين ان هناك صيغا اكثر تعقيدا تعالج مسائل تتضمن جسيمات سرعتها قريبة من سرعة الضوء . ولما كانت معادلة شرودينكر متفقة مع النتائج العملية ضمن الحدود غير النسبية ، نستطيع القول بأن فرضية شرودينكر صحيحة . وهذه المعادلة تبقى فرضية اسوة بفرضية النسبية الخاصة او الميكانيك الاحصائي ؛ اذ لا يمكن اشتقاق اي من هذه الفرضيات من فرضيات اخرى اساسية : هذه الفرضيات تمثل تعاميم للملاحظات العملية . ومن المهم ان نلاحظ ان معادلة شرودينكر لا تزيد من عدد الفرضيات الفيزيائية ؛ ذلك لان قانون نيوتن الثاني في الحركة يمكن استنباطه من معادلة شرودينكر ، اذا ما فهمنا بأن الكميات المتضمنة في الميكانيك الكلاسيكي هي معدلات averages بدلا من ان تكون محددة.

٥-٤ المعدلات (القيم المتوقعة) EXPECTATION VALUES

نستطيع من حل معادلة شرودينكر لجسيم في حالة فيزيائية معينة . ان نجد دالة الموجة $\Psi(x,y,z,t)$. هذه الدالة تحتوي جميع المعلومات حول الجسيم ضمن حدود مبدأ عدم التحديد uncertainty principle . وما عدا تلك الكميات التي عرضا تأخذ قيما مكممة . تكون جميع هذه المعلومات على صيغة احتمالات probabilities بدلا من اعداد محددة . وكمثال على ذلك . دعنا نحسب معدل expectation value موقع جسيم $\langle x \rangle$. يتحرك على طول محور x والذي دالته الموجية $\Psi(x,t)$ يمكن تصور هذه الكمية بانها تمثل معدل النتائج التجريبية لقياس مواقع جسيمات كثيرة جدا ذات نفس الدالات الموجية $\Psi(x,t)$

لكي نوضح هذه الحسابات سنحجب اولاً عن سؤال مقارب لهذه المسألة . وهو ما معدل الموقع \bar{x} لعدد من الجسيمات موزعة على محور x . اذا كان هناك N_1 من الجسيمات عند الموقع x_1 . N_2 من الجسيمات عند الموقع x_2 وهكذا ؟ ان معدل الموقع في هذه المسألة يساوي تماما مركز كتلة الجسيمات ، حيث

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + \dots}{N_1 + N_2 + N_3 + \dots} \\ &= \frac{\sum N_i x_i}{\sum N_i}\end{aligned}$$

عندما تتعامل مع جسيم واحد ، علينا ان نعوض عدد الجسيمات N_i عند الموقع x_i بالاحتمالية P_i لوجود الجسيم داخل مسافة dx حول النقطة x_i . هذه الاحتمالية هي

$$P_i = |\Psi_i|^2 dx$$

وحيث ان Ψ هي دالة موجة الجسيم عند النقطة $x = x_i$ ، فبتعويض هذه الكمية وتحويل عملية الجمع الى تكامل ، نجد ان معدل موقع الجسم هو :

$$\langle x \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x |\Psi|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx} \quad (١٩-٥)$$

واذا كانت دالة الموجة Ψ مقومة . normalized . فإن مقام المعادلة (١٩-٥) يساوي احتمالية وجود الجسم ما بين $x = -\infty$ و $x = \infty$. عليه فإن المقام يساوي واحداً ، وبذلك

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\Psi|^2 dx$$

هذه النتيجة توضح ان $\langle x \rangle$ تكون عند مركز توزيع $|\Psi|^2$ اذ لورسمنا $|\Psi|^2$ على ورقة سميكة كدالة لـ x ، وقطعنا المساحة المحصورة داخل المنحني والمحور x ، لوجدنا ان نقطة توازن هذه القطعة تقع عند $\langle x \rangle$

ويمكننا استخدام نفس التحليلات السابقة لايجاد المعدل $\langle G(x) \rangle$ لأي كمية تتغير مع الموقع لجسيم دالته الموجية Ψ . حيث نجد

$$\langle G(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G(x) |\Psi|^2 dx \quad (٢١-٥)$$

ان هذه المعادلة تبقى صحيحة حتى لو تغيرت $G(x)$ مع الزمن . اذ بأي حال من الاحوال علينا ان نحسب $\langle G(x) \rangle$ عند لحظة معينة t ؛ ذلك لان دالة الموجة Ψ نفسها تتغير مع الزمن .

٥-٥ معادلة شرودينكر غير المعتمدة على الزمن

SCHRODINGER'S EQUATION: STEADY-STATE FORM

في كثير من الحالات الفيزيائية نجد ان الطاقة الكامنة للجسيم لا تتغير مع الزمن . وعليه فإن القوة المؤثرة على الجسيم ، وبالتالي V ، تعتمد على موقع الجسم فقط . في هذه الحالة يمكن تبسيط معادلة شرودينكر بأزالة متغير الزمن t . نلاحظ اولاً ان دالة الموجة Ψ في حيز ذي بعد واحد one-dimensional wave function ، لجسيم طليق تأخذ الصيغة

$$\begin{aligned} \Psi &= A e^{-(i/\hbar)(Et - px)} \\ &= A e^{-(iE/\hbar)t} e^{+(ip/\hbar)x} \\ &= \psi e^{-(iE/\hbar)t} \end{aligned} \quad (٢٢-٥)$$

اي ان ψ هي حاصل ضرب دالة الزمن $e^{-(iE/\hbar)t}$ ودالة الموقع Ψ . وبصفة عامة . تأخذ دالة موجة جسيم تحت تأثير قوة ثابتة بالنسبة للزمن ، نفس الصيغة اعلاه لحالة جسيم طليق . وبتعويض صيغة المعادلة (٥-٢٢) في معادلة شرودينكر المعتمدة على الزمن ، نجد

$$E\psi e^{-(iE/\hbar)t} = -\frac{\hbar^2}{2m} e^{-(iE/\hbar)t} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi e^{-(iE/\hbar)t}$$

وبحذف المعامل المشترك $e^{-(iE/\hbar)t}$ ، نحصل على

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V)\psi = 0 \quad (٥-٢٣)$$

المعادلة (٥-٢٣) تمثل معادلة شرودينكر غير المعتمد على الزمن في بعد واحد

صيغة معادلة شرودينكر غير المعتمدة على الزمن في ثلاثة أبعاد هي

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V)\psi = 0$$

وبصورة عامة ليس هناك حل فيزيائي لمعادلة شرودينكر غير المعتمدة على الزمن ، الا لقيم معينة للطاقة E . هذا القول لا يتعلق بوجود الصعوبات الرياضية لحل المعادلة ، بل يكمن المعنى لـ Ψ . ان حل معادلة شرودينكر لنظام معين يعني ايجاد الدالة ψ التي هي بالإضافة الى تحقيقها للمعادلة (٥-٢٤) ، يجب عليها أن تحقق الصفات الأساس لدالات الموجة الفيزيائية ، وعلى وجه التحديد ، الموجة ومشتقاتها الجزئية الثلاثة يجب أن تكون مستمرة continuous ، ومحدودة finite وأحادية القيمة single-valued . واذا لم يكن هناك مثل هذه الدالة الموجية ، فالنظام لا يمكن أن يوجد في حالة مستقرة . وعليه فإن تكتم الطاقة energy quantization يظهر بصورة طبيعية في ميكانيك الكم ، وإن هذا التكتم صفة عامة لجميع النظم المستقرة .

وهناك شبه قريب لتكتم الطاقة ، هو ما يحدث لحالة موجة مستقرة في سلك مشدود طوله L ومثبت عند طرفيه . فهنا ، بدلا من أن تكون هناك موجة واحدة تنتشر بصورة مستمرة باتجاه واحد ، نجد موجتين تنتشران آتيا بالاتجاهين $+x$ و $-x$ بحيث أن الازاحة عند نهايتي السلك تساوي صفراً دائماً . ان دالة موجية مقبولة للازاحة $y(x,t)$ يجب أن تحقق مع مشتقاتها نفس المواصفات السابقة . هي أن تكون مستمرة ومحددة واحادية القيمة . وكذلك يجب أن تكون هذه الدالة حقيقية لأنها تمثل كمية يمكن قياسها . والحل الوحيد

للمعادلة الموجية :

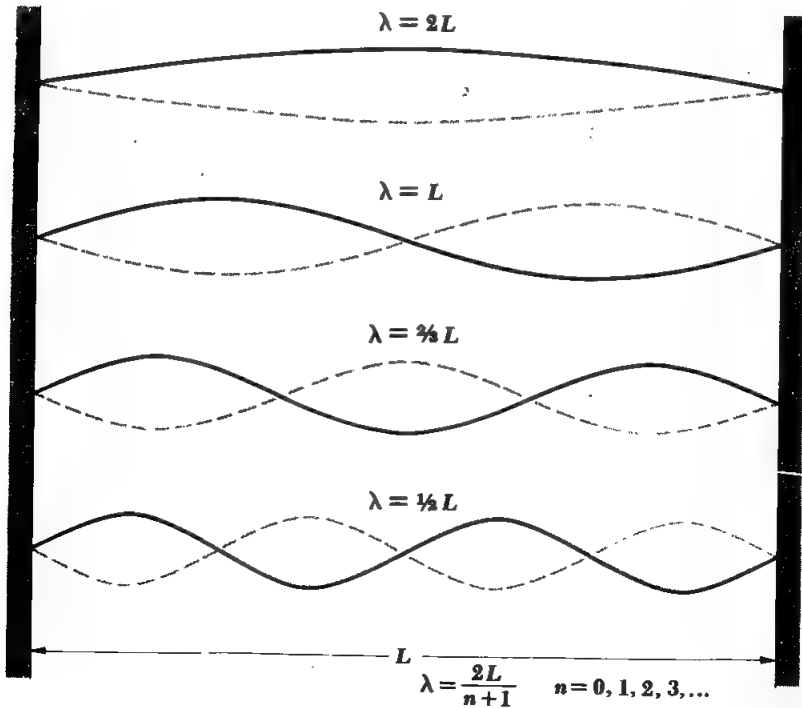
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

الذي يحقق الصفات المطلوبة ، وفي نفس الوقت يحقق $y = 0$ عند طرفي السلك يمتلك أطوال موجية تتحدد بالعلاقة

$$\lambda_n = \frac{2L}{n+1} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

(لاحظ الشكل ٥-٢) . ان وجود هذه القيم المحددة للطول الموجي (λ_n) انما هو نتيجة تقييد الحلول الرياضية للمعادلة الموجية بالشروط الفيزيائية الموضوعة .
ان قيم الطاقة E_n التي تأخذ عندها معادلة شرودينكر حلاً مقبولة فيزيائياً ، تدعى بالقيم المسموحة *eigenvalues* . في حين تدعى دالات الموجة التابعة لهذه الطاقات بالدالات المسموحة *eigenfunctions* . ان مستويات الطاقة المنفصلة في ذرة الهيدروجين هي مثال للطاقات المسموحة . وسوف نرى في الفصل السادس لماذا تؤدي هذه الطاقات وحدها ، الى دالات موجية مقبولة للالكترون في ذرة الهيدروجين .

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



(الشكل ٥-٢) موجة مستقرة في سلك مشدود مثبت عند طرفيه .

ومثال آخر هام على تكم كمية دايناميكية ، هو تكم الزخم الزاوي angular momentum
سوف نجد لحالة ذرة الهيدروجين بأن القيم المسموحة للزخم الزاوي الكلي تتحدد بالعلاقة :

$$L_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$$

وبصورة عامة ، يمكن أن تكون كمية دايناميكية G غير مكتملة . في هذه الحالة لا تؤدي قياسات G على عدد كبير من الجسيمات الى قيمة معينة ثابتة ، بل الى قيم منتشرة متوسطها هو المعدل

$$\langle G \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G|\psi|^2 dx$$

وعلى وجه المثال ، موقع الالكترون في ذرة الهيدروجين ليس مكتملا . ولذا علينا أن نتصور بأن الالكترون موجود بجوار النواة بأحتمالية معينة $|\psi|^2$ لوحدة الحجم ، من دون أن يكون هناك مكان متوقع أو مدار كلاسيكي معين . ان هذه الصيغة الاحتمالية لا تتعارض مع الحقيقة التجريبية ذلك أننا دائما نشاهد الكترونا كاملا وليس 27% من الالكترون في حيز معين ، و 73% في حيز آخر . والاحتمالية المقصودة هي لايجاد الكترون كامل في منطقة معينة . وعلى الرغم من ان هذه الاحتمالية تنتشر في الفضاء ، فان الالكترون نفسه غير منتشر.

٥ - ٦ جسيم في صندوق : تكم الطاقة

THE PARTICLE IN A BOX: ENERGY QUANTIZATION

ان حل معادلة شرودينكر يتطلب بصورة عامة الى رياضيات متقدمة ، ولهذا السبب يقتصر تدريس ميكانيك الكم اعتياديا على طلبة الصفوف المتقدمة حيث يكون لديهم المام كاف بالرياضيات . ومن ناحية أخرى يشكل ميكانيك الكم القاعدة النظرية لفهم النتائج التجريبية للفيزياء الحديثة ، ولذلك يجب أن يكون لدينا بعض الامام بهذه المعالجات النظرية . وسنرى أنه باستخدام رياضيات بسيطة نسبيا ، نستطيع فهم النتائج الكمية التي حققها ميكانيك الكم

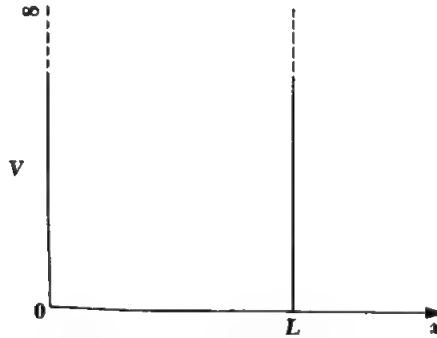
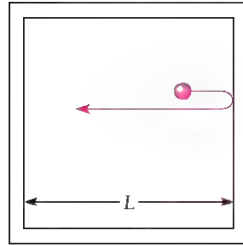
ان اول مثال لاستخدام معادلتشرودينكر ، هو دراسة جسيم يتحرك ذهابا وايابا بين جدران صندوق (الشكل ٥-٣) . واهتمامنا بهذه المسألة يرجع الى ثلاثة أسباب . الأول لدراسة حل معادله شرودينكر لحالة جسيم محصور في حيز محدود ، والثاني لدراسة الصفات الأساس لحل هذه المعادلة ، كتكم الطاقة ، وأثالث ، لمقارنة نتائج ميكانيك الكم مع ميكانيك نيوتن .

نستطيع وصف حركة الجسيم بأنها محصورة على طول محور x بين $x=0$ و $x=L$ ، نتيجة وجود جدران صلبة جداً عند النهايتين . وعند اصطدام الجسيم بهذه الجدران ، فإنه لا يفقد

طاقة ولذلك تبقى طاقته الكلية محفوظة . ان هذه المسألة ، وفق المضمون الدقيق ، تمثل طاقة كامنة V تساوي مالا نهاية عند جدران الصندوق و V تساوي كمية ثابتة (وللسهولة نعتبرها تساوي صفرا) في داخل الصندوق . ولما كان الجسم لا يمكن أن يمتلك مالا نهاية من الطاقة ، لذلك فهو لا يستطيع أن يخترق جدران الصندوق ويهرب الى الخارج . وعليه فإن دالة الموجة ψ تساوي صفرا عند $x \leq 0$ و $x \geq L$ فتكون المسألة هنا هي حساب قيمة ψ داخل الصندوق ، على وجه التحديد بين $x = 0$ و $x = L$.

معادلة شرودينكر داخل الصندوق هي

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0 \quad (٢٥ - ٥)$$



(الشكل ٥ - ٣) : جسم محصور في صندوق عرضه L .

حيث $V = 0$ وفي هذه المسألة ، يكون التفاضل الكلي $d^2\psi/dx^2$ هو نفس التفاضل الجزئي $\partial^2\psi/\partial x^2$ وذلك لأن ψ تعتمد على x فقط . وهناك حلان متميزان للمعادلة (٢٥-٥) :

$$\psi = A \sin \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} x \quad (٢٦ - ٥)$$

$$\psi = B \cos \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} x \quad (٢٧ - ٥)$$

يمكن التحقق من هذين الحلين بالتعويض المباشر في المعادلة (٥-٢٥). ان مجموع الحلين هو أيضاً حل للمعادلة المذكورة ، على حين أن المعاملات A و B ثابتان يجب حسابهما لكل مسألة . ان هذه الحلول يجب أن تحقق الشرط الفيزيائي boundary condition .

$\psi = 0$ عند $x = 0$ و $x = L$. لما كان $\cos 0 = 1$ ، ولذلك فإن الحل الثاني لا يمكن أن يصف حالة الجسم داخل الصندوق ، لأنه لا يساوي صفراً عند $x = 0$. من هذا نستنتج أن B يجب تساوي صفراً . لما كان $\sin 0 = 0$ ، فإن الحل الأول دائماً يعطينا $\psi = 0$ عند $x = 0$ ونحصل على $\psi = 0$ عند $x = L$ إذا كان

$$\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} L = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

$$= n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (٥-٢٨)$$

وذلك لأن جيب الزوايا $\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ يساوي صفراً .
و من المعادلة (٥-٢٨) نجد أن طاقة الجسم تأخذ قيماً محددة تمثل القيم المسموحة eigenvalues للطاقة المذكورة في البند السابق . هذه القيم تشكل مستويات طاقة النظام . والطاقات المسموحة هي

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (٥-٢٩)$$

ان العدد n يدعى بالعدد الكمي quantum number ، وجسم محصور في صندوق لا يستطيع أن يمتلك طاقة عدا الطاقات المبنية في المعادلة (٥-٢٩) . هذه الصفة هي نتيجة حصر الجسم داخل الصندوق وبالتالي تحديد دالته الموجية .
ومن المهم أن نلاحظ أن جسماً في صندوق لا يستطيع أن يمتلك طاقة تساوي صفراً ، لأن دالته الموجية ψ سوف تساوي صفراً ومن ثم يكون الجسم غير موجود هناك .
ان عدم السماح لـ $E = 0$ بالإضافة الى تحديد E بقيم محددة (المعادلة ٥-٢٩) هي صفات كمية بحت ليس لها مرادف في الميكانيك الكلاسيكي ؛ ذلك أنه في الميكانيك الكلاسيكي ، تكون جميع قيم الطاقة - ومن ضمنها الصفر - مسموحة .

ان مبدأ عدم التحديد يبين لنا لماذا تكون $E = 0$ لجسيم داخل صندوق غير مسموح بها ؛ لما كان الجسم محصوراً داخل الصندوق ، فإن عدم التحديد في موقعه يساوي عرض الصندوق : $\Delta x = L$ ، وعليه فإن عدم التحديد في زخم الجسم هو :

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{L}$$

الذي لا يتفق مع $E = 0$. ونلاحظ ان زخم الجسيم التابع للطاقة $E = E_1$ (التي تكون كلياً على شكل طاقة حركية) هو .

$$p_1 = \pm \sqrt{2mE_1} = \pm \frac{\pi\hbar}{L}$$

وهذا المقدار من الزخم يتفق مع مبدأ عدم التحديد .
لماذا لا نلاحظ تكمم الطاقة في حياتنا اليومية ؟ بالتأكيد ان كرة صلبة تندرج ذهابا وايابا بين جدران صندوق قاعدته ملساء يمكنها أن تأخذ أية سرعة وبالتالي أية طاقة يمكن تصورها ، وبضمنها القيمة صفر . ولكي نقتنع بان المعادلة (٥-٢٩) لا تتعارض مع مشاهداتنا اليومية في حين انها تعطينا نتائج متميزة للعالم الدقيق ، دعنا نحسب مستويات الطاقة (١) لـ إلكترون في صندوق عرضه 1 \AA و (٢) لكرة صلبة كتلتها 10-g داخل صندوق عرضه 10 cm .

في الحالة الاولى لدينا $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ و $L = 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$. ولذلك تكون مستويات الطاقة المسموحة هي :

$$\begin{aligned} E_n &= \frac{n^2 \times \pi^2 \times (1.054 \times 10^{-34} \text{ J-s})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times (10^{-10} \text{ m})^2} \\ &= 6.0 \times 10^{-18} n^2 \text{ J} \\ &= 38 n^2 \text{ eV} \end{aligned}$$

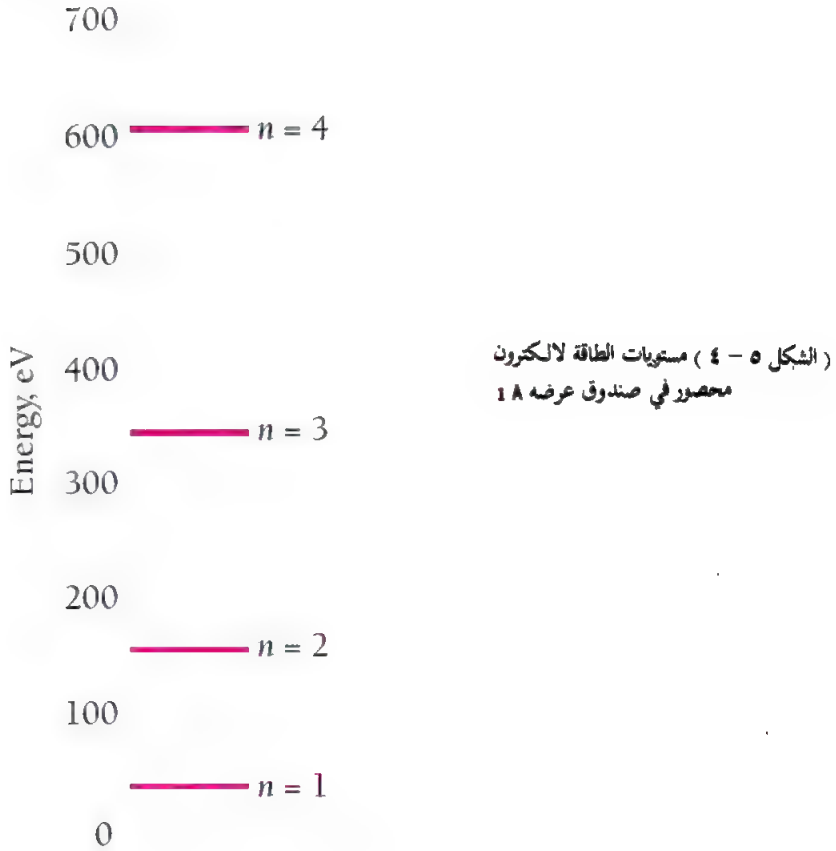
وأقل طاقة يمتلكها الإلكترون في داخل الصندوق هي 38 eV حيث $n = 1$ ومستويات

الطاقة الاخرى تتدرج كالآتي $E_2 = 152 \text{ eV}$ $E_3 = 342 \text{ eV}$ $E_4 = 608 \text{ eV}$ وهكذا (الشكل ٥ - ٤) . هذه المستويات متباعدة بصورة كافية بحيث يمكن تمييزها .

في الحالة الثانية لدينا $m = 10 \text{ g} = 10^{-2} \text{ kg}$ و $L = 10 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ m}$. وعليه فان مستويات الطاقة المسموحة للكرو تكون

$$\begin{aligned} E_n &= \frac{n^2 \times \pi^2 \times (1.054 \times 10^{-34} \text{ J-s})^2}{2 \times 10^{-2} \text{ kg} \times (10^{-1} \text{ m})^2} \\ &= 5.5 \times 10^{-64} n^2 \text{ J} \end{aligned}$$

حيث ان القيمة الدنيا لطاقة الكرة التي تنتج من $n = 1$ هي فقط $5.5 \times 10^{-64} \text{ J}$. ان كرة بهذه الطاقة الحركية لها سرعة $3.3 \times 10^{-31} \text{ m/s}$ فقط ، ولا يمكن تمييزها عن كرة ساكنة . والسرعة الاعتيادية لكرة هي $1/3 \text{ m/s}$ ، وهذه السرعة تمثل عدداً كبيراً جداً $n = 10^{30}$ ان مستويات الطاقة المسموحة للكرة تكون متقاربة جداً حيث لا يمكن تمييز هذه المستويات ، وبالتالي فإنها تظهر على شكل مستمر . ولذا لا يمكن تمييز الظواهر الكمية من خلال تجاربنا اليومية . وهذه الصفة تشير الى سبب نجاح ميكانيك نيوتن في تفسير الظواهر الفيزيائية في المشاهدات اليومية .



٥ - ٧ جسيم في صندوق : دالات الموجة

THE PARTICLE IN A BOX: WAVE FUNCTIONS

لاحظنا في البند السابق ان دالة موجة جسيم طاقته E في صندوق عرضه L ، هي

$$\psi = A \sin \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} x$$

حيث ان القيم المسموحة لـ E هي

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

وبالتعويض عن E بـ E_n ينتج

$$\psi_n = A \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (٣٠ - ٥)$$

التي تمثل دالات الموجة المسموحة التابعة للطاقات المسموحة E_n ومن السهل ان نبرهن بان الدالات الموجية (٣٠-٥) تحقق جميع الصفات المطلوبة التي ناقشناها سابقا : حيث ψ_n ، لكل قيم n ، هي احادية القيمة لـ x وان كلاً من ψ_n و $\partial\psi_n/\partial x$ مستمرة . وبالإضافة الى ذلك أن تكامل $|\psi_n|^2$ على جميع الفضاء محدود . ونستطيع البرهان على هذا بتكامل $|\psi_n|^2 dx$ من $x = 0$ الى $x = L$ (الجسم محصور ضمن هذه الحدود) حيث نجد

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2 dx &= \int_0^L |\psi_n|^2 dx \\ &= A^2 \int_0^L \sin^2 \left(\frac{n\pi x}{L} \right) dx \\ &= A^2 \frac{L}{2} \end{aligned} \quad (٣١ - ٥)$$

للحصول على دالات موجية مقومة ، علينا ان نختار قيمة مناسبة لـ A بحيث أن $|\psi_n|^2 dx$ تساوي الاحتمالية $P dx$ لايجاد الجسم بين x و $x + dx$. اذا كانت $|\psi_n|^2$ تساوي P فإن

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2 dx &= 1 \\ \int_{-\infty}^{\infty} P dx &= 1 \end{aligned} \quad (٣٢ - ٥)$$

لأن
هي الصيغة الرياضية للقول أن هناك احتمالاً 100 % لوجود الجسم في مكان ما في الفضاء .
بمقارنة المعادلتين (٣١ - ٥) و (٣٢ - ٥) ، نجد ان دالة موجة جسم داخل صندوق تكون مقومة اذا كان :

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}} \quad (٣٣ - ٥)$$

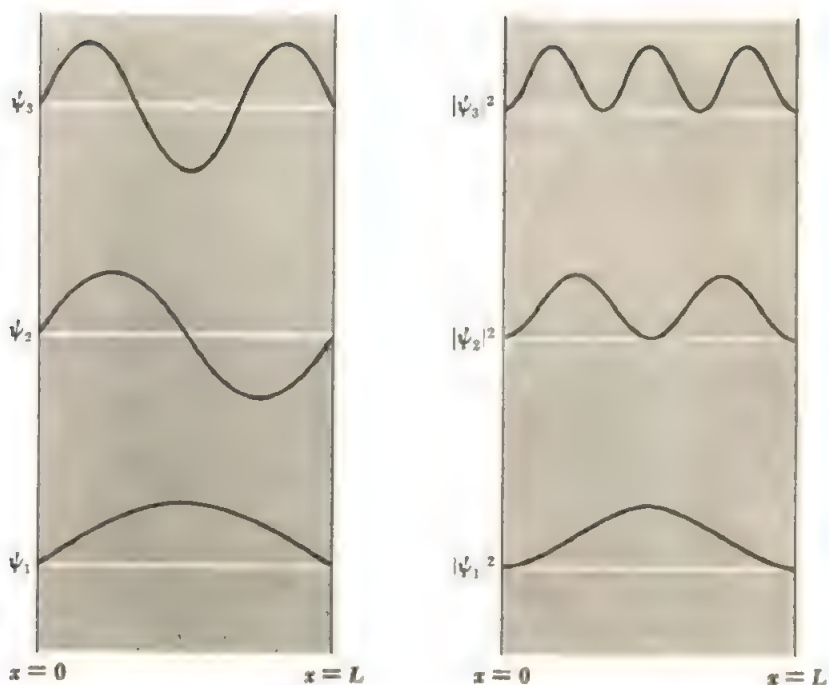
ولذا تأخذ دالات الموجة الموقومة الصيغة

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (٣٤ - ٥)$$

والشكل (٥ - ٥) يوضح الدالات الموجية الموقومة ψ_1 ، ψ_2 ، و ψ_3 والكثافات الاحتمالية $|\psi_1|^2$ ، $|\psi_2|^2$ ، probability densities و $|\psi_3|^2$ على حين تأخذ ψ_n قيماً موجية وسالبة ، نجد $|\psi_n|^2$ لها قيماً موجية فقط . ولما كانت ψ_n دالة مقومة ، ينتج أن $|\psi_n|^2$ تساوي كثافة الاحتمالية P لايجاد الجسم عند كل موقع x . ولكل من

الدالات الموجية لدينا $|\psi_n|^2 = 0$ عند $x=0$ و $x=L$ ، التي تمثل حدود الصندوق واحتمالية وجود الجسيم عند موقع معين داخل الصندوق تختلف تبعا للعدد الكمي n . فعلى وجه المثال ، $|\psi_1|^2$ لها قيمة عظمى عند $\frac{1}{2}L$ ، على حين $|\psi_2|^2$ تساوي صفرا عند ذلك الموقع . وهذا يعني انه في حالة $n=1$ ، هناك احتمالية كبيرة جدا لايجاد الجسيم عند منتصف الصندوق ، في حين ان هذه الاحتمالية تساوي صفرا في حالة $n=2$ من جهة اخرى تشير الفيزياء الكلاسيكية الى أن هناك نفس الاحتمالية لوجود الجسيم في جميع المواقع داخل الصندوق .

ان الدالات الموجية المبينة في الشكل (٥-٥) تشبه موجة سلك مشدود مثبت من طرفيه (لاحظ الشكل ٥-٢) . هذا التشابه هو نتيجة أن المعادلة الموجية لاهتزاز سلك مشدود تشبه تماما المعادلة الموجية لجسيم متحرك . لذلك نجد عند تطبيق نفس المواصفات الفيزيائية على كل من الموجتين تكون النتائج متشابهة .



(الشكل ٥-٥) : الدالات الموجية وكثافات الاحتمال لجسيم محصور في صندوق ذات جدران صلبة .

٥-٨ جسيم محصور في صندوق ذات جدران غير صلبة

THE PARTICLE IN A NONRIGID BOX

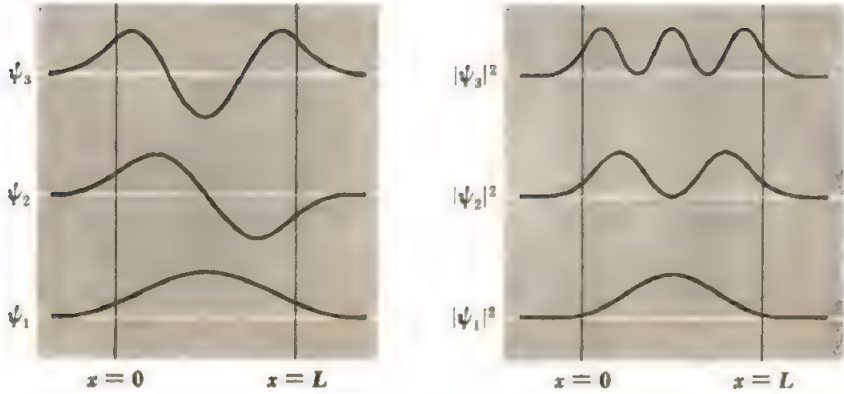
من الضروري ان ندرس حالة جسيم في صندوق جدرانه غير صلبة . في هذه الحالة تكون الطاقة الكامنة V خارج الصندوق ذات قيمة محدودة . والمسألة هنا تقابل سلكا مهتزاً طرفاه غير مثبتين بصورة جيدة ، بحيث توجد حركة بسيطة عند النهايتين . انّ هذه المسألة هي معقدة نسبياً ولذلك سنقتصر على اعطاء نتائجها النهائية فقط ، من دون اشتقاقها . وتطبيق هذه المسألة سوف يتم عند دراسة نظرية الديوترون deuteron في الفصل الحادي عشر .

الشكل (٥-٦) يوضح الدالات الموجية الاولى لجسيم في صندوق ذي جدران غير صلبة . نلاحظ هنا أن ψ_n لاتساوي صفراً خارج الصندوق . فعلى الرغم من أن طاقة الجسيم أصغر من الطاقة الكامنة خارج الصندوق ، فإن هناك احتمالية ملموسة لوجود الجسيم في الخارج . أو بعبارة أخرى ، على الرغم من أن الجسيم لا يمتلك طاقة تمكنه من اختراق جدران الصندوق ، حسب المفهوم الكلاسيكي ، فإن الجسيم ، حسب النظرية الكمية الحديثة ، يستطيع اختراق هذا الجدران . ويمكن فهم هذه الصفة على أساس مبدأ عدم التحديد : لما كان

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar$$

لذلك فإن القول بأن الجسيم لا يوجد مطلقاً خارج الصندوق ، يعني أن عدم التحديد في زخمه خارج الصندوق يساوي مالانهاية . لكن هذا الجسيم سوف يمتلك طاقة تساوي مالانهاية أيضاً تؤهله من أن ينفذ خلال الجدران (V لاتساوي مالانهاية) . هذا الاستنتاج يناقض الفرضية الابتدائية ويوضح أن الجسيم يجب أن يتوغل داخل الجدران ، ولوباحتمالية بسيطة جداً . سوف نرى في الفصل الثاني عشر أن نتائج ميكانيك الكم التي تشير إلى أن هناك دائماً بعض الاحتمال للجسيم أن يهرب من حيز محصور ، تتفق تماماً مع المشاهدات العملية لنوى الذرات المشعة ، التي تبعث جسيمات ألفا . حيث في جميع هذه المسائل لاتأخذ الطاقة الكامنة قيمة مالانهاية ، وان صندوق جدرانه صلبة هوهيالي ، وليس له معنى فيزيائي .

عندما تكون جدران الصندوق غير صلبة ، نجد أن الدالات الموجية ψ_n لجسيم لاتساوي صفراً عند الجدران . ولذلك تكون الاطوال الموجية لجسيم داخل صندوق ذات جدران غير صلبة ، أطول نوعاً ما مما هي عليه في حالة صندوق ذي جدران صلب . هذه الصفة تؤدي إلى أن زخم وبالتالي مستويات طاقة جسيم في صندوق جدرانه غير صلبة أقل من زخم ومستويات طاقة جسيم في داخل صندوق جدرانه صلبة .



الشكل (٥ - ٦) الدالات الموجية وكثافات الاحتمال لجسيم محصور في صندوق ذي جدران غير صلبة .

كون الطاقة الكامنة V خارج الصندوق لها قيمة محدودة ، يؤدي الى نتيجة مهمة أخرى : وهي أن الجسيم يمكن أن يمتلك طاقة E أكبر من V . ومثل هذا الجسيم لا يكون مقيدا داخل الصندوق ويستطيع أن ينفذ كلياً داخل الجدران . وعندما تكون $E > V$ فإن الطاقة تكون غير مكتملة بل تأخذ قيما مستمرة بين V ولانهاية ، وذلك لأن الجسيم ينتشر في جميع الفضاء وليس يكون محصوراً في حيز محدود . ومع هذا ، فالطاقة الحركية للجسيم خارج الصندوق $(E - V)$ هي دائماً اقل من طاقته الحركية داخل الصندوق ، التي تساوي E ، حيث $V = 0$. إن طاقة حركية قليلة تعني طولاً موجياً أطول ، وبذلك فإن ψ لها طولاً موجياً أطول خارج الصندوق مما هي عليه في الداخل .

ومن المعروف في فيزياء البصريات أنه عندما يصل ضوء منطقة يتغير فيها طوله الموجي (أي منطقة ذات معامل انكسار مختلفة) ، فإن جزء من الضوء ينعكس والجزء الآخر يخترق المنطقة : وهذا هو سبب مشاهدة صورنا في زجاج الشبائيك . ان هذه الصفة هي عامة لجميع أنواع الموجات ويمكن اتباعها رياضياً من استمرارية متغير الموجة (أي المجال الكهربائي E في الموجات الكهرومغناطيسية ، والضغط p في الموجات الصوتية والارتفاع h في الموجات المائية ، وهكذا) مع مشتقاتها الاولى ، عبر السطوح الفاصلة بين الأوساط المختلفة .

يمكن القول نفس الشيء تماماً لحالة دالة الموجة ψ لجسيم متحرك . ان دالة موجة جسيم ينتقل الى منطقة ذات جهد مختلف ، تعاني نقصاناً في طولها الموجي في حالة ان V تقل على حين يزداد طولها الموجي اذا ازدادت V . وفي كلا الحالتين يحدث بعض الانعكاس للموجة من السطح الفاصل بين المنطقتين . ماذا يمكن أن يعني بعض الانعكاس ونحن نتكلم عن حركة جسيم واحد ؟ لما كانت $|\psi|^2$ تمثل كثافة الاحتمالية لوجود الجسيم في منطقة

معينة ، فإن انعكاسا جزئيا لـ ψ يعني ان هناك احتمالية معينة لارتداد الجسم . اي اننا لو قدفنا عدة جسيمات على صندوق جدرانها غير صلبة ، لوجدنا ان معظم الجسيمات ستخترق الجدران على حين قليل من الجسيمات ترتد من الجدران .

نستنتج مما تقدم انه حتى لو كانت طاقة الجسيمات عالية نسبيا بحيث تؤهلها كلاسيكيا بأن تخترق حاجزا ، فإنه من وجهة النظر الكمية هناك بعض الاحتمال لارتداد هذه الجسيمات من الحاجز . ان هذه الظاهرة تضيف الى صفة تسرب جسيمات محصورة داخل صندوق من خلال جدرانها على الرغم من عدم امتلاكها الطاقة الكافية لتقنح هذه الجدران كلاسيكيا . وكل من هاتين النتيجةين خاصة بميكانيك الكم ولا يمكن تفسيرها كلاسيكيا . ان مشاهدة هذه النتائج عمليا خلال تجارب ذرية ونووية عديدة يشكل دعما قويا للنظرية الكمية .

٥ - ٩ المتذبذب التوافقي THE HARMONIC OSCILLATOR

ان الحركة التوافقية Harmonic motion تتمثل بتذبذب نظام حول نقطة توازنه . وهذا النظام يمكن أن يكون جسما مرتبطا بلولب حلزوني أو جسما عائما فوق سطح سائل أو جزيئة ثنائية الذرات او ذرة في بلورة ، وعدد لا يحصى من هذه الامثلة في العالمين الدقيق microscopic والكبير macroscopic . ان شرط تكوين الحركة التوافقية هو وجود قوة معيدة restoring force تعمل على ارجاع النظام الى موضع التوازن . لكن القصور الذاتي يؤدي الى استمرارية النظام عبر موضع التوازن وبذلك يستمر النظام بالتذبذب من دون انقطاع ، لولا تبدد الطاقة عن طريق الاحتكاك مثلا .

في حالة الحركة التوافقية البسيطة simple harmonic motion, تناسب القوة المعيدة F المؤثرة على الجسم m مع ازاحة الجسم من نقطة التوازن . اي

$$F = -kx \quad (٣٥-٥)$$

هذه العلاقة تدعى اعتماديا بقانون هوك Hooke law . لكن من قانون نيوتن الثاني في الحركة لدينا $F = ma$. وعليه

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (٣٦-٥)$$

هناك عدة طرق لكتابة حل المعادلة (٣٦-٥) . صيغة مناسبة لهذا الحل هي

$$x = A \cos(2\pi\nu t + \phi) \quad (٣٧-٥)$$

حيث

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (٣٨-٥)$$

تمثل تردد الذبذبة ، و A السعة ، و ϕ ثابت الطور phase . ويمكن تعيين ثابت الطور من قيمة x عند اللحظة $t = 0$.

ان اهمية الحركة التوافقية البسيطة في كل من الفيزياء الكلاسيكية والفيزياء الحديثة لا تكمن في كون القوى المعيدة تتبع تماما قانون هوك ، بل لان معظم هذه القوى تقترب من قانون هوك اذا كانت الازاحة x صغيرة . ولفهم هذه العبارة ، نلاحظ ان أي قوة معيدة تتغير مع x يمكن كتابتها على شكل سلسلة ماكلورين Maclaurin حول موضع التعادل $x = 0$:

$$F(x) = F_{x=0} + \left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=0} x + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2F}{dx^2}\right)_{x=0} x^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{d^3F}{dx^3}\right)_{x=0} x^3 + \dots$$

لما كانت $x = 0$ تمثل نقطة التوازن ، نجد ان $F_{x=0} = 0$. في حين نقيم صغيرة لـ x تكون الكميات x^2, x^3, \dots صغيرة جداً بالنسبة لـ x . وعليه يمكننا ايهال الحد الثالث وجميع الحدود الاخرى ذات الرتب العالية . والحد الوحيد ذات التأثير المهم هو الحد الثاني . من هذا نجد :

$$F(x) = \left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=0} x$$

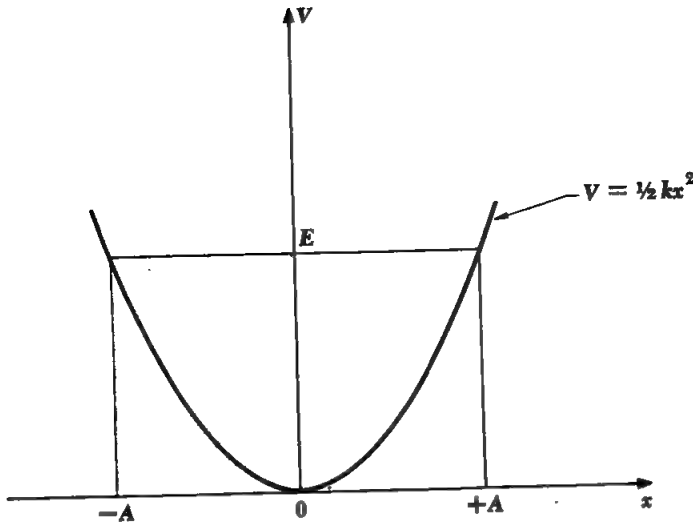
هذه المعادلة تمثل قانون هوك حيث ان $(dF/dx)_{x=0}$ كمية سالبة ذلك لان القوة هي معيدة . والنتيجة العامة التي نحصل عليها ، هي ان جميع الحركات الاهتزازية هي حركات توافقية بسيطة اذا كانت سعة تلك الاهتزازات صغيرة نسبياً .

نستطيع حساب دالة الطاقة الكامنة $V(x)$ الناتجة من قوة تتبع قانون هوك ذلك بأيجاد الشغل اللازم لسحب الجسم من النقطة $x = 0$ الى $x = x$ ، ضد تأثير القوة . اي

$$V(x) = - \int_0^x F(x) dx = k \int_0^x x dx = \frac{1}{2} kx^2 \quad (٣٩-٥)$$

الشكل (٧-٥) يوضح هذه الدالة . اذا كانت طاقة المتذبذب تسوي E فان الجسم يتحرك ذهاباً واياباً بين $x = -A$ و $x = +A$ ، حيث ان A يحدد بالعلاقة $E = \frac{1}{2} kA^2$

من دون أن نقوم بأجراء حسابات دقيقة ، نستطيع أن نتنبأ بوجود ثلاثة فروقات ناشئة من الصفة الكمية ، بالمقارنة مع النتائج الكلاسيكية . أولاً ، ليس هناك قيم مستمرة للطاقة يمتلكها النظام ، بل ان هناك قيماً معينة للطاقة منفصل بعضها عن بعض ثانياً .



(الشكل ٥-٧) الطاقة الكامنة لمتذبذب توافقى بسيط تتناسب مع x^2 ، حيث x هي الازاحة عن نقطة التوازن . سعة الحركة A تحدد بالطاقة الكلية E للمتذبذب .

ان الطاقة الدنيا لاتساوي صفراً ، بل لها قيمة معينة E_0 . وثالثاً ، هناك احتمالية معينة للجسيم بأن يتعد عن موضع التوازن خارج الحدود $x = -A$ و $x = A$

ان نتائج الحسابات الدقيقة تتفق مع هذه التوقعات ومستويات الطاقة لمتذبذب توافقى بسيط تردده الكلاسيكي ν (المعادلة ٥-٢٨) هي :

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (٥-٤١)$$

وعليه فإن مستويات طاقة متذبذب توافقى بسيط تكون مكتممة quantized بفواصل $h\nu$. ففي هذه المسألة ، تكون مستويات الطاقة منفصل بعضها عن بعض بقيمة ثابتة (الشكل ٥-٨) ، وذلك عكس ما هو الحال لجسيم محصور في صندوق حيث

ان الفواصل بين مستويات طاقته تزداد تدريجياً . نلاحظ عندما $n=0$ أن

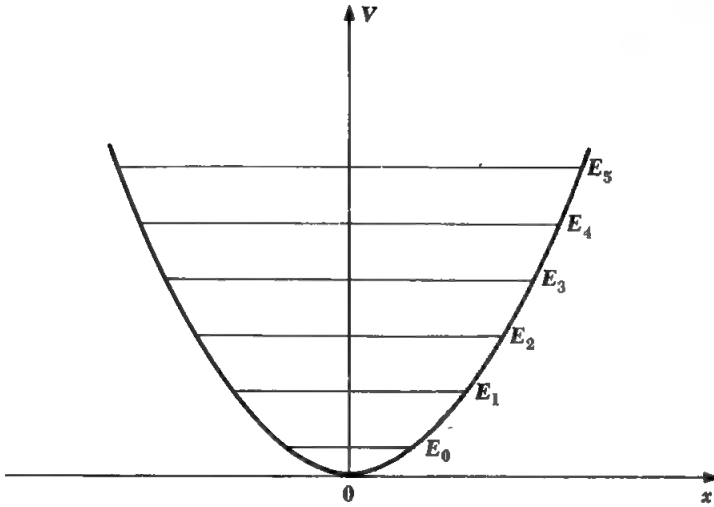
$$E_0 = \frac{1}{2} h\nu \quad (٥-٤١)$$

هذه الطاقة تمثل أقل قيمة يمتلكها المتذبذب وتدعى بطاقة الصفر المطلق zero-point energy ذلك لأن متذبذباً في حالة توازن حراري مع محيطه

يأخذ طاقة $E = E_0$ بدلاً من $E = 0$ عندما تقترب درجة الحرارة من الصفر المطلق 0 K

الشكل (٥-٩) يوضح الدالات الموجبة لمتذبذب توافقى بسيط التابعات لمستويات

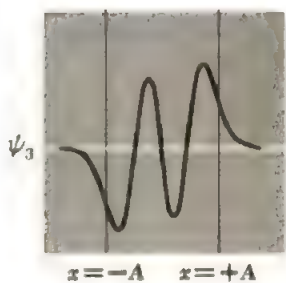
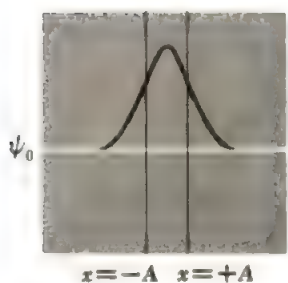
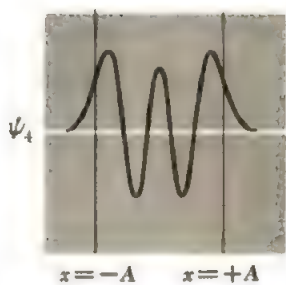
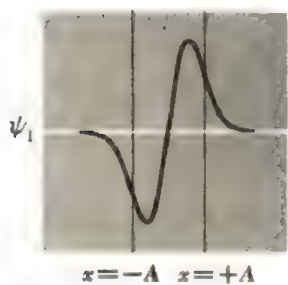
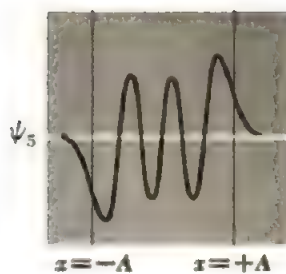
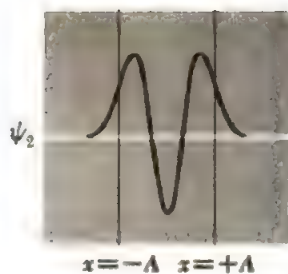
الطاقة الست الأولى . والشكل يوضح لكل حالة مدى حركة المتذبذبات الكلاسيكية ذات نفس الطاقات E_n . نلاحظ أن الجسم يستطيع أن يتوغل الى مسافات غير مسموحة كلاسيكياً . أو بعبارة أخرى ، يستطيع أن يتعد عن نقطة التوازن بمسافة تزيد عن السعة A المحددة كلاسيكياً بقيمة الطاقة E_n . لكن باحتمالية تقل أسياً ، كما هو الحال لجسيم في صندوق ذي جدران غير صلبة .



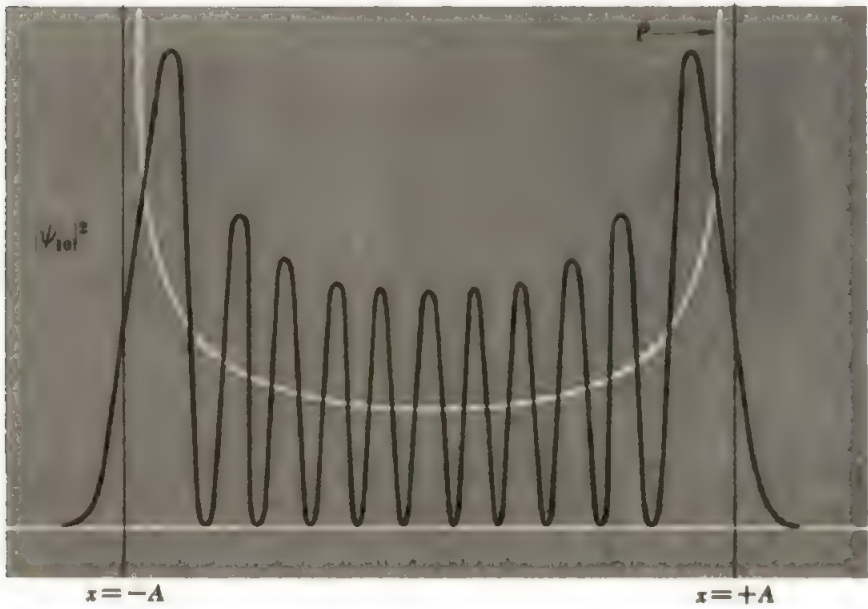
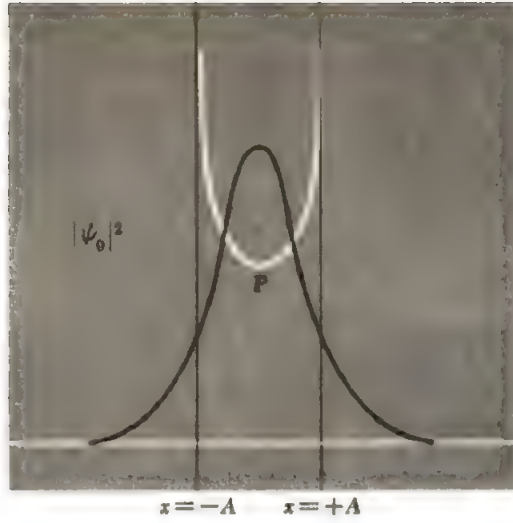
(الشكل ٥ - ٨) مستويات الطاقة لمتذبذب توافقي بسيط حسب النظرية الكمية .

من المفيد أن نقارن بين كثافات الاحتمالية لمتذبذب توافقي بسيط كمّي يمتلك نفس الطاقة . والمنحني الأعلى في الشكل (٥ - ١٠) يوضح هذه الكثافة للمتذبذب الكلاسيكي . نلاحظ ان عندما تكون n عالية فإن

كثافة الاحتمالية الكلاسيكية لوجود الجسيم تأخذ قيمة عظمى عند نهايتي الحركة . حيث تكون سرعة الجسيم بطيئة . في حين تأخذ هذه الاحتمالية قيمة دنيا قرب مركز التوازن حيث الجسم يتحرك بسرعة عالية نسبياً عند هذه النقطة . ويظهر عكس هذا التصرف تماماً عند الحالة $n = 0$ للمتذبذب الكمّي . حيث نلاحظ من الشكل أن لهذه الحالة كثافة الاحتمالية ψ_0^2 لها قيمة عظمى عند $x = 0$ وتقل تدريجياً في كلا الجهتين . هذا التناقض يقل أكثر فأكثر كلما زادت قيمة n . الرسم الاسفل في الشكل (٥ - ١٠) يبين تغير كثافة الاحتمالية للحالة $n = 10$. ونلاحظ



الشكل (٩ - ٥) الدالات الموجية الستة الأولى لمتذبذب توافقى بسيط . الخطوط العمودية تبين الغايات $-A$ و $+A$ التي يتحرك فيها متذبذب كلاسيكي بنفس الطاقات .



(١٠-٥) كثافة الاحتمالية لتند بذب توافقى بسيط كمي في الحالة $n = 0$ و $n = 10$ كثافة الاحتمالية الكلاسيكية لكل حالة مبينة بالمنحني الأبيض .

في الرسم ان معدل ψ_{10}^2 خلال مسافات صغيرة نسبياً يمثل تقريباً التوزيع الكلاسيكي للاحتمالية . هذا التقارب يشكل مثلاً آخر لمبدأ التقابل correspondence principle (البند ٤-١١) ، وهو أنه عندما يكون العدد الكمي كبيراً تعطينا الفيزياء الكمية نفس نتائج الفيزياء الكلاسيكية .

الا ان من الممكن أن يكون هناك الاعتراض التالي : على الرغم من أن معدل $|\psi_{10}|^2$ (الموضح أعلاه) يتفق مع التوزيع الكلاسيكي للاحتمالية ، فإن $|\psi_{10}|^2$ نفسها تنذبذب بسرعة من موقع لآخر في حين P لا تتغير . هذا الاعتراض يكون ذا معنى اذا أمكن مشاهدة

التغيرات الكمية تجريبياً . لكن كلما صغرت المسافة بين ذراً الاحتمالية ، زاد تأثير مبدأ عدم التحديد في مشاهدتها ، بحيث تؤدي عملية مشاهدة هذه التغيرات الدقيقة الى تشويه حالة المتذبذب . ان الحاشيتين الاسيتين لـ $|\psi_{10}|^2$ خارج الحدود $x = \pm A$ تتقلصان بسرعة بزيادة n . ولذلك فالصورة الكمية والكلاسيكية تقترب بعضهما من بعض أكثر فأكثر كلما زاد العدد الكمي n ، وبصورة منسجمة مع مبدأ التقابل في الحالة التي تكون فيها n صغيرة تختلف النتائج الكمية والكلاسيكية تماماً بعضهما عن البعض .

* ١٠ - ٥ المتذبذب التوافقي البسيط : حل معادلة شرودينكر

THE HARMONIC OSCILLATOR: SOLUTION OF SCHRÖDINGER'S EQUATION

نبرهن في هذا البند على الاستنتاجات السابقة بصورة دقيقة . ان معادلة شرودينكر لمتذبذب توافقي بسيط (حيث $V = \frac{1}{2}kx^2$) هي

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{1}{2}kx^2 \right) \psi = 0 \quad (٤٢-٥)$$

ومن المناسب أن نبسط المعادلة (٤٢-٥) بإدخال الكميات العديمة الوحدات :

$$y = \left(\frac{1}{\hbar} \sqrt{km} \right)^{1/2} x$$

$$= \sqrt{\frac{2\pi m v}{\hbar}} x \quad (٤٣-٥)$$

و

$$\alpha = \frac{2E}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$= \frac{2E}{h\nu} \quad (٤٤-٥)$$

حيث " التردد الكلاسيكي للذبذبة في المعادلة (٥ - ٣٨) . هذه الكميات العديمة الوحدات تعوض عن x و E التي وحداتها المتر والجول . على التوالي . وبدلالة الكميات الجديدة تأخذ معادلة شرودينكر الشكل الآتي :

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} + (\alpha - y^2)\psi = 0 \quad (٥ - ٤٥)$$

نبدأ حل المعادلة (٥ - ٤٥) بإيجاد الصيغة المحاذية asymptotic لـ ψ عندما $y \rightarrow \pm\infty$. ان أي دالة موجة تصف جسيما موجودا في حيز أبعاده محدودة . يجب أن تقترب من الصفر عندما $y \rightarrow \pm\infty$. حيث عند ذلك تكون $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dy$ يساوي كمية محدودة . وعليه دعنا نعيد كتابة المعادلة (٥ - ٤٥) على الوجه التالي

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} - (y^2 - \alpha)\psi = 0$$

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = (y^2 - \alpha)\psi$$

$$\frac{\frac{d^2\psi}{dy^2}}{(y^2 - \alpha)\psi} = 1$$

عندما $y \rightarrow \infty$. يكون $y^2 \gg \alpha$ وعليه

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{d^2\psi/dy^2}{y^2\psi} = 1$$

$$\psi_1 = e^{-y^2/2}$$

(٥ - ٤٦)

الدالة ψ_2 التي تحقق المعادلة (٥ - ٤٦) هي

(٥ - ٤٧)

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{d^2\psi_2}{dy^2} = \lim_{y \rightarrow \infty} (y^2 - 1)e^{-y^2/2} = y^2 e^{-y^2/2}$$

اذ أن :

والمعادلة (٥ - ٤٧) تمثل الصيغة المحاذية لدالة الموجة ψ

والآن نستطيع كتابة ψ بالصيغة

$$\psi = f(y)\psi_1$$

$$= f(y)e^{-y^2/2}$$

(٥ - ٤٨)

حيث $f(y)$ هي دالة لـ y يجب حسابها . فبالتعويض عن ψ من المعادلة (٥ - ٤٨) في

المعادلة (٥ - ٤٥) نجد

$$\frac{d^2f}{dy^2} - 2y \frac{df}{dy} + (\alpha - 1)f = 0$$

(٥ - ٤٩)

هذه المعادلة تمثل المعادلة التفاضلية لـ f :

ان الطريقة العامة لحل مثل هذه المعادلات هو أن نفرض أن $f(y)$ يمكن كتابتها على

شكل سلسلة لقوى y

$$f(y) = A_0 + A_1 y + A_2 y^2 + A_3 y^3 + \dots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} A_n y^n \quad (٥٠ - ٥)$$

ثم نجد المعاملات A_n بتفاضل f ينتج :

$$\frac{df}{dy} = A_1 + 2A_2 y + 3A_3 y^2 + \dots$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} n A_n y^{n-1}$$

والآن نضرب هذه المعادلة بـ y لنحصل :

$$y \frac{df}{dy} = A_1 y + 2A_2 y^2 + 3A_3 y^3 + \dots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} n A_n y^n \quad (٥١ - ٥)$$

والتفاضل الثاني لـ f بالنسبة لـ y هو :

$$\frac{d^2 f}{dy^2} = 1 \cdot 2A_2 + 2 \cdot 3A_3 y + 3 \cdot 4A_4 y^2 + \dots$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) A_n y^{n-2}$$

أو

$$\frac{d^2 f}{dy^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) A_{n+2} y^n \quad (٥٢ - ٥)$$

ويمكن التأكد من صحة الصيغة الأخيرة بحساب بعض الحدود الأولى في هذه المعادلة ومقارنتها لصيغتها الأولى . والآن نعوض المعادلات (٥٠-٥) الى (٥٢-٥) في المعادلة (٤٩-٥) حيث نحصل :

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(n+2)(n+1) A_{n+2} - (2n+1-\alpha) A_n] y^n = 0 \quad (٥٣ - ٥)$$

ولكي تكون هذه المعادلة صحيحة لجميع قيم y ، فإن الكمية داخل القوس الكبير يجب أن تساوي صفرًا لكل قيم n . وعليه نجد :

$$(n+2)(n+1) A_{n+2} = (2n+1-\alpha) A_n$$

ومنها

$$A_{n+2} = \frac{2n+1-\alpha}{(n+2)(n+1)} A_n \quad (54-5)$$

وهذه المعادلة تساعدنا على حساب A_4, A_3, A_2, A_1, A_0 . . .

ولما كانت المعادلة (54-5) هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية ، ولذلك فهناك ثابتان اختياريان arbitrary constants وهذان يتمثلان بـ A_0 و A_1 . فمن A_0 نجد بصورة متوالية A_2, A_4, A_6, \dots على حين نجد من A_1 بصورة متوالية A_3, A_5, A_7, \dots والآن من الضروري أن ندرس تصرف الدالة :

$$\psi = f(y)e^{-y^2/2}$$

عندما $y \rightarrow \infty$ تكون دالة الموجة ذات معنى فيزيائي فقط في حالة أن $\psi \rightarrow 0$ عندما $y \rightarrow \infty$ لما كانت $f(y)$ مضروبة بـ $e^{-y^2/2}$ ، نجد أن ψ ستحقق هذا الشرط في حالة

$$\lim_{y \rightarrow \infty} f(y) < e^{y^2/2}$$

(وكما سنلاحظ أنه ليس من الضروري أن نحدد مقدار صغر $f(y)$ بالنسبة لـ $e^{y^2/2}$ ، عند الغاية $y \rightarrow \infty$.

وهناك طريقة مناسبة لمقارنة القيمة المحاذية لـ $f(y)$ مع $e^{y^2/2}$ هي أن نكتب الكمية الأخيرة على شكل سلسلة لقوى y ، وندرس نسبة معاملات الحدود المختلفة لكل من السلسلتين $f(y)$ و $e^{y^2/2}$ عندما $n \rightarrow \infty$. فمن المعادلة (54-5) نجد

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_{n+2}}{A_n} = \frac{2}{n}$$

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \dots$$

ولما كان

لذلك فإن

$$e^{y^2/2} = 1 + \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{2^2 \cdot 2!} + \frac{y^6}{2^3 \cdot 3!} + \dots$$

$$= \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{1}{2^{n/2} \left(\frac{n}{2}\right)!} y^n$$

$$= \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} B_n y^n$$

في هذه المعادلة ، تكون النسبة بين معاملات y^n المتعاقبة هي :

$$\begin{aligned}\frac{B_{n+2}}{B_n} &= \frac{2^{n/2} \left(\frac{n}{2}\right)!}{2^{(n+2)/2} \left(\frac{n+2}{2}\right)!} = \frac{2^{n/2} \left(\frac{n}{2}\right)!}{2 \cdot 2^{n/2} \left(\frac{n}{2} + 1\right) \left(\frac{n}{2}\right)!} \\ &= \frac{1}{2 \left(\frac{n}{2} + 1\right)} = \frac{1}{n+2}\end{aligned}$$

وعند الغاية $n \rightarrow \infty$ تصبح هذه النسبة :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_{n+2}}{B_n} = \frac{1}{n}$$

وعلى هذا فنسبة المعاملات المتعاقبة في سلسلة $f(y)$ ، تقل بصورة أبطأ مما هي عليه لسلسلة $e^{y^2/2}$ وهذا يعني أن $f(y)e^{y^2/2}$ لا تساوي صفراً عندما $y \rightarrow \infty$.
ان هناك وسيلة بسيطة للتغلب على هذه المشكلة . فلو كانت سلسلة $f(y)$ تنتهي عند قيمة معينة لـ n (أي أن جميع المعاملات A_n تساوي صفراً لجميع قيم n أكبر من قيمة معينة) ، فإن ψ تقترب من الصفر عندما $y \rightarrow \infty$ ، ذلك بسبب وجود المعامل $e^{-y^2/2}$. أو بعبارة أخرى : $f(y)$ تكون مقبولة اذا تضمنت سلسلتها عدداً محدوداً من الحدود. فمن المعادلة :

$$A_{n+2} = \frac{2n+1-\alpha}{(n+2)(n+1)} A_n$$

يتضح أنه اذا كان

$$\alpha = 2n+1$$

(٥٥ - ٥)

لقيمة معينة لـ n ، فإن $A_{n+2} = A_{n+4} = A_{n+6} = \dots = 0$ ، وهذا هو ما نحتاج تحقيقه .
المعادلة (٥٥ - ٥) تؤدي الى متوالية واحدة مقبولة للمعاملات A_n . أما متوالية ذات عدد زوجي مبتدأة بـ A_0 ، أو المتوالية ذات عدد n فردي مبتدأة بـ A_1 . فإذا كان n عدداً زوجياً ، يجب أن تكون $A_1 = 0$ وبذلك فقط القوى الزوجية y تظهر في $f(y)$.
بينما اذا كان n عدداً فردياً ، فإنه يجب $A_0 = 0$ فقط القوى الفردية y تظهر في $f(y)$.
وفي نهاية هذا البند نجد المتعددة الحدود (polynomial) $(f(y))$ لقيم مختلفة لـ n .

والشرط $\alpha = 2n + 1$ هو ضروري وبنفس الوقت كاف لتحقيق الشروط المختلفة لدالة الموجة ψ . التي تحقق المعادلة (٤٥-٥) . ومن تعريف α في المعادلة (٤٤-٥) نجد

$$\alpha_n = \frac{2E}{\hbar\nu} = 2n + 1$$

أو

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\nu \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

وهذه هي نفس العلاقة التي وردت في المعادلة (٤٠-٥) في البند السابق . لكل α_n هناك دالة موجية ψ_n مختلفة . وكل من ψ_n تتألف من معامل متعدد الحدود $H_n(y)$ (يدعي بمتعدد حدود هرميت *Hermite polynomial*) ذي قوى فردية فقط أو زوجية فقط لـ y . ومعامل أسّي $e^{-y^2/2}$. ومعامل ثابت لتقويم ψ_n بحيث أن :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2 dy = 1 \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

وتكون الصيغة العامة لـ ψ_n المقومة هي :

$$\psi_n = \left(\frac{2m\nu}{\hbar}\right)^{1/4} (2^n n!)^{-1/2} H_n(y) e^{-y^2/2} \quad (٥٧-٥)$$

الجدول (١-٥) يوضح أول ستة متعددات حدود هرميت . الدالات الموجية ψ_n التابعة لهذه المتعددات الحدود موضحة في الشكلين (٩-٥) و (١٠-٥) في البند السابق .

| n | $H_n(y)$ | α_n | E_n |
|-----|-------------------------|------------|------------------------|
| 0 | 1 | 1 | $\frac{1}{2}\hbar\nu$ |
| 1 | $2y$ | 3 | $\frac{3}{2}\hbar\nu$ |
| 2 | $4y^2 - 2$ | 5 | $\frac{5}{2}\hbar\nu$ |
| 3 | $8y^3 - 12y$ | 7 | $\frac{7}{2}\hbar\nu$ |
| 4 | $16y^4 - 48y^2 + 12$ | 9 | $\frac{9}{2}\hbar\nu$ |
| 5 | $32y^5 - 160y^3 + 120y$ | 11 | $\frac{11}{2}\hbar\nu$ |

الجدول (١-٥) بعض متعددات حدود هرميت

تمرينات

١. اثبت ان جميع حلول المعادلة الموجية

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

تحقق الصيغة العامة $y = F(t \pm x/v)$ المذكورة في البند (٥-٢).

٢. اذا كان $\Psi_1(x,t)$ و $\Psi_2(x,t)$ حلان لمعادلة شرودينكر التابعة لجهد

معين ، اثبت ان التركيب الخطي : linear combination

$$\Psi = a_1\Psi_1 + a_2\Psi_2$$

هو ايضا حل لنفس المعادلة . حيث a_1 و a_2 ثابتان اختياريان . هذه النتيجة تتفق

مع المشاهدات العملية لحالة تداخل موجات ديبروي ، على وجه المثال ، في تجربة

دافسون Davisson وجيرمر Germer التي ناقشناها في الفصل الثالث .

٣. جد اوطأ مستوى طاقة لنيوترون محصور في صندوق عرضه 10^{-14} m . (هذا العرض

هو بحدود قطر النوى الذرية) .

٤. بناء على مبدأ التقابل يجب ان تتفق النتائج الكمية مع النتائج الكلاسيكية عندما تكون

الاعداد الكمية كبيرة جدا . اثبت انه عندما $n \rightarrow \infty$ فان احتمالية وجود جسيم محصور

في صندوق بين x و $x + dx$. لا تعتمد على قيمة x . هذه النتيجة تنسجم

مع التوقعات الكلاسيكية .

٥. جد طاقة الصفر المطلق zero-point energy مقدرة بالالكترون - فولت ،

لبندول دورته period ثنائية واحدة .

٦. صفة مهمة للدالات الموجية المسموحة eigenfunctions لنظام . هي انها

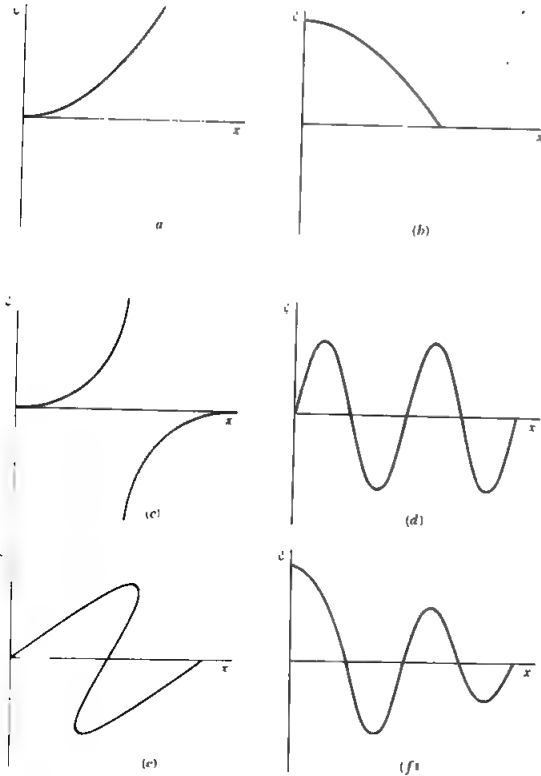
متعامدة بعضها على بعض . اي

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n \psi_m dV = 0 \quad n \neq m$$

اثبت هذه النتيجة للدالات الموجية المسموحة لجسيم محصور في صندوق ذي بعد واحد .

(ملاحظة ، استخدم العلاقة $\sin \theta = (e^{i\theta} - e^{-i\theta})/2i$)

٧. اثبت لحالة $n = 0$ ان معدل الطاقة الحركية $\langle T \rangle$ ومعدل الطاقة الكامنة $\langle V \rangle$ للتذبذب توافقي بسيط يحققان العلاقة $\langle T \rangle = \langle V \rangle = E_0/2$ (الحقيقة هي ان هذه النتيجة تبقى صحيحة لجميع قيم n). كيف تقارن هذه النتيجة مع القيم الكلاسيكية لـ T و V ؟
٨. من الحقيقة ان $\alpha \geq 0$ (لأن $E \geq 0$) ، اثبت ان المعاملات A_n في المعادلة (٥-٥٠) تساوي صفرا عندما n تكون سالبة .
٩. اثبت ان الدالات الموجية الثلاثة الاولى في المعادلة (٥-٥٧) هي حلول مقومة normalized لمعادلة شرودينكر للتذبذب توافقي بسيط .
١٠. بناء على الفيزياء الكلاسيكية ، تكون الطاقة الكلية للتذبذب توافقي بسيط كتلته m ، تردد ν وسعته A هي $2\pi^2 A^2 \nu^2 m$. استخدم مبدأ عدم التحديد لاثبات ان الطاقة الدنيا للتذبذب توافقي بسيط هي $h\nu/2$ ، وذلك على فرض ان $\Delta x = A$
١١. اي من الدالات الموجية المبينة في الشكل (٥-١١) يمكن ان تكون ذات معنى فيزيائي ؟



شكل (٥-١١)

الفصل السادس

النظرية الكمومية لذرة الهيدروجين

ان النظرية الكمومية للذرة ، التي تم تكوينها مباشرة بعد اكتشاف النظرية الكمومية نفسها ، تمثل نقطة تحول مهمة لفهم عالم الفيزياء . تساعدنا النظرية الذرية الحديثة على فهم التفاعلات الذرية ، وتكوين الجزيئات المستقرة ، وترتيب العناصر في الجدول الدوري ، وكذلك فهم الصفات الكهربائية والمغناطيسية والميكانيكية للمواد الصلبة . وسوف ندرس جميع هذه المواضيع في فصول لاحقة ، وفي هذا الفصل سنركز الاهتمام على النظرية الكمومية لذرة الهيدروجين quantum theory of hydrogen atom ومقارنة نتائجها الرياضية مع الحقائق التجريبية .

٦-١ معادلة شرودينكر لذرة الهيدروجين

·RÖDINGER'S EQUATION FOR THE HYDROGEN ATOM

تتكون ذرة الهيدروجين من بروتون ذي شحنة $+e$ والكترون ذي شحنة $-e$ ، والذي هو اخف من البروتون بـ 1,836 مرة . للسهولة نفترض ان البروتون ثابت وان الالكترون يدور حوله متأثرا بالقوة الكهربائية بين الجسمين . والحقيقة هي انه — كما في حالة نظرية بور Bohr يمكننا ان نأخذ بنظر الاعتبار حركة البروتون ، وذلك بتعويض كتلة الالكترون m بالكتلة المصغرة m') . ان معادلة شرودينكر للالكترون في ثلاثة ابعاد هي

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad (١-٦)$$

في هذه المعادلة تمثل V الطاقة الكامنة الالكتروستاتيكية

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (٢-٦)$$

لنظام متكون من شحنة $-e$ وشحنة $+e$ على مسافة r بينهما .

لما كانت V هي دالة لـ r وليست لـ x, y, z . لذا لا يمكن تعويض المعادلة (٢-٦) مباشرة في المعادلة (١-٦) . هناك طريقتان لتوحيد المتغيرات : اما ان نكتب V بدلالة

الاحداثيات الديكارتية cartesian coordinate x, y, z ذلك بتعويض r بالمقدار $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

او كتابة معادلة شرودينكر بدلالة الاحداثيات القطبية spherical polar coordinate r, θ, ϕ المبينة في الشكل (١-٦) . والطريقة الثانية اكثر ملائمة للمسألة التي هي تحت الدرس ، وذلك للتناظر الكروي الموجود ويمكن توضيح الاحداثيات القطبية r, θ, ϕ للنقطة P المبينة في الشكل (١-٦) على النحو التالي :

r = طول الموجة الشعاعي radius vector من نقطة الاصل O الى النقطة P

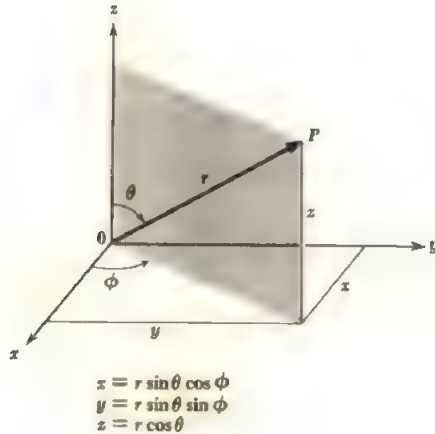
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

θ = الزاوية بين الموجة الشعاعي والاتجاه $+z$. وتدعى بزاوية السمт zenith angle

$$\theta = \cos^{-1} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

ϕ = الزاوية المحصورة بين مسقط الموجة الشعاعي على المستوى xy والاتجاه $+x$

وتدعى بزاوية الزوال azimuth angle $\phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}$



الشكل (١-٦) الاحداثيات القطبية

لتوضيح هذه الاحداثيات نلاحظ ان خطوطا مرسومة على سطح كرة تابعة لقيم θ ثابتة تشبه خطوط العرض latitude للكرة الارضية . مع الفارق ان زاوية خط العرض تمثل $\theta - 90^\circ$ فمثلا . ان نقطة عند زاوية سمت $\theta = 90^\circ$ تكون عند زاوية خط عرض 0° . في حين تشبه الخطوط المتمثلة بقيم ثابتة لزوايا الزوال ϕ . خطوط الطول longitude للكرة الارضية (في هذه الحالة يتفق التعريفان اذا حددنا محور الكرة بالاتجاه z . وجعلنا خط طول $\phi = 0^\circ$ عند $x = 0$) .

وباستخدام الاحداثيات القطبية تأخذ معادلة شرودينكر الصيغة التالية

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad (3-6)$$

وبتعمير المعادلة (3-6) التي تعبر عن الطاقة الكامنة V وضرب المعادلة بـ $r^2 \sin^2 \theta$ نحصل على :

$$\sin^2 \theta \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{2mr^2 \sin^2 \theta}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) \psi = 0 \quad (4-6)$$

المعادلة (4-6) هي معادلة تفاضلية جزئية partial differential equation

لدالة الموجة ψ للالكترون في ذرة الهيدروجين . بعد تطبيق الشروط المبينة في الفصل الخامس على ψ (يجب ان تكون احادية القيمة في كل نقطة مثلا) . نجد ان المعادلة (4-6) تحدد سلوك الالكترون في ذرة الهيدروجين .

بحل المعادلة (4-6) نتيج ثلاثة اعداد كمية لوصف حالة الالكترون في ذرة الهيدروجين ، بدلا من عدد كمي واحد كما في نظرية بور . (في الفصل القادم سوف نجد عددا كليا : لوصف برم الالكترون electron spin) . في حالة نظرية بور تكون حركة الالكترون بصورة اساسية في بعد واحد . اذ ان زاوية الزوال ϕ هي المتغير الوحيد في حركة الالكترون . هذه الحركة تتطلب عددا كليا واحدا لوصف حالة الالكترون — كما هي الحال لجسيم محصور في صندوق ذي بعد واحد .

ان جسيما في صندوق ذي ثلاثة ابعاد يتطلب ثلاثة اعداد كمية لوصف حالته . ذلك ان دالة الموجة ψ يجب ان تساوي في هذا الحال صفرا عند ازواج جدران الصندوق الثلاثة المتعامدة . لتحديد حركة الالكترون في ذرة الهيدروجين . بالمحال السكها بئر للنواة . الذي

الالكترون في ذرة الهيدروجين في ثلاثة ابعاد وعليه نتوقع ايضا ان تكون هناك ثلاثة اعداد كمية تصف حالة الالكترون .
الاعداد الكمية الثلاثة مع قيمها المسموحة التي تنتج من حل المعادلة (٦-٤) هي الآتي :

العدد الكمي الاساس $\text{Principal quantum number} = n = 1, 2, 3, \dots$
العدد الكمي المداري $\text{Orbital quantum number} = l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$
العدد الكمي المغناطيسي $\text{Magnetic quantum number} = m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$
والعدد الكمي الاساس n يحدد الطاقة الكلية للالكترون ، وهو يمثل العدد الكمي n في نظرية بور . والعدد الكمي المداري l يحدد قيمة الزخم الزاوي للالكترون حول النواة .
في حين يحدد العدد الكمي المغناطيسي m_l مركبة الزخم الزاوي بالاتجاه z .

٦-٢ فصل المتغيرات

SEPARATION OF VARIABLES

ان كتابة معادلة شرودينجر لذرة الهيدروجين بدلالة الاحداثيات القطبية تساعدنا على فصل هذه المعادلة التفاضلية الجزئية الى ثلاثة معادلات ، كل منها بمتغير واحد . والطريقة هي ان نكتب دالة الموجة $\psi(r, \theta, \phi)$ على شكل حاصل ضرب ثلاث دالات :
 $R(r)$ تعتمد على r فقط ، و $\Theta(\theta)$ التي تعتمد على θ فقط ، و $\Phi(\phi)$ التي تعتمد على ϕ فقط . اي :

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (٦-٥)$$

ان الدالة $R(r)$ توضح تغير دالة الموجة ψ للالكترون بتغير الاحداثي النصف قطري مع بقاء θ و ϕ ثابتة ، والدالة $\Theta(\theta)$ توضح تغير ψ مع زاوية السم θ مع بقاء r و ϕ ثابتة ، والدالة $\Phi(\phi)$ توضح تغير ψ مع زاوية الزوال ϕ مع بقاء r و θ ثابتة .

ومن المعادلة (٦-٥) نجد :

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \Theta \Phi \frac{\partial R}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = R \Phi \frac{\partial \Theta}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} = R \Theta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2}$$

عليه بتعويض $R\Theta\Phi$ محل ψ في معادلة شرودينكر لذرة الهيدروجين وتقسيم المعادلة على $R\Theta\Phi$ ، نجد :

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \theta}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) \\ + \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \frac{2mr^2 \sin^2 \theta}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = 0 \end{aligned} \quad (٦-٦)$$

ان الحد الثالث في هذه المعادلة هو دالة للزاوية ϕ فقط ، في حين الحدود الاخرى هي دالات r و θ فقط . يمكننا اعادة كتابة المعادلة (٦-٦) بالشكل

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \theta}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) \\ + \frac{2mr^2 \sin^2 \theta}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = - \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} \end{aligned} \quad (٧-٦)$$

وهذه المعادلة يمكن ان تكون صحيحة فقط عندما يساوي طرفاه كمية ثابتة ، ذلك لان الطرفين هما دالتان لمتغيرات مختلفة . ومن المناسب ان نكتب الثابت المساوي لطرفي المعادلة بالصيغة m_l^2 . وعليه تكون المعادلة التفاضلية ل Φ هي :

$$- \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = m_l^2 \quad (٨-٦)$$

بتعويض m_l^2 بدلاً عن الطرف الايمن من المعادلة (٧-٦) وتقسيم حدود المعادلة الناتجة على $\sin^2 \theta$ ، و ثم اعادة ترتيب الحدود نحصل على :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \\ \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} \right) \end{aligned}$$

ونلاحظ هنا أيضا أن طرفي المعادلة هما دالتان لمتغيرين مختلفين ، وعليه فان الطرفين يجب أن يساويا كمية ثابتة . ونرمز لهذا الثابت بـ $l(l+1)$ ، للأسباب ستوضح في البند التالي . لذا فالمعادلات التفاضلية ل R و Θ تكون على التوالي .

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) = l(l+1) \quad (١٠-٦)$$

$$\frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) = l(l+1) \quad (١١-٦)$$

من المناسب إعادة كتابة المعادلات (٦-٨) ، (٦-١٠) و (٦-١١) بالصيغ التالية :

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m_l^2\Phi = 0 \quad (٦-١٢)$$

$$\frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2\theta} \right] \Theta = 0 \quad (٦-١٣)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + E \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0 \quad (٦-١٤)$$

وكل من هذه المعادلات هي معادلة تفاضلية اعتيادية ordinary differential equation في متغير واحد . وبذلك أستطعنا تبسيط معادلة شرودينكر لذرة الهيدروجين التي كانت معادلة تفاضلية جزئية لثلاث متغيرات . الى ثلاث معادلات تفاضلية اعتيادية كل منها ذات متغير واحد .

٦ - ٣ الأعداد الكمّية QUANTUM NUMBERS

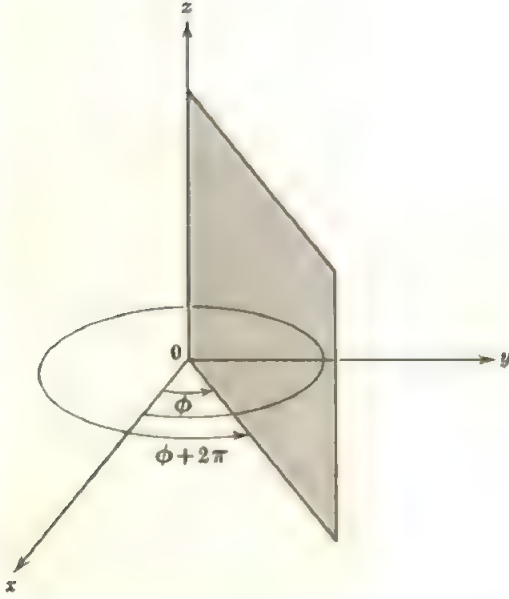
يمكننا بسهولة حل المعادلة (٦-١٢) . لنجد

$$\Phi(\phi) = A e^{im_l\phi} \quad (٦-١٥)$$

حيث A هو ثابت التكامل . لقد بينا سابقاً أن أحد الشروط التي يجب أن تتحقق بالدالة الموجية ψ ، وبالتالي Φ لأنها جزء من ψ . هو أن هذه الدالات يجب أن تكون أحادية القيمة عند كل نقطة في الفضاء . ومن الشكل (٦-٢) نلاحظ أن ϕ و $\phi + 2\pi$ تصفان نفس المستوى الزوائي meridian plane . وعليه يجب أن يكون لدينا

$$A e^{im_l\phi} = A e^{im_l(\phi+2\pi)} \quad \Phi(\phi) = \Phi(\phi + 2\pi)$$

هذه المعادلة يمكن أن تكون صحيحة فقط عندما تساوي m_l صفراً أو عدداً صحيحاً موجباً أو سالباً ($\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) . والثابت m_l يدعى بالعدد الكمّي المغناطيسي magnetic quantum number لذرة الهيدروجين .



الشكل (٦-٢) : الزاويتان ϕ و $\phi + 2\pi$ تعودان لنفس المستوى الزاوي

المعادلة (٦-١٣) لـ $\Theta(\theta)$ هي معقدة نوعاً ما ، حيث أن حلولها تكون على شكل دالات متعددة الحدود ، تدعى بمرافقات دالات ليجاندر *associated Legendre functions* والذي يهمنا هنا من هذه الحلول هو أنها تتطلب قيم l تساوي أعداداً صحيحة أكبر أو تساوي $|m_l|$ (القيمة المطلقة لـ m_l) ، ويمكن كتابة هذا الشرط بالصيغة

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

ويدعى الثابت l بالعدد الكمي المداري *orbital quantum number*

إن المعادلة الأخيرة (٦-١٤) للجزء القطري $R(r)$ لدالة موجة ذرة الهيدروجين هي أيضاً معقدة . وحل هذه المعادلة يكون على شكل دالات متعددة الحدود تدعى بمرافقات دالات لكر *associated Laguerre functions* . في هذه الحالة أيضاً ، المعادلة (٦-١٤) يكون لها حل ، وذلك فقط عندما تساوي E كمية موجبة ، أو أحد القيم السالبة

E_n (التي تمثل طاقة الكترون مرتبط بالذرة) المحددة بالعلاقة

the negative values E_n (signifying that the electron is bound to the atom)

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad (٦-١٦)$$

حيث n تمثل عدداً موجباً صحيحاً . ونلاحظ أن E_n في المعادلة (٦-١٦) تساوي تماماً مستويات الطاقة التي حصلنا عليها من نظرية بور لذرة الهيدروجين . و شرط آخر يجب أن

يتحقق لحل المعادلة (٦-١٤) هو أن n ، الذي يدعى بالعدد الكمي الأساسي

principal quantum number ، يجب أن يكون أكبر من $l + 1$ أو يساويه . أي أن

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$$

، لذا فالأعداد الكمية الثلاثة n ، l ، و m تأخذ القيم المسموحة الآتية :

$$n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{العدد الكمي الأساسي}$$

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1) \quad (٦ - ١٧) \quad \text{العدد الكمي المداري}$$

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \quad \text{العدد الكمي المغناطيسي}$$

ومن المناسب أن نؤكد أن الأعداد الكمية تظهر بصورة تلقائية من معادلة شرودينكر عند تطبيقها على حالة جسيمات محصورة في حيز محدود .

ولكي نبين اعتماد R ، Θ و Φ على الأعداد الكمية n ، l و m ، نكتب دالة موجة الإلكترون بالشكل :

$$\psi = R_{nl} \Theta_{lm} \Phi_{m_l} \quad (٦ - ١٨)$$

والجدول (٦-١) يوضح الدالات الموجية ψ مع اجزائها R و Θ و Φ التابعة لـ

$$n = 1, 2, 3$$

٦ - ٤ العدد الكمي الأساسي PRINCIPAL QUANTUM NUMBER

من المناسب أن نفسر الأعداد الكمية لذرة الهيدروجين على أساس الانموذج الكلاسيكي للذرة . هذا الانموذج ، كما بيناه في الفصل الرابع ، يشبه تماما النظام الشمسي . إلا أن قوة التربيع العكسي التي تربط الإلكترون بالنواة هي قوة الكهروستاتيكية بدلا من قوة نيوتن بين الاجسام . استنتج نيوتن كميّتان محفوظتان من قوانين كيبلر Kepler الثلاثة . هاتان الكميّتان هما الطاقة الكلية *total energy* ومتجه الزخم الزاوي *angular momentum* للكوكب .

وفق الميكانيك الكلاسيكي ، يمكن أن تأخذ الطاقة الكلية للكوكب أية قيمة ، ولكن بطبيعة الحال يجب أن تكون سالبة لكي يبقى الكوكب مرتبطا بالنظام الشمسي . إن طاقة الإلكترون ، وفق النظرية الكمية لذرة الهيدروجين ، هي أيضاً ثابتة . لكن في الوقت الذي يمكن أن تأخذ هذه الطاقة أية قيمة موجبة ، فإن قيمها السالبة تتحدد بالقانون

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi\epsilon_0^2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad (٦ - ١٦)$$

والحقيقة هي أنه يمكن معالجة حركة الكواكب على أساس معادلة شرودينكر ، حيث نحصل بذلك على نفس صيغة المعادلة (٦-١٦) لمستويات طاقة الكوكب . لكن العدد الكمي n للكواكب كبير جداً ، بحيث لا يمكن التمييز بين مستويات طاقة الكوكب . لهذا السبب نجد أن النظرية الكلاسيكية وافية جداً لحركة الكواكب ، لكنها تفشل في وصف حركة الإلكترونات في الذرات . إن العدد الكمي الأساسي n يصف لنا تكمم طاقة الإلكترون في ذرة الهيدروجين .

٦ - ٥ العدد الكمي المداري ORBITAL QUANTUM NUMBER

إن تفسير العدد الكمي المداري هو أقل وضوحاً . دعنا نتفحص المعادلة التفاضلية للدالة القطرية $R(r)$:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon r} + E \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0 \quad (٦ - ١٤)$$

وهذه المعادلة تخص الحركة الشعاعية للإلكترون ، أي حركة الإلكترون نحو النواة أو بعيداً عنها . لكن هذه المعادلة تحوي الطاقة الكلية E للإلكترون ، على حين تتضمن هذه الطاقة الطاقة الحركية المدارية التي يجب أن لا تؤثر على حركة الإلكترون القطرية .

ويمكن إزالة هذا التناقض الظاهري حسب المناقشة الآتية : تتضمن الطاقة الحركية T للإلكترون جزأين ، T_{radial} نتيجة الحركة الشعاعية و T_{orbital} نتيجة الحركة لدورانية حول النواة . والطاقة الكامنة V للإلكترون هي الطاقة الإلكتروستاتيكية .

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

ولذلك تكون الطاقة الكلية للإلكترون هي :

$$\begin{aligned} E &= T_{\text{radial}} + T_{\text{orbital}} + V \\ &= T_{\text{radial}} + T_{\text{orbital}} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \end{aligned}$$

وبتعويض هذه الصيغة عن قيمة E في المعادلة (٦-١٤) ثم إعادة ترتيب المعادلة ، نحصل على

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} \left[T_{\text{radial}} + T_{\text{orbital}} - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] R = 0 \quad (٦ - ١٩) .$$

| n | l | m_l | $\Phi(\phi)$ | $\Theta(\theta)$ | $R(r)$ | $\psi(r, \theta, \phi)$ |
|-----|-----|---------|--|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{2}{3/2} e^{-r/a_0}$ | $\frac{1}{\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$ |
| 2 | 0 | 0 | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2\sqrt{2} a_0^{3/2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}$ | $\frac{1}{4\sqrt{2\pi} a_0^{3/2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}$ |
| 2 | 1 | 0 | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ | $\frac{\sqrt{6}}{2} \cos \theta$ | $\frac{1}{2\sqrt{6} a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$ | $\frac{1}{4\sqrt{2\pi} a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \cos \theta$ |
| 2 | 1 | ± 1 | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\phi}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$ | $\frac{1}{2\sqrt{6} a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$ | $\frac{1}{8\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \sin \theta e^{\pm i\phi}$ |
| 3 | 0 | 0 | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{2}{81\sqrt{3} a_0^{3/2}} \left(27 - 18 \frac{r}{a_0} + 2 \frac{r^2}{a_0^2}\right) e^{-r/3a_0}$ | $\frac{1}{81\sqrt{3\pi} a_0^{3/2}} \left(27 - 18 \frac{r}{a_0} + 2 \frac{r^2}{a_0^2}\right) e^{-r/3a_0}$ |
| 3 | 1 | 0 | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ | $\frac{\sqrt{6}}{2} \cos \theta$ | $\frac{4}{81\sqrt{6} a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0}$ | $\frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0} \cos \theta$ |
| 3 | 1 | ± 1 | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\phi}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$ | $\frac{4}{81\sqrt{6} a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0}$ | $\frac{1}{81\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0} \sin \theta e^{\pm i\phi}$ |
| 3 | 2 | 0 | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ | $\frac{\sqrt{10}}{4} (3 \cos^2 \theta - 1)$ | $\frac{4}{81\sqrt{30} a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0}$ | $\frac{1}{81\sqrt{6\pi} a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0} (3 \cos^2 \theta - 1)$ |
| 3 | 2 | ± 1 | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\phi}$ | $\frac{\sqrt{15}}{2} \sin \theta \cos \theta$ | $\frac{4}{81\sqrt{30} a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0}$ | $\frac{1}{81\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi}$ |
| 3 | 2 | ± 2 | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm 2i\phi}$ | $\frac{\sqrt{15}}{4} \sin^2 \theta$ | $\frac{4}{81\sqrt{30} a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0}$ | $\frac{1}{162\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi}$ |

الجدول (٦-١) دالات الموجة المقومة لذرة الهيدروجين لـ $n = 1, 2, 3$. الكمية $a_0 = \hbar^2 / me^2 = 0.53 \text{ \AA}$.

وتساوي نصف قطر مدار بور الداخلي.

وعند تساوي الحدين الأخيرين في القوس الكبير في هذه المعادلة ، تأخذ المعادلة التفاضلية لـ $R(r)$ الصيغة المطلوبة ، وهي أن الدالة $R(r)$ تعتمد على حركة الإلكترون القطرية فقط . ولذا من الضروري أن نفترض أن :

$$T_{\text{orbital}} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \quad (٦ - ٢٠)$$

الطاقة الحركية الدورانية للإلكترون هي

$$T_{\text{orbital}} = \frac{1}{2}mv_{\text{orbital}}^2$$

ولما كان الزخم الزاوي L للإلكترون هو :

$$L = mv_{\text{orbital}}r$$

$$T_{\text{orbital}} = \frac{L^2}{2mr^2}$$

وبذلك نجد من المعادلة (٦ - ٢٠) أن :

$$\frac{L^2}{2mr^2} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}$$

أو

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad (٦ - ٢١)$$

نستطيع تفسير هذه النتيجة بالشكل التالي : لما كان العدد الكمي المداري l للإلكترون

محددًا بالقيم :

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$$

فيمكن للإلكترون أن يمتلك زخمًا زاويًا محددًا بالمعادلة (٦ - ٢١) فقط . ومثلما

تكون الطاقة E محفوظة ومكممة نجد أن الزخم الزاوي هو أيضاً محفوظ *conserved*

ومكمم *quantized* ومن المعادلة (٦ - ٢١) نجد أن

$$\hbar = h/2\pi = 1.054 \times 10^{-34} \text{ J-s}$$

هي وحدة طبيعية للزخم الزاوي .

إن العدد الكمي المداري لحركة الكواكب كبير جداً ، بحيث لا يمكن تكم زخمها

الزاوي . فنلا ، الكترون أو أي جسم عدده الكمي المداري 2 له زخم زاوي

$$L = \sqrt{2(2+1)} \hbar$$

$$= \sqrt{6} \hbar$$

$$= 2.6 \times 10^{-34} \text{ J-s}$$

، وهذا يعود

في حين أن الزخم الزاوي للأرض حول الشمس هو $2.7 \times 10^{40} \text{ J-s}$

إلى عدد كمي مداري كبير جداً .

من الشائع تمييز الحالات المدارية بواسطة جروف ، حيث s ترمز الى الحالة المدارية $l=0$ ، و p ترمز للحالة المدارية $l=1$ ، وهكذا على النحو التالي .

| | | | | | | | |
|--------------------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| | $l=0$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $6 \dots$ |
| حالات الزخم الزاوي | s | p | d | f | g | h | $i \dots$ |

ان اساس هذه الرموز الغريبة ، هو التصنيف التجريبي للأطياف الى سلاسل تدعى حادة sharp اساس principal ، ومنتشرة diffuse ، ورئيسية fundamental للرموز الاربعة الاولى ، على التوالي ؛ فكل رمز يمثل الحرف الاول من التسمية الانكليزية لهذه السلاسل . اما الرموز الاخرى $i, h, g, f, e, d, c, b, a$ هي استمرار الحروف الابجدية اللاتينية بعد الحرف f فالزخم الزاوي للحالة s يساوي صفراً وللحالة p يساوي $\sqrt{2} \hbar$ وهكذا . ان استخدام العدد الكمي الاساس مع الرمز الذي يمثل الزخم الزاوي يكون صيغة مناسبة لوصف الحالات الذرية . في هذه الصيغة ، مثلاً ، الحالة $n=2$ و $l=0$ تاخذ الرمز $2s$. في حين تاخذ الحالة $n=4$ و $l=2$ الرمز $4d$. والجدول (٦-٢) يوضح تسميات الحالات الذرية للهيدروجين لغاية $n=6$ و $l=5$.

| | s $l=0$ | p $l=1$ | d $l=2$ | f $l=3$ | g $l=4$ | h $l=5$ |
|-------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $n=1$ | $1s$ | | | | | |
| $n=2$ | $2s$ | $2p$ | | | | |
| $n=3$ | $3s$ | $3p$ | $3d$ | | | |
| $n=4$ | $4s$ | $4p$ | $4d$ | $4f$ | | |
| $n=5$ | $5s$ | $5p$ | $5d$ | $5f$ | $5g$ | |
| $n=6$ | $6s$ | $6p$ | $6d$ | $6f$ | $6g$ | $6h$ |

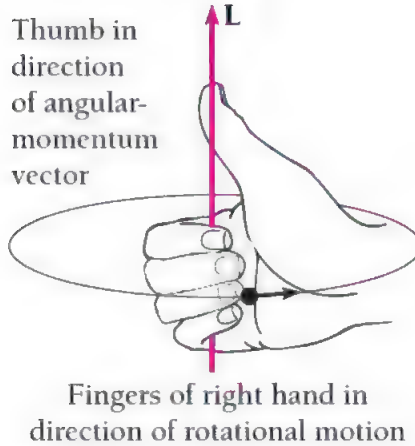
الجدول (٦-٢) تسميات حالات ذرة الهيدروجين

٦ - العدد الكمي المغناطيسي MAGNETIC QUANTUM NUMBER

العدد الكمي المداري يحدد قيمة الزخم الزاوي للإلكترون . لكن الزخم الزاوي ، كالزخم الخطي ، كمية متجهة vector quantity ، ولذلك يتطلب تحديده قيمته واتجاهه (نذكر أن المتجه L هو عمود على مستوى الحركة الدورانية ، حيث أن اتجاهه يتحدد بقاعدة اليد اليمنى : حيث لو جعلنا أصابع اليد اليمنى الأربع تلتف باتجاه الحركة الدورانية ، فإن الإبهام يشير الى اتجاه L) (لاحظ الشكل (٦-٣))

ماذا يمكن أن تكون أهمية هذا المتجه بالنسبة لذرة الهيدروجين ؟ إن الإلكترون يدور حول النواة ، يكون حلقة صغيرة من تيار ، الذي بدوره يكون مجالاً مغناطيسياً يشبه مجال

ثنائي قطب مغناطيسي ، وكذلك ان الكهرونات ذرياً ذا زخم زاوي ، يتفاعل مع مجال مغناطيسي B خارجي . والعدد الكمي المغناطيسي m_l يحدد مركبة L باتجاه المجال . ان تكمم هذه المركبة كثيراً ما يدعى بتكمم الفضاء *space quantization* .



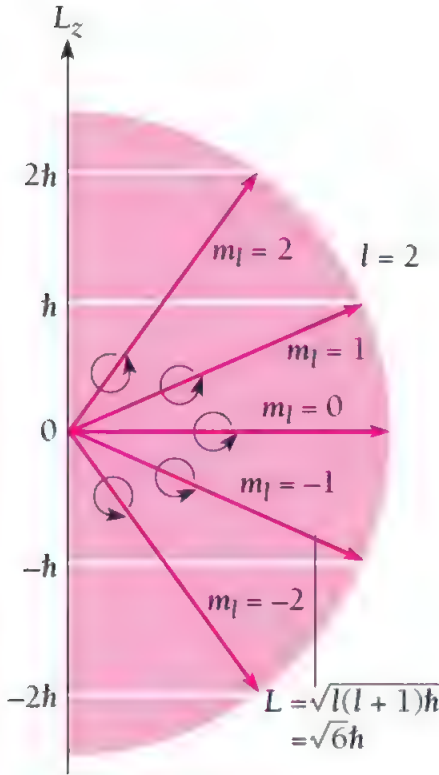
الشكل (٦-٣) قاعدة اليد اليمنى للزخم الزاوي .

لو افترضنا ان المجال المغناطيسي هو باتجاه محور z ، فان مركبة L بهذا الاتجاه تتحدد بالقيم

$$L_z = m_l \hbar \quad (٦-٢٢) \quad \text{تكمم الفضاء}$$

ان القيم المسموحة لـ m_l التابعة لقيمة معينة لـ l تمتد بين l و $-l$ مارة بالقيمة 0 . وكذلك فان عدد الاتجاهات المختلفة الممكنة للمتجه L بالنسبة لاتجاه المجال المغناطيسي هي $2l + 1$. فإذا كانت $l = 0$ ، فان L_z تأخذ قيمة واحدة تساوي 0 . وإذا كانت $l = 1$ فان L_z يمكن ان تأخذ القيم $\hbar, 0, -\hbar$ ، وإذا كانت $l = 2$ فان L_z يمكن أن تأخذ القيم $2\hbar, \hbar, 0, -\hbar, -2\hbar$. وهكذا . ونلاحظ ان المتجه L لا يمكن ان يوازي او يعاكس تماماً اتجاه B : ذلك لأن L_z هي دائماً أصغر من قيمة الزخم الزاوي الكلي $\sqrt{l(l+1)}\hbar$

الشكل (٦-٤) يوضح تكمم الفضاء للزخم الزاوي المداري للذرة الهيدروجين . ويمكن تصور حالة ذرة ذات قيمة معينة لـ m_l بانها الحالة التي لوساط فيها مجالاً مغناطيسياً خارجياً على الذرة ؛ لكانت مركبة زخم الذرة باتجاه المجال هي $m_l \hbar$

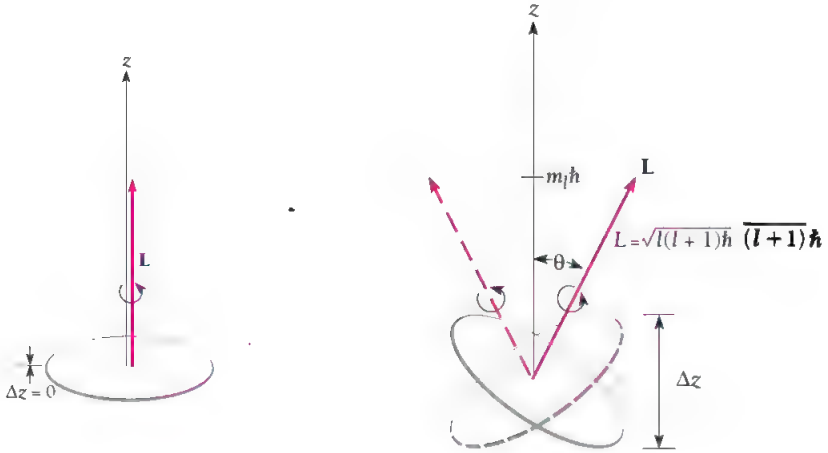


الشكل (٦-٤) تكَمُّ الفضاء للزخم الزاوي المداري

وفي حالة عدم وجود مجال مغناطيسي خارجي ، فإن محور z يكون غير محددة . ففي هذه الحالة تكون مركبة L في أي اتجاه تختاره تساوي $m_l \hbar$. ان اهمية المجال المغناطيسي الخارجي هو تحديد محور z على اساس ذي معنى تجريبي . ومن جهة اخرى ان المجال المغناطيسي ليس هو المرجع الوحيد لتحديد الاتجاه ؛ فمثلا ، ان الخط الواصل بين ذرتي H في جزيئة الهيدروجين H_2 يمكن ان يكون مرجعا مناسباً لتحديد مركبة الزخم الزاوي لـ H . ومركبة L على طول هذا الخط ايضا تتحدد بالقيم $m_l \hbar$.

فلماذا مركبة واحدة لـ L تكون مكتمة ؟ وجواب هذا السؤال هو أن المتجه L في الحقيقة لا يشير الى اتجاه ثابت ، بل يرسم مخروطاً في الفضاء مسقطه على المحور z يساوي $m_l \hbar$. وسبب هذه الحالة هو مبدأ عدم التحديد ، اذ لو كان L يشير الى اتجاه ثابت في الفضاء لنتج أن L_x و L_y بالإضافة الى L_z تمتلك قيم ثابتة . وهذا يعني ان موقع الالكترون يتحدد بمستوى . فمثلا لو كان L باتجاه z تماماً لتحددت حركة الالكترون بالمستوى

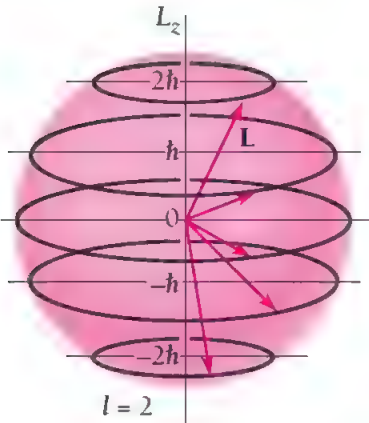
(الشكل ٦-٥) . وهذه الحالة يمكن ان تحدث فقط عندما يكون الخطأ في زخم الالكترون p_z باتجاه z يساوي مالا نهائية ، وهذه الصفة مستحيلة لحالة الالكترون مرتبط بالذرة . ولما كانت النتائج تشير الى أن L_z و $|L|$ هي المحدودة فقط وان $|L| > L_z$ نجد أن الالكترون ليس متحدد بمستوى واحد (الشكل ٦-٥ ب) . ومن هذا نلاحظ ان مبدأ عدم التحديد يتحقق بصورة تلقائية في ذرة الهيدروجين . ان اتجاه L يتغير باستمرار ، وعليه فان معدل L_x و L_y يساوي 0 ، على الرغم من ان L_z دائماً تأخذ القيمة المحددة $m_l \hbar$ (لاحظ الشكل ٦-٦) .



(a)

(b)

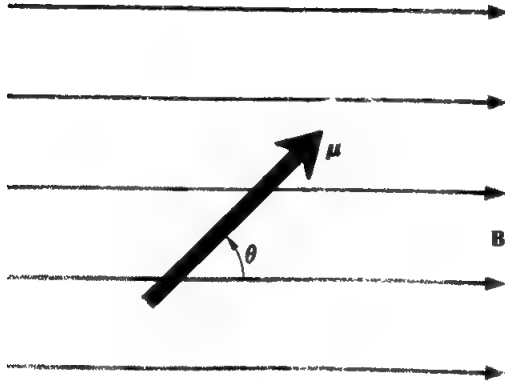
الشكل (٥-٦) مبدأ عدم التحديد يمنع متجه الزخم الزاوي L من أن يأخذ اتجاهاً ثابتاً في الفضاء .



الشكل (٦-٦) متجه الزخم الزاوي L يدور باستمرار حول

ان ثنائي مغناطيسي موجود في مجال مغناطيسي B خارجي يمتلك طاقة كامنة V_m تعتمد على كل من قيمة العزم المغناطيسي μ واتجاهه بالنسبة للمجال (الشكل ٦-٧) . والعزم τ المسلط على ثنائي قطب مغناطيسي موجود في مجال مغناطيسي شدته B هو

$$\tau = \mu B \sin \theta$$



الشكل (٧-٦) : ثنائي قطب مغناطيسي ذي عزم μ باتجاه يصنع زاوية θ بالنسبة لمجال مغناطيسي B خارجي .

حيث θ الزاوية بين μ و B . ان العزم المسلط يكون ذا قيمة عظمى عندما يكون ثنائي القطب عموديا على المجال ، ويساوي صفرا عندما يكون موازيا او معاكسا للمجال ولكي نحسب الطاقة الكامنة V_m ، علينا اولا ان نحدد اتجاهها مناسباً نعتبر عنده V_m تساوي صفرا .

لما كان التغير بالطاقة الكامنة فقط يمكن قياسه عمليا ، لذلك فإن مرجع الطاقة هو تماما اختياري arbitrary ومن المناسب ان نجعل $V_m = 0$ عندما $\theta = 90^\circ$ ، أي عندما μ تكون عموديا على B . ان الطاقة الكامنة عند اتجاهات اخرى لـ μ تساوي الشغل اللازم لتدوير ثنائي القطب من $\theta_0 = 90^\circ$ الى الزاوية θ التي تحدد تلك الاتجاهات وعليه :

$$\begin{aligned} V_m &= \int_{90^\circ}^{\theta} \tau d\theta \\ &= \mu B \int_{90^\circ}^{\theta} \sin \theta d\theta \\ &= -\mu B \cos \theta \end{aligned} \quad (٦-٢٣)$$

عندما μ تشير إلى نفس اتجاه B فإن V_m تأخذ أصغر قيمة وتساوي $-\mu B$. وهذه النتيجة منطقية . ذلك لأن ثنائي القطب يحاول أن يأخذ نفس اتجاه المجال المغناطيسي الخارجي ولما كان العزم المغناطيسي لـ إلكترون مداري في ذرة الهيدروجين يعتمد على زخم الزاوي L ، لذا فإن قيمة واتجاه L بالنسبة لمجال مغناطيسي خارجي يحدد الطاقة المغناطيسية للذرة في المجال والعزم المغناطيسي لحلقة من تيار هو

$$\mu = iA$$

حيث i قيمة التيار و A المساحة المحصورة داخل الحلقة . والإلكترون يعمل v من الدورات لكل ثانية في مدار دائري ذي نصف قطر r يكون تياراً ev (لاحظ أن شحنة الإلكترون سالبة) . ولذا فإن العزم المغناطيسي المتولد هو :

$$\mu = -ev\pi r^2$$

ولكن السرعة الخطية v للإلكترون هي $2\pi vr$ ، وعليه فإن الزخم الزاوي للإلكترون يكون

$$\begin{aligned} L &= mvr \\ &= 2\pi mvr^2 \end{aligned}$$

وبمقارنة المعادلتين للعزم الزاوي μ والزخم الزاوي L نجد :

$$\mu = -\left(\frac{e}{2m}\right)L \quad (٢٤ - ٦)$$

التي تصف الحركة الدورانية للإلكترون . والكمية $(-e/2m)$ ، التي تتضمن شحنة وكتلة الإلكترون ، تدعى بنسبة العزم المغناطيسي إلى الزخم الزاوي *gyromagnetic ratio* والاشارة السالبة تعني أن اتجاه μ عكس اتجاه L . وفي الوقت الذي نلاحظ أن الطريقة التي اتبعناها للحصول على العزم المغناطيسي للإلكترون مداري هي كلاسيكية ، فإن التحليلات الكمية الدقيقة تؤدي إلى نفس النتيجة . وبذلك ، وحسب المعادلة (٢٤ - ٦) تكون الطاقة الكامنة المغناطيسية لذرة في مجال مغناطيسي

$$V_m = \left(\frac{e}{2m}\right)LB \cos \theta \quad (٢٥ - ٦)$$

وهذه الطاقة هي دالة لكل من B و θ .

ومن الشكل (٥ - ٦) نلاحظ أن الزاوية θ بين L ومحور z تأخذ قيما معينة تحقق العلاقة .

$$\cos \theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}$$

حيث أن القيم المسجوجة l هي L

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

ونستطيع الان ايجاد الطاقة المغناطيسية لذرة عددها الكمي المغناطيسي m_l موجودة في مجال مغناطيسي B ، وذلك بتعويض قيمة $\cos \theta$ و L في المعادلة (٦-٢٥). حيث نجد :

$$V_m = m_l \left(\frac{e\hbar}{2m} \right) B \quad (٦-٢٦)$$

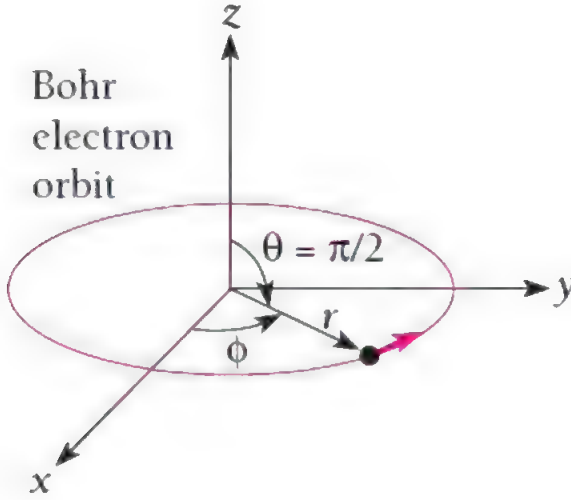
وندعى الكميذ $e\hbar/2m$ بمغنيط بور Bohr magneton وقيمتة تساوي $9.27 \times 10^{-24} \text{ J/tesla (T)}$

وبذلك نجد ان طاقة ذرة في مجال مغناطيسي تعتمد على كل من m_l والعدد الكمي الاساس n . فعندما نوضع ذرة في مجال مغناطيسي خارجي ، فإن مستوى الطاقة n ينقسم الى عدة مستويات ثانوية substates طاقتها اقل او اكثر بقليل من طاقة المستوى الاصل في حالة عدم وجود المجال المغناطيسي . وهذه الظاهرة تؤدي الى ان عندما توجد الذرة في مجال مغناطيسي . فإن كل من خطوط الطيف تشطر الى خطوة ثانوية منفصلة . والمسافات الفاصلة بين الخطوط الثانوية تعتمد على شدة المجال المغناطيسي المسلط . ان انشطار خطوط الطيف بواسطة المجال المغناطيسي يدعى بظاهرة زيمان Zeeman effect ، نسبة للعالم الهولندي Zeeman الذي اكتشفها عام 1896 . ان ظاهرة زيمان تشكل برهانا قويا على تكمم الفضاء الموضح في البند السابق . وسوف نناقش هذه الظاهرة بصورة اوسع في الفصل السابع .

٦-٨ كثافة الاحتمالية للالكترون ELECTRON PROBABILITY DENSITY

حسب نموذج بور لذرة الهيدروجين ، يتحرك الالكترون بمدار دائري حول النواة . ان الشكل (٦-٨) يوضح هذا النموذج بدلالة احداثيات قطبية . ونلاحظ من هذا الشكل انه لو اجرينا تجربة مناسبة لوجدنا ان الالكترون دائما موجود على مسافة $r = n^2 a_0$ من النواة (n هو العدد الكمي الاساسي و $a_0 = 0.53 \text{ \AA}$ يمثل نصف قطر اول مدار) ، وان حركة الالكترون محددة في المستوى الاستوائي $\theta = 90^\circ$ بينما زاوية الزوال ϕ وحدها تتغير مع الزمن .

ان النظرية الكمية لذرة الهيدروجين تصحح نظرية بور من جانبيين . اولاً . لا يمكن تحديد احداثيات الالكترون r ، θ و ϕ : حيث ان النظرية الكمية تحدد فقط توزيع احتمال وجود الالكترون في المناطق المختلفة . وعدم التحديد هذا ناتج من الصفة الموجية للالكترون ، وثانياً ، لانستطيع ان نتصور الالكترون يتحرك حول النواة بمدارات تقليدية . وذلك لان كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ لاتعتمد على الزمن ، وهي تتغير بصورة كبيرة من موقع الى آخر .



الشكل (٦-٨) نموذج بور للذرة الهيدروجين بدلالة إحداثيات قطبية .

دالة موجة الإلكترون ψ في ذرة الهيدروجين هي $\psi = R\Theta\Phi$ حيث ان : $R = R_n(r)$ تصف تغير ψ ، التابعة للعدد الكمي المداري l والعدد الكمي الاساسي n . مع المسافة r و

$$\Theta = \Theta_{lm_l}(\theta)$$

تصف تغير ψ ، التابعة للعدد الكمي المغناطيسي m_l والعدد الكمي المداري l ، مع الزاوية θ ، و

$$\Phi = \Phi_{m_l}(\phi)$$

تصف تغير ψ ، التابعة للعدد الكمي المغناطيسي m_l ، مع الزاوية ϕ . وعليه فان كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ تأخذ الشكل

$$|\psi|^2 = |R|^2 |\Theta|^2 |\Phi|^2 \quad (٦-٢٧)$$

حيث نفهم من هذه الصيغة ان في حالة الدالات المعقدة ، مربع القيمة المطلقة للدالة يعني حاصل ضرب الدالة مع مرافقها المعقد complex conjugate

وكثافة الاحتمالية الزاوية $|\Phi|^2$. التي تصف توزيع احتمالية وجود الإلكترون كدالة لزاوية الزوال ϕ . هي كمية ثابتة لاتعتمد كلياً على الزاوية ϕ . وعليه فإن كثافة

احتمالية وجود الإلكترون تكون متوزعة بصورة متناظرة حول محور . بصرف النظر عن

الحالة الكمية التي تصف حالة الالكترون : هناك نفس الاحتمال لتواجد الالكترون عند كل زاوية ϕ من زوايا الزوال .

على نقيض ϕ ، فإن الدالة النصف قطرية R لدالة الموجة ψ لا تتغير فقط مع الموقع r ، بل تأخذ اشكالا مختلفة لاعداد كمية n و l مختلفة . والشكل (٦-٩) يوضح تغير R مع r للحالات $1s, 2s, 2p, 3s, 3p$ لذرة الهيدروجين . فنلاحظ من الشكل ان \bar{R} لجميع حالات s تأخذ قيمة عظمى عندما $r = 0$ (اي عند موقع النواة) . في حين للحالات ذات الزخم الزاوي الذي لا يساوي صفرا ، تكون قيمة R صفرا عندما $r = 0$. ان كثافة الاحتمالية للالكترون عند النقطة r, θ, ϕ تتناسب مع $|\psi|^2$ ، على حين الاحتمالية لوجود الالكترون في حجم صغير dV هي $|\psi|^2 dV$. وصيغة dV بدلالة الاحداثيات القطبية هي

$$dV = r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi .$$

ولما كانت كل من ϕ ، θ و R دالات مقومة (لاحظ الجدول ٦-١) فإن الاحتمالية

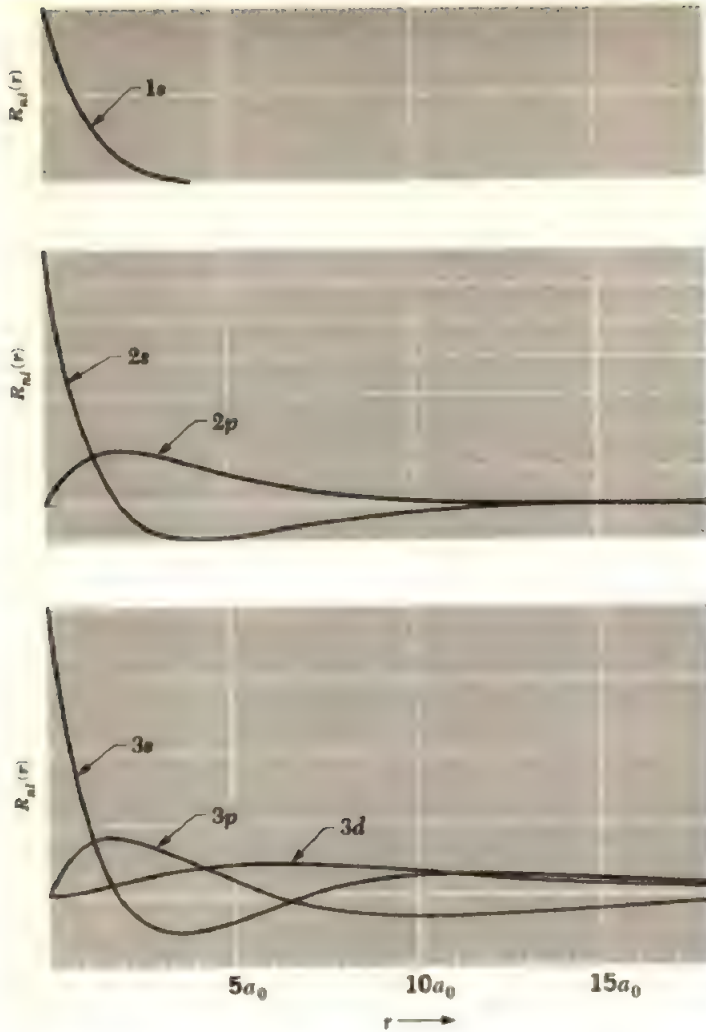
$P(r)dr$ لاييجاد الالكترون في ذرة الهيدروجين على مسافة بين r و $r + dr$ من النواة هي :

$$P(r)dr = r^2 |R|^2 dr \int_0^\pi |\Theta|^2 \sin \theta \, d\theta \int_0^{2\pi} |\Phi|^2 d\phi \quad (٦-٢٨)$$

$$= r^2 |R|^2 dr$$

الشكل (٦-١٠) يوضح المعادلة (٦-٢٨) لنفس الدالات النصف قطرية المبينة في الشكل (٦-٩) . نلاحظ المنحنيات في الشكل (٦-١٠) تختلف تماما عن منحنيات الشكل (٦-٩) . مثلا للحالات s لا تأخذ P قيمة عظمى عند موقع النواة على حين لها قيمة عظمى عند مسافات r معينة . وبما يلفت النظر هو ان موقع القيمة العظمى ل P للالكترون في الحالة $1s$ تكون عند a_0 ، التي تمثل نصف قطر مدار بور الارضي . ولكن معدل r للحالة $1s$ هو $1.5a_0$. ان هذه النتيجة تبدو لاول وهلة غريبة لان مستويات الطاقة تأخذ نفس القيم في كل من انموذج بور والنظرية الكمية لذرة الهيدروجين . والحقيقة هي ان هذا الاختلاف في قيمة r ليس مهما ؛ اذ ان طاقة الالكترون تتغير مع $1/r$ وليس طرديا مع r . ان حسابات مباشرة تشير الى ان معدل $1/r$ للالكترون في الحالة $1s$ هو تماما $1/a_0$

الدالة السمتية Θ تتغير مع زاوية السمت θ لجميع الحالات الكمية l و m_l عدا $l = m_l = 0$. الحالات $l = m_l = 0$ تمثل الحالات s . مربع القيم المطلقة $|\Theta|^2$ للحالة s هي كمية ثابتة وتساوي $1/2$. وبما ان $|\Phi|^2$ هي ايضا ثابتة ، لذلك فان كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ تأخذ نفس القيمة لبعده معين r في جميع الاتجاهات . في حين ان كثافة الاحتمالية للالكترون في الحالات المدارية الاخرى تتغير مع الزاوية θ ، وبصورة

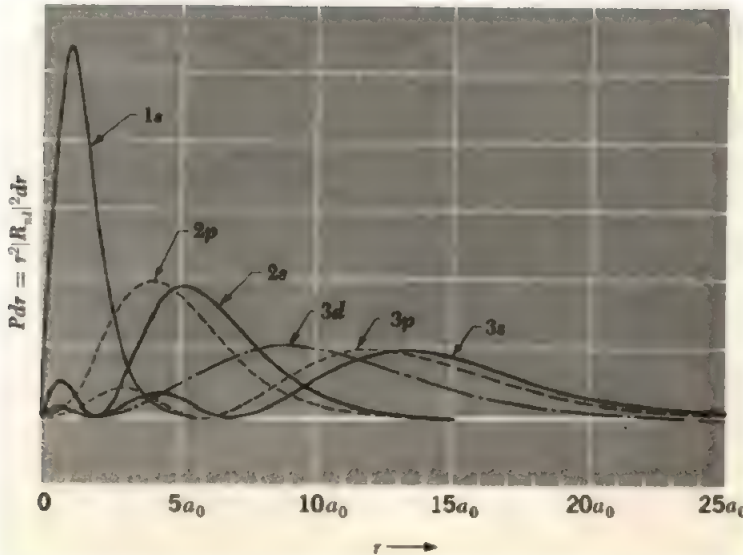


الشكل (٦-٩) : تغير الدالة القطرية R مع المسافة r من النواة في ذرة الهيدروجين ، لحالات كمية مختلفة . الكمية $a_0 = \hbar^2/me^2 = 0.53 \text{ \AA}$ هي نصف قطر مدار بور الأول .

معقدة في بعض الاحيان : ويمكن ملاحظة ذلك من الشكل (٦-١١) ، الذي يوضح كثافة احتمالية الكترون كدالة لـ r و θ لعدد من الحالات الذرية . (لاحظ أن الكمية المرسومة هي $|\psi|^2$ وليست $|\psi|^2 dV$) . لما كانت $|\psi|^2$ لا تعتمد على ϕ ، لذلك يمكننا الحصول على الصورة المجسمة لـ $|\psi|^2$ بتدوير كل من الرسوم حول المحور العمودي . وعليه نجد أن كثافة الاحتمالية للحالة n متناظرة كروياً في حين أن الحالات

الآخري لا تحقق هذا التناظر. إن التواءات lobe التي تميز الحالات المختلفة ، تمتلك أهمية بالغة في الكيمياء . هذه التواءات تحدد ترابط الذرات المتجاورة لتكوين الجزيئات ، وسوف نعالج هذه الفكرة ببعض التفصيل في الفصل الثامن .

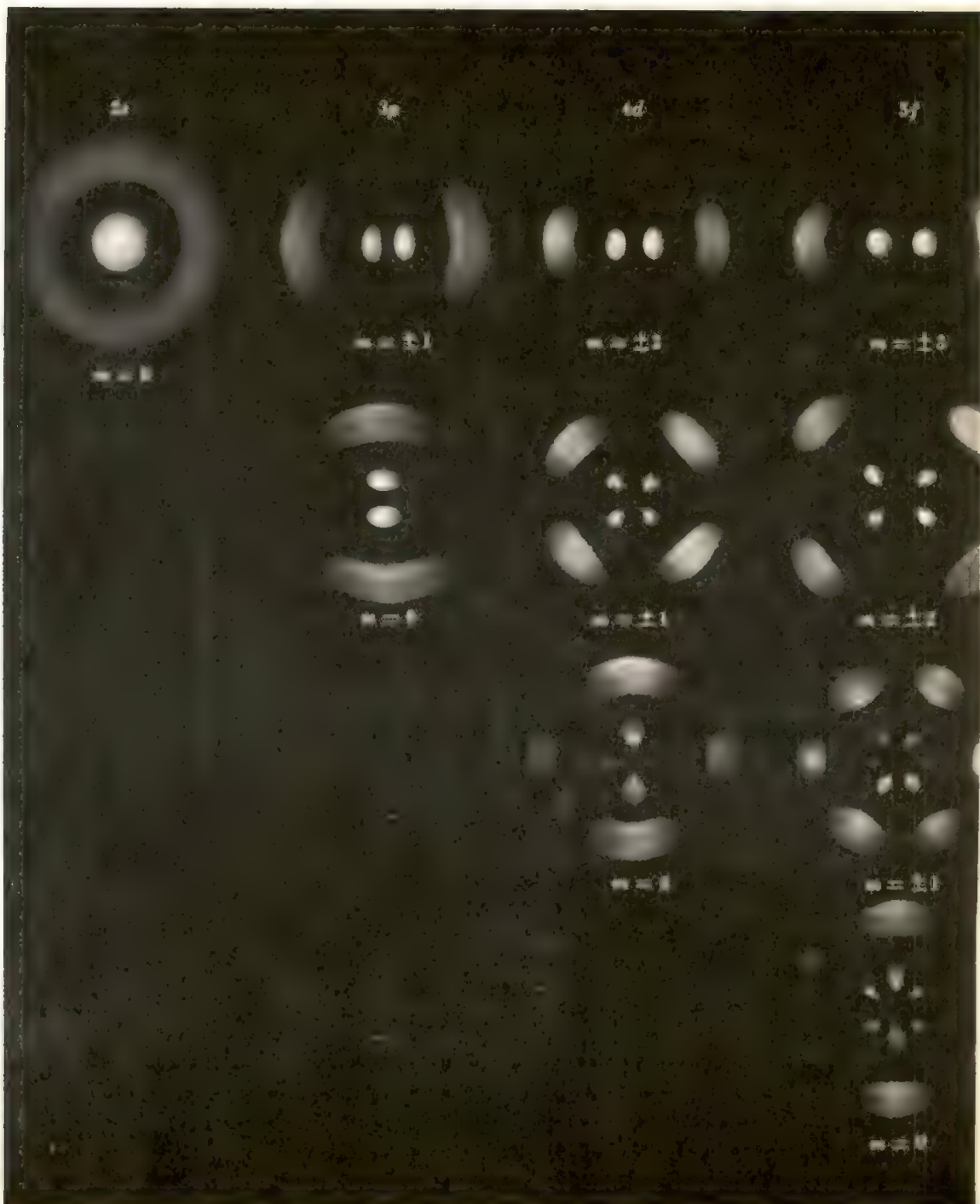
إن دراسة الشكل (٦-١١) تكشف عن تشابه ملحوظ بين الحالات الكمية والمدارات الذرية في نموذج بور . فمثلاً ، توزيع كثافة الاحتمالية للحالة $2p$ التابعة للعدد الكمي المغناطيسي $m_l = \pm 1$ ، يكون على شكل حلقة في المستوى الاستوائي للذرة ، وتمرکزة عند النواة . وبالإضافة الى ذلك فمن حسابات تفصيلية نجد أن المسافة الأكثر احتمالاً بين الإلكترون والنواة هي $4r_0$ ، التي تساوي تماماً نصف قطر بور لنفس العدد الكمي الأساس . ونفس التشابه يحدث للحالة $3d$ التابعة لعدد كمي مغناطيسي $m_l = \pm 2$ والحالة $4f$ التابعة لعدد كمي مغناطيسي $m_l = \pm 3$ ، وهكذا . في جميع هذه الحالات يكون الزخم الزاوي أكبر ما يمكن أن يأخذه الإلكترون في الحالة التابعة لعدد كمي أساس معين ، وإن متجه الزخم الزاوي هو أقرب ما يكون الى اتجاه محور z . ففي هذه الحالات تكون كثافة الاحتمالية محصورة في منطقة قريبة جداً من المستوى الاستوائي للذرة . ولذلك فإن نموذج بور يعطينا المدار الأكثر احتمالاً للإلكترون في واحد من الحالات المتعددة التابعة لمستوى طاقة معين .



الشكل (٦-١٠) احتمالية وجود الإلكترون في ذرة الهيدروجين عند مسافة محصورة بين r و $r + dr$ من النواة ، للحالات الكمية المبينة في الشكل (٦-٩) .



(الشكل ١١-٦) شكل توضيحي لتوزيع كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ للالكترون مستويات طاقة مختلفة. هذه الاشكال تشكل مقاطع عرضية للتوزيعات في مستوى الورقة الذي يحوي على محور z . لاحظ أن مقياس الرسم يختلف من شكل الى آخر.



٦ - ٩ الانتقالات الاشعاعية RADIATIVE TRANSITIONS
افترض بور في ا نموذجة لذرة الهيدروجين ان تردد الاشعاعات المنبعثة من ذرة منتقلة
من مستوى طاقة E_m الى مستوى طاقة اوطأ E_n هو

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h}$$

ليس من الصعب أن نبرهن على أن هذه العلاقة تنتج بصورة طبيعية من النظرية الكمية للذرة .
ولكي نثبت ذلك ، نفترض أولاً أنه اذا كان معدل بعد الالكترون من النواة ثابتاً لا يتغير مع
الزمن فإن الذرة لا تبعث اشعاعات . لكن اذا كان معدل البعد يتذبذب فإن اشعاعات
كهرومغناطيسية ترددها يساوي تردد هذه الذبذبة سوف تنبعث من الذرة . وللسهولة
ندرس مركبة حركة الالكترون باتجاه محور x فقط .

ان دالة الموجة المعتمدة على الزمن time-dependent wave function ψ_n لالكترون
في حالة ذات عدد كمي اساسي n وطاقة E_n ، هي حاصل ضرب دالة الموجة غير المعتمدة
على الزمن ψ_n ودالة الزمن ذات التردد

$$\nu_n = \frac{E_n}{h}$$

أي أن :

$$\Psi_n = \psi_n e^{-i(E_n/h)t} \quad (٦ - ٢٩)$$

ومنها

$$\Psi_n^* = \psi_n^* e^{+i(E_n/h)t} \quad (٦ - ٣٠)$$

ان معدل موقع هذا الالكترون هو (لاحظ البند (٥ - ٤) :

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n^* \Psi_n dx \quad (٦ - ٣١)$$

وبالتعويض عن ψ_n و ψ_n^* من المعادلتين (٩ - ٢٩) و (٩ - ٣٠) نحصل على :

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_n e^{[i(E_n/h) - i(E_n/h)]t} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_n dx \end{aligned} \quad (٦ - ٣٢)$$

وهذه الكمية ثابتة لا تتغير مع الزمن ذلك لأن ψ_n و ψ_n^* هما دالتان للموقع فقط . وعليه
فإن الكترون في إحدى الحالات الكمية ψ_n النقية لا يتذبذب ، ولذلك لا يبعث اشعاعات .
وهذه النتيجة تتفق مع المشاهدات العملية وان كانت لا تتفق مع الفيزياء الكلاسيكية .

ندرس الآن الكترونا ينتقل من مستوى طاقة الى آخر ، ونحدد المسألة بما يأتي : ذرة
في الحالة الارضية تهيج عند $t = 0$ بواسطة عملية ما ، كإسقاط أشعاع عليها ، أو تصادمها

مع جسيمة أخرى ، الخ الى مستوى طاقة أعلى E_m . وبعد ذلك تبعث الذرة اشعاعاً نتيجة انتقالها من الحالة المتهيجة الى الحالة الأرضية . فما هو تردد الاشعاع المنبعث ؟

خلال الفترة الزمنية ما بين تهيج الذرة عند $t = 0$ ورجوع الذرة الى حالتها الأرضية ، تكون حالة الالكتران غير محددة ، اذ أن هذه الحالة تمثل مزيجاً من الحالة المتهيجة والحالة الأرضية . ودالة الموجة Ψ للالكتران في حالة مزيج من الحالة n و m هي

$$\Psi = a\Psi_n + b\Psi_m \quad (٦-٣٣)$$

حيث a^*a هي احتمالية وجود الالكتران في الحالة n و b^*b احتمالية وجوده في الحالة m . وبطبيعة الحال ان $a^*a + b^*b$ يجب أن تساوي 1 . فعند $t = 0$ يكون $a = 1$ و $b = 0$ ، حيث أن الالكتران في البداية يكون في الحالة الأرضية . وعند تهيج الذرة الى المستوى m تصبح $a = 0$ و $b = 1$ ، وأخيراً عندما ترجع الذرة الى حالتها الأرضية فإن $a = 1$ و $b = 0$. عندما يكون الالكتران في أي من الحالتين النقيتين فإنه لا ينبعث اشعاعاً . لكن عندما يكون الالكتران في حالة مشتركة بين m و n (كل من a و b لانسواي صفراً) ، فإن الذرة تبعث موجات كهرومغناطيسية . فبالتعويض عن الدالة الموجية المركبة من المعادلة (٦-٣٣) في المعادلة (٦-٣١) ، نجد أن معدل موقع الالكتران يأخذ الصيغة الآتية :

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} x(a^*\Psi_n^* + b^*\Psi_m^*)(a\Psi_n + b\Psi_m) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(a^2\Psi_n^*\Psi_n + b^*a\Psi_m^*\Psi_n + a^*b\Psi_n^*\Psi_m + b^2\Psi_m^*\Psi_m) dx \quad (٦-٣٤) \end{aligned}$$

(لاحظ أننا كتبنا هنا $a^*a = a^2$ و $b^*b = b^2$) . وبناء على المعادلة (٦-٣٢) لكون التكامل الأول والأخير ثابتاً ، فالتكاملان الثاني والثالث فقط يؤديان الى تغير $\langle x \rangle$ مع الزمن . باستخدام المعادلات (٦-٢٩) الى (٦-٣١) نستطيع فك المعادلة (٦-٣٤) لنحصل على :

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= a^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n^* \Psi_n dx + b^*a \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_m^* e^{+i(E_m/\hbar)t} \Psi_n e^{-i(E_n/\hbar)t} dx \\ &\quad + a^*b \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_n^* e^{+i(E_n/\hbar)t} \Psi_m e^{-i(E_m/\hbar)t} dx + b^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_m^* \Psi_m dx \quad (٦-٣٥) \end{aligned}$$

ونفترض كحالة خاصة أن *

* ملاحظة المترجمين : ان طريقة التحليل التالية غير دقيقة ولكن لا بأس فانها تعطينا الفكرة الاساس للموضوع تحت البحث

$$\psi_n^* \psi_m = \psi_m^* \psi_n \quad \text{و} \quad a^* b = b^* a$$

وعليه يمكننا جمع الحدين المعتمدين على الزمن في المعادلة (٦ - ٣٥) لنحصل على :

$$a^* b \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_m [e^{(i/\hbar)(E_m - E_n)t} + e^{-(i/\hbar)(E_m - E_n)t}] dx \quad (٦ - ٣٦)$$

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2 \cos \theta$$

لكن
وعلى ذلك نجد من (٦ - ٣٦) أن :

$$2a^* b \cos \left(\frac{E_m - E_n}{\hbar} \right) t \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_m dx$$

أنَّ المعامل المعتمد على الزمن في هذه الكمية هو

$$\cos \left(\frac{E_m - E_n}{\hbar} \right) t = \cos 2\pi \left(\frac{E_m - E_n}{h} \right) t \\ = \cos 2\pi \nu t$$

ومن هذا نجد أن موقع الإلكترون يتذبذب بصورة جيبية مع الزمن بتردد

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h} \quad (٦ - ٣٧)$$

والصيغة الكاملة لـ $\langle x \rangle$ تكون

$$\langle x \rangle = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_n dx + b^2 \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_m^* \psi_m dx \quad (٦ - ٣٨) \\ + 2a^* b \cos 2\pi \nu t \int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n^* \psi_m dx$$

فعندما يكون الإلكترون في الحالة n ، فإن الاحتمالية b^2 ، تساوي صفراً ، وعندما يكون الإلكترون في الحالة m ، فإن الاحتمالية a^2 تساوي صفراً . وعند هاتين الحالتين يكون معدل موقع الإلكترون ثابت لا يتغير مع الزمن . لكن عند انتقال الإلكترون بين هاتين الحالتين نجد أن موقعه يتذبذب بتردد في المعادلة (٦ - ٣٧) هذا التردد يساوي تماماً تردد الفوتون الذي فرضه بور والذي أثبت عملياً . وبهذا نجد أن النظرية الكمية تعطينا المعادلة (٦ - ٣٧) بصورة طبيعية ومن دون أية فرضية خاصة .

كما يلفت النظر أن تردد الاشعاع المنبعث يساوي تردد الضربات beats التي تتكون من تداخل الحالتين n و m ذات التردد E_n/h و E_m/h ، على التوالي .

٦ - ١٠ قواعد الاختيار SELECTION RULES

مما ورد في البند السابق أنه ليس من الضروري أن نعرف a و b أودالتي الموجة ψ_m و ψ_n لكي نحدد التردد ν . لكن علينا أن نعرف هذه الكميات إذا أردنا حساب احتمالية حدوث انتقال معين . والشرط الأساسي لكي يتم الانتقال بين الحالتين ψ_m و ψ_n هو أن التكامل

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \psi_n \psi_m^* dx$$

لا يساوي صفراً ، لأن شدة الأشعاع المنبعث تتناسب مع هذه الكمية . وإذا كان التكامل لا يساوي صفراً يكون الانتقال مسموحاً *allowed transitions* ، لكن إذا كان التكامل يساوي صفراً فإن الانتقال هو غير مسموحاً *forbidden transitions*

إن ذرة الهيدروجين تتصف بثلاثة أعداد كمية تحدد كلا الحالة الابتدائية والحالة النهائية في الانتقالات الاشعاعية *radiative transition* وإذا كان العدد الكمي الأساسي ، والعدد الكمي المداري ، والعدد الكمي المغناطيسي للحالة الابتدائية هي n', l', m'_i ، على التوالي ، والأعداد الكمية للحالة النهائية هي n, l, m_i ، وكانت u تمثل أيًا من الاحداثيات x, y, z فإن شرط الحصول على انتقال مسموح هو :

$$\int_{-\infty}^{\infty} u \psi_{n,l,m_i} \psi_{n',l',m'_i}^* du \neq 0 \quad (٦-٣٩)$$

وإذا كانت u تمثل x فالأشعاع المنبعث يكافئ اشعاع هوائي antenna ثنائي القطب ينطبق على محور x . ولما كانت دالات الموجة ψ_{n,l,m_i} لذرة الهيدروجين معروفة فيمكننا إيجاد قيمة الطرف الأيسر في المعادلة (٦-٣٩) لحالة $u = x$ و $u = y$ و $u = z$ لكل زوج من الحالات التي تختلف فيما بينها بعدد كمي واحد على الأقل . وعندما نجري هذه الحسابات نجد أن الانتقالات المسموحة تتميز بتغير l بـ $+1$ أو -1 ، في حين لا يتغير العدد الكمي المغناطيسي m_i ، أو يتغير بمقدار $+1$ أو -1 . أو بعبارة أخرى ، أن الشروط اللازمة للحصول على انتقالات مسموحة هي :

$$\Delta l = \pm 1 \quad (٦-٤٠)$$

قواعد الاختيار

$$\Delta m_i = 0, \pm 1 \quad (٦-٤١)$$

في حين يمكن أن يأخذ التغير في العدد الكمي الأساسي n ، أية قيمة . وتدعى المعادلتان (٤٠-٦) و (٤١-٦) بقواعد الاختيار *selection rules* للانتقالات المسموحة .

ولكي نتصور المعنى الفيزيائي لقواعد الاختيار نشير الى الشكل (٦-١١) . من هذا الشكل نلاحظ ، مثلاً ، أن الانتقال من الحالة $2p$ الى الحالة $1s$ يتضمن تغير توزيع كثافة الاحتمالية بحيث أن الشحنة المتذبذبة خلال الانتقال تنصرف كهوائي ثنائي القطب . ومن ناحية أخرى ، يتضمن الانتقال من الحالة $2s$ الى الحالة $1s$ تغيراً من توزيع متناظر كروي الى توزيع متناظر كروي آخر . وهذا يعني ان التذبذب الذي يحدث خلال الانتقال يشبه تذبذب شحنة كروية تتمدد وتقلص بصورة متناوبة . ان هذا التذبذب لا يؤدي الى اشعاع موجات كهرومغناطيسية .

ان قاعدة الاختيار $\Delta l = \pm 1$ تعني أن الفوتون المنبعث يحمل معه زخماً زاوياً يساوي الفرق بين الزخم الزاوي للذرة في الحالتين الابتدائية والنهائية . ان النموذج الكلاسيكي لفوتون يحمل زخماً زاوياً هو موجات كهرومغناطيسية مستقطبة دائرياً . وعليه فالصفة أن الفوتون يمكن أن يحمل زخماً زاوياً هي ليست ظاهرة كمية بحتاً .

ان التحليلات السابقة للانتقالات الاشعاعية للذرة ، هي مزيج من مفاهيم كمية ومفاهيم وكلاسيكية : فعندما ينتقل الكترون في ذرة من حالة ابتدائية الى حالة نهائية ذات طاقة اوطأ فإن معدل موقعة يتذبذب بتردد ν المبين في المعادلة (٦-٣٧) . وحسب النظرية الكلاسيكية تبعث الشحنة المتذبذبة في الذرة موجات كهرومغناطيسية بنفس التردد ν . وقد لوحظ عملياً أن هذا التردد يساوي تردد الاشعاع المنبعث من الذرة . لكن المفاهيم الكلاسيكية ليست صحيحة دائماً لوصف العمليات الذرية ، ولذلك علينا أن نبحث عن معالجات أكثر عمقاً . ومثل هذه المعالجات تدعى بالنظرية الكهروديناميكية الكمية *quantum electrodynamics*

هذه النظرية تصحح الصورة السابقة للانتقالات الذرية حيث يتبين أن نتيجة الانتقال من الحالة m الى الحالة n ينبعث فوتونا واحداً طاقته $h\nu$ ، بدلاً من اشعاع ثنائي قطب كهربائي ينتشر في جميع الاتجاهات - عدا اتجاه خط حركة الالكترون .

والنظرية الكهروديناميكية الكمية تفسر لنا أيضاً الأنقالات التلقائية *spontaneous transition* . للذرة من مستوى طاقة الى مستوى طاقة اوطأ . ووفق هذه النظرية ، تتذبذب المجالات الكهربائية والمغناطيسية باستمرار حول E و B المحسوبة كلاسيكياً . ان هذه التذبذبات تحدث حتى في حالة عدم وجود موجات كهرومغناطيسية ، أي عندما $E = B = 0$ كلاسيكياً . وهذه التذبذبات ، التي تدعى بتذبذبات الفراغ *vacuum fluctuation* ، تشبه الى حد ما طاقة الصفر *zero-point energy* لتذبذب توافقى بسيط . وهي المسؤولة عن الاشعاعات التلقائية المنبعثة من الذرات المتهيجة .

تمريبات

- ١- أثبت أن المعادلة (٦-١) تكافئ المعادلة (٦-٣) .
٢- * أثبت أن

$$\Theta_{20}(\theta) = \frac{\sqrt{10}}{4}(3 \cos^2 \theta - 1)$$

- هي حل للمعادلة (٦-١٣) وأنها مقومة .
٣- * أثبت أن

$$R_{10}(r) = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$$

- هي حل للمعادلة (٦-١٤) وأنها مقومة .

- ٤- بينا في البند (٦-٨) أن الاحتمالية $P dr$ لإيجاد الإلكترون في ذرة الهيدروجين على مسافة بين r و $r + dr$ من النواة هي $P dr = r^2 |R_{nl}|^2 dr$. أثبت أن P للحالة $1s$ لها قيمة عظمى عند $r = a_0$ ، حيث a_0 نصف قطر بور .
٥- نلاحظ من الشكل (٦-١٠) أن P للحالة $2s$ لها ذروتان ، أوجد موقعي هاتين الذروتين .
٦- ان دالة الموجة $2p$ لذرة الهيدروجين تتغير مع الاتجاه والمسافة النصف قطرية فإذا كان الكترون في الحالة $2p$ و $m_l = 0$ ، اين يكون موقع ذروة الاحتمالية P في الاتجاه z ؟ في المستوى xy ؟
٧- احتمالية وجود الكترون ذرة خارج كرة نصف قطرها r_0 متمركزة عند النواة هي

$$\int_{r_0}^{\infty} |R(r)|^2 r^2 dr$$

حيث $R(r)$ هي الدالة القطرية للإلكترون . وفي التمرين (٣) تمثل الدالة القطرية $R_{10}(r)$ الحالة الأرضية لذرة الهيدروجين (a_0 هو نصف قطر بور التابع لتلك الحالة) . (أ) أحسب احتمالية ايجاد الإلكترون في الحالة الأرضية في ذرة الهيدروجين عند نقاط تبعد عن النواة بمسافة أكبر من a_0 . (ب) كلاسيكيا تكون جميع طاقة الإلكترون في الحالة الأرضية في ذرة الهيدروجين كامنة عندما يبتعد الإلكترون بمسافة $2a_0$ من النواة . وعليه ، حسب الفيزياء الكلاسيكية ، لا يستطيع الكترون أن يبتعد الى مسافة أكبر من $2a_0$ من النواة . جد احتمالية وجود الإلكترون على مسافات $r > 2a_0$ من النواة حسب الفيزياء الكمية .

- ٨- تنص نظرية أونزولد *Unsöld's theorem* على أن (ولكل عدد كمّي مداري)
مجموع كثافات الاحتمالية لجميع الحالات المسموحة من $m_l = -l$ الى $m_l = +l$
هي كمية ثابتة لا تعتمد على الزاويتين θ و ϕ . أي أن .

$$\sum_{m_l=-l}^{+l} |\Theta|^2 |\Phi|^2 = \text{constant}$$

وهذه النظرية تعني أن توزيع الشحنة في كل مدار ثانوي (ذري أو أيوني) مشبع (البند
٧-٥) يكون متناظرا كرويا . أثبت نظرية أونزولد لحالة $l=0$ ، $l=1$ ، و $l=2$ ،
وذلك مستعينا بالجدول (٦ - ١) .

- ٩- جد النسبة المئوية للفرق بين L وقيمة L_z العظمى لالكترن ذري في الحالات
 f, d, p .

- ١٠- * قاعدة الاختيار للانتقالات بين حالات متذبذب توافقي بسيط هي $\Delta n = \pm 1$
(أ) ناقش هذه القاعدة كلاسيكيا . (ب) باستخدام الدالات الموجية المناسبة ،
أثبت أن الانتقالات $n=0 \rightarrow n=1$ و $n=1 \rightarrow n=2$ هي مسموحة للمتذبذب .
على حين أن الانتقال $n=1 \rightarrow n=3$ غير مسموح .
١١- باستخدام الدالات الموجية في الجدول (٦ - ١) ، أثبت قاعدة الاختيار $\Delta l = \pm 1$
للانتقالات $n=1 \rightarrow n=2$ في ذرة الهيدروجين .

الفصل السابع

فئات فلات الإلكترونات متجذرة

على الرغم من دقة وبساطة النظرية الكمية لفهم بعض صفات ذرة الهيدروجين ، فإن هذه النظرية لا تستطيع أن تعطينا جميع صفات هذه الذرة أو الذرات الأخرى ، من دون أن نأخذ بنظر الاعتبار برم الإلكترون *electron spin* ومبدأ الانفراد *exclusion principle* الناتج عنه. وسندرس في هذا الفصل دور برم الإلكترون في تحديد الصفات الذرية وكذلك نناقش مبدأ الانفراد الذي يشكل القاعدة الأساس لفهم تركيب الذرات المعقدة .

ELECTRON SPIN

٧-١ برم الإلكترون

دعنا نشير أولاً الى نقطتي ضعف واضحتين في النظرية الواردة في الفصل السابق . النقطة الأولى ، عدم اتفاق هذه النظرية مع الحقيقة التجريبية ، وهي أن عدداً من خطوط الطيف تتكون من خطين متقاربين جداً بعضهما من بعض . وكمثال لهذا التركيب الدقيق *fine structure* الخط الأول في سلسلة بالمر *Balmer series* لذرة الهيدروجين ، الذي ينشأ من الانتقال من الحالة $n=3$ الى $n=2$. ففي هذه الحالة تشير التوقعات المبينة على النظرية السابقة الى وجود خط واحد طوله الموجي $6,563 \text{ \AA}$ ، على حين نلاحظ تجريبياً خطين منفصل احدهما عن الآخر بفاصل 1.4 \AA . وهذا تأثير صغير ، ولكنه يشكل فشلاً ملحوظاً في النظرية .

ونقطة الضعف الثانية في النظرية الكمية البسيطة ، هي اختلاف نتائجها عن النتائج التجريبية لظاهرة زيمان *Zeeman effect* . فلقد لاحظنا في البند (٦-٧) ان ذرة

هيدروجين ذات عدد كمي مغناطيسي m_l ، موجودة في مجال مغناطيسي خارجي B .
تمتلك طاقة مغناطيسية مقدارها :

$$V_m = m_l \frac{e\hbar}{2m} B \quad (1-7)$$

على حين أن العدد m_l يأخذ قيما صحيحة مختلفة عددها $2l + 1$ ، من $-l$ الى $+l$ -
مرة بـ 0 . وعليه عندما تكون الذرة في مجال مغناطيسي B خارجي ، فإن الحالة ذات
العدد الكمي المداري l تنشطر الى $2l + 1$ حالة ثانوية ، فرق الطاقة بينها يساوي
 $(e\hbar/2m)B$. ولكن تغير m_l يتحدد بـ $\Delta m_l = 0, \pm 1$ ، ولذا فإن خط الطيف
الناتج من انتقال بين حالتين ذواتي عدد كمي مداري l مختلف ، ينشطر الى ثلاثة خطوط
فقط (لاحظ الشكل ١-٧) . وبناء على هذا ، نتوقع أن ينشطر خط طيف تردده ν_0
الى ثلاثة خطوط ترددها

$$\nu_1 = \nu_0 - \frac{e\hbar}{2m} \frac{B}{h} = \nu_0 - \frac{e}{4\pi m} B$$

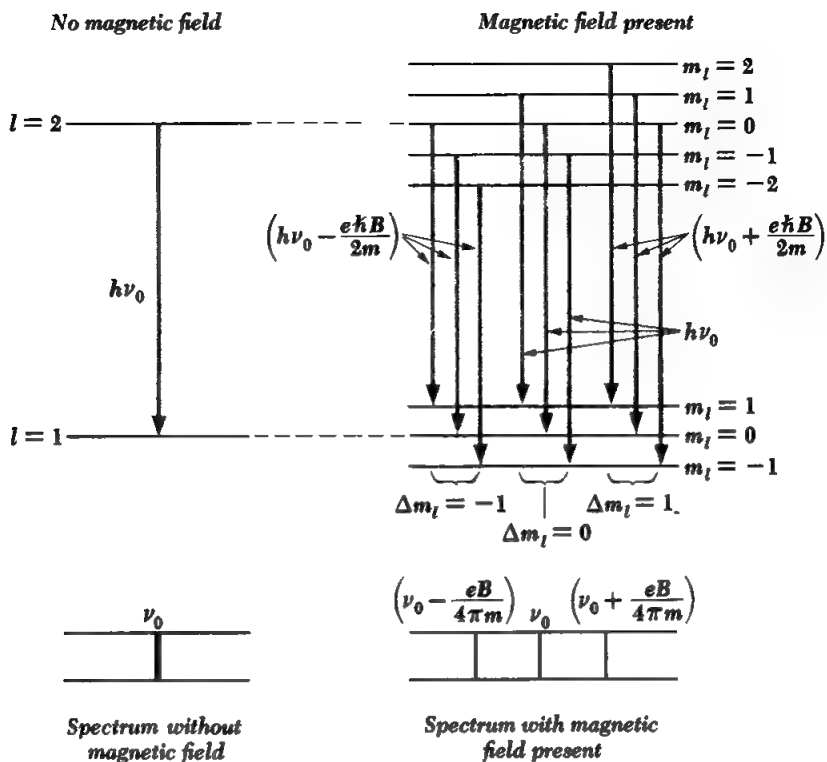
$$\nu_2 = \nu_0 \quad (2-7)$$

$$\nu_3 = \nu_0 + \frac{e\hbar}{2m} \frac{B}{h} = \nu_0 + \frac{e}{4\pi m} B$$

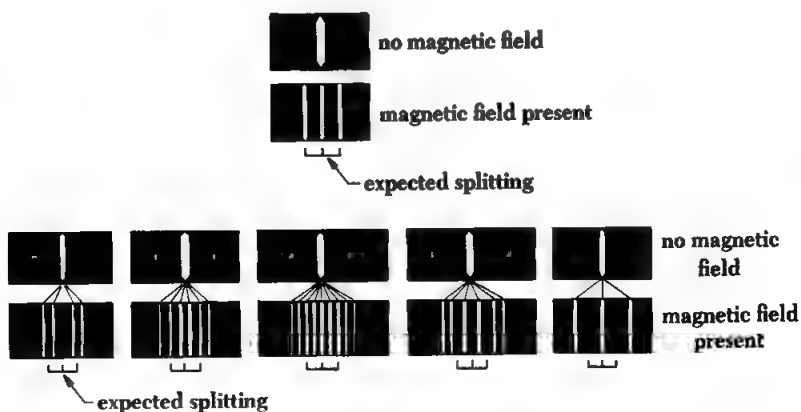
وهذه النتيجة تدعى بظاهرة زيمان البسيطة normal Zeeman effect

ان ظاهرة زيمان البسيطة تتحقق في طيف عدد قليل من العناصر وتحت ظروف خاصة ،
على حين نجدها لا تتحقق لأغلبية العناصر . اذ نلاحظ في معظم العناصر ان خطوط الطيف
تنشطر الى اربعة خطوط اوسنة او اكثر . وعندما ينشطر خط الطيف الى ثلاثة خطوط ، نلاحظ
في معظم الاحيان أن المسافات الفاصلة بينها لا تتفق مع المعادلة (٢-٧) . والشكل (٢-٧)
يبين عددا من تراكيب زيمان المعقدة anomalous Zeeman والنتائج المتوقعة من المعادلة
(٢-٧) .

ولغرض تفسير التركيب الدقيق لخطوط الطيف وظاهرة زيمان المعقدة اقترح كودسميث
S. A. Goudsmit وأهلنيك G. E. Uhlenbeck عام 1925 بان الالكترون يمتلك زخما
زاويا ذاتيا بالاضافة الى زخمه الزاوي المداري ، ويرافق الزخم الزاوي الذاتي عزم مغناطيسيا
معينا . وفي الحقيقة كان تصور كودسميث وأهلنيك للالكترون بأنه شحنة كروية تدور حول
محورها . ان عملية الدوران هذه تؤدي الى تكوين زخم زاوي . ولما كان الالكترون ذا شحنة
سالبة سوف يمتلك ايضا عزم مغناطيسيا μ_s بالاتجاه المعاكس لمتجه الزخم الزاوي L_s .



الشكل (٧-١) ظاهرة زيمان البسيطة ..



الشكل (٧-٢) ظاهرة زيمان البسيطة والمعقدة لعدد من خطوط الطيف

ان فكرة برم الالكترون قد أثبتت نجاحها ليس فقط في تفسير التركيب الدقيق لخطوط الطيف وظاهرة زيمان المعقدة . بل وكذلك في تفسير عدد كبير من الظواهر الذرية . وبطبيعة الحال ، إن تصور الالكترون بأنه شحنة كروية تدور حول محورها ، لا يتفق مع الميكانيك الكمي . وقد تمكن ديراك Dirac عام 1928 أن يضع نظرية كمية نسبية relativistic quantum-theoretical للالكترون التي تعطينا نفس الزخم الزاوي والعزم المغناطيسي الذاتيتين للالكترون اللذين افترضهما كودسنت وأهلنيك .

ويستخدم العدد الكمي s لوصف الزخم الزاوي البرمي spin angular momentum للالكترون . والقيمة الوحيدة التي يأخذها s هي $s = \frac{1}{2}$. فكما سلاحظ أن هذا التحديد ينتج من نظرية ديراك ، وكذلك يمكن أن تستدل عليه تجريبيا من دراسة خطوط الطيف . ان قيمة الزخم الزاوي البرمي s الناتج من برم الالكترون يتحدد بالعلاقة

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{s(s+1)} \hbar \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar \end{aligned} \quad (٣-٧)$$

وهذه نفس الصيغة التي تعطينا الزخم الزاوي المداري L بدلالة العدد الكمي المدار l :

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

ان العدد الكمي المغناطيسي البرمي m_s يصف تكمم الفضاء لبرم الالكترون . فمثلا يأخذ متجه الزخم الزاوي المداري $(2l+1)$ اتجاها مختلفا (في حالة وجود الذرة في مجال مغناطيسي خارجي) ، يستطيع متجه الزخم الزاوي البرمي أن يأخذ اتجاهاين : $2s+1=2$. وهذا الاتجاهاين يتحددان بـ $+\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ m_s (لاحظ الشكل (٣-٧) . أن مركبة الزخم الزاوي البرمي S_z ، لالكترون في مجال مغناطيسي باتجاه z ، تتحدد بالعدد الكمي المغناطيسي البرمي حسب العلاقة :

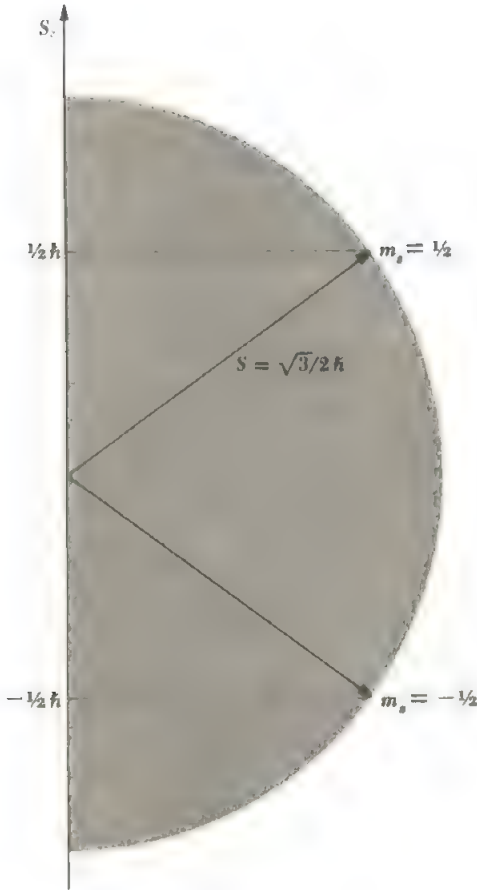
$$\begin{aligned} S_z &= m_s \hbar \\ &= \pm \frac{1}{2} \hbar \end{aligned}$$

ان نسبة العزم المغناطيسي الى الزخم الزاوي الناشئة من برم الالكترون ، تساوي تقريبا ضعف القيمة التابعة للحركة المدارية للالكترون . وعليه فان العزم المغناطيسي البرمي μ_s يرتبط بالزخم الزاوي البرمي S بالعلاقة :

$$\mu_s = -\frac{e}{m} S \quad (٥-٧)$$

ومن هذه المعادلة نجد ان قيم مركبة μ_s الممكنة باتجاه z ، هي :

$$\mu_{sz} = \pm \frac{e\hbar}{2m} \quad (٦-٧)$$

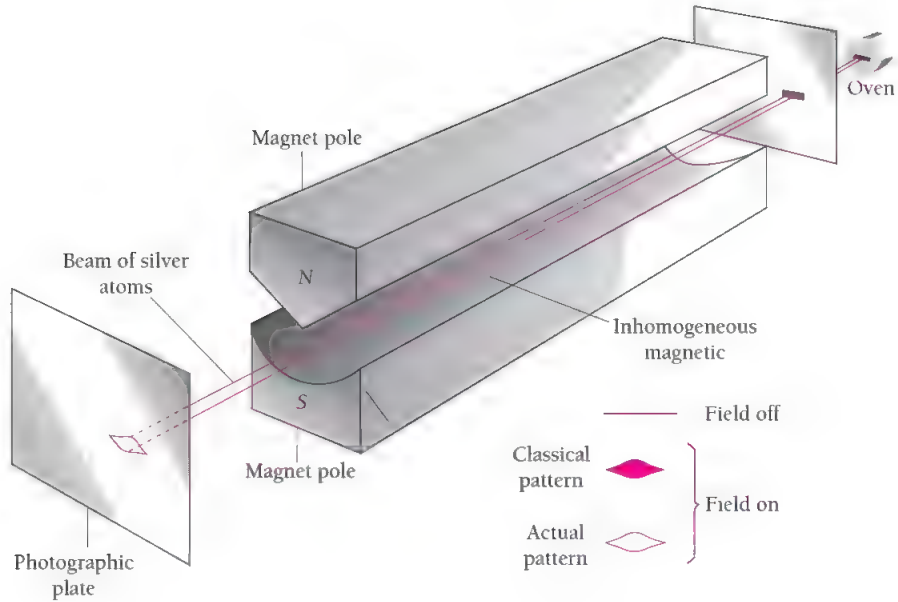


الشكل (٧-٣) الاتجاهان الممكنان
لمسحة الزخم الزاوي اليرمي .

لاحظ ان الكمية $(e\hbar/2m)$ هي نفس مغنيط بور Bohr magneton ، التي مر ذكرها في الفصل السابق .

ولقد أثبت شتين O. Stern وكير لاغ W. Gerlach عام 1921 تكلم الفضاء بصورة تفصيلية . فوجه هذان العالمان حزمة مسددة من ذرات الفضة المتعادلة الخارجة من فرن . نحو مجال مغناطيسي غير منتظم (كما في الشكل ٧ - ٤) . هناك صفيحة فوتوغرافية لتصوير شكل الحزمة بعد اختراقها منطقة المجال المغناطيسي . ان ذرة الفضة ، في الحالة الارضية . تمتلك عزماً مغناطيسياً ناتجاً من برم واحد من الكتروناتاها . فعندما توجد هذه الذرة في مجال مغناطيسي منتظم ، فسوف تعاني من عزم يحاول تدوير عزمها المغناطيسي نحو اتجاه المجال المسلط فقط . ولكن عند وجود مجال غير منتظم ، يتأثر قطبا ثنائي القطب

المغناطيسي بقوتين مختلفتين ، فتكون محصلة قوة مغناطيسية على الذرة. وهذه القوة تعتمد على مركبة العزم المغناطيسي باتجاه المجال المسلط. كلاسيكيا يكون جميع اتجاهاتها ثنائي القطب ممكنة. ولذلك فالمجال المغناطيسي غير المنتظم يؤدي الى انتشار حزمة ذرات الفضة على الصفيحة الفوتوغرافية، بدلا من ان يكون خطا دقيقا. ولكن نتيجة شتيرن وكيرلاخ اظهرت عكس هذا التوقع. حيث تبين ان الحزمة الابتدائية تنشط الى حزمتين متميزتين تمثلان الاتجاهين المتعاكسين المسموحين لبرم الالكترون، وذلك حسب صفة تكلم فضاء البرم.



الشكل (٧-٤) : تجربة شتيرن وكيرلاخ

٧ - ٢ شد البرم مع المدار SPIN-ORBIT COUPLING

يمكن تفسير التركيب الدقيق في خطوط الطيف على اساس التفاعل بين العزوم المغناطيسية الناشئة من برم الالكترون وحركته المدارية في الذرة. ونوضح هنا شد البرم مع المدار ، بدلالة مفاهيم كلاسيكية بسيطة .

ان الكترون يدور حول بروتون بجهد نفسه في مجال مغناطيسي ، ذلك لأن بيدو البروتون بالنسبة للالكترون وكأنه يدور حوله .

ان المجال المغناطيسي المتكون يؤثر على العزم المغناطيسي لبرم الالكترن ، مكونا ما يشبه تأثير زيمان داخلي . والطاقة الكامنة V_m لثنائي قطب مغناطيسي ذي عزم μ ، موجود في مجال مغناطيسي B ، هي :

$$V_m = -\mu B \cos \theta \quad (V - V)$$

حيث θ هي الزاوية بين μ و B . الكمية $\mu \cos \theta$ تمثل مركبة μ باتجاه B ، وهذه تساوي μ_{sz} لحالة العزم المغناطيسي البرمي للالكترن . أي ان

$$\mu \cos \theta = \mu_{sz} = \pm \frac{e\hbar}{2m}$$

وعليه :

$$V_m = \pm \frac{e\hbar}{2m} B \quad (A - V)$$

ومن هذه النتيجة نجد ان طاقة الكترن في حالة مدارية معينة تكون اكبر او اصغر بمقدار $(e\hbar/2m)B$ من طاقته في حالة عدم وجود شد بين البرم والمدار . وهذا التأثير يؤدي الى انشطار كل من الحالات الكمية (عدا الحالات s) الى حالتين ثانويتين منفصلتين ، وبالتالي انشطار كل من خطوط الطيف الى خطين متقاربين .

ان القيمة $s = \frac{1}{2}$ هي القيمة الوحيدة التي تتفق مع التركيب الدقيق لازدواج خطوط الطيف المشاهد عمليا . وهذا الاستنتاج يأتي من الحقيقة ، انه يجب ان يكون هناك اتجاهان فقط للزخم الزاوي البرمي s ، وذلك لكي نحصل على الحالتين الثانويتين المذكورتين في اعلاه . لما كان عدد الاتجاهات الممكنة للبرم التابعة للعدد الكمي s هي $2s + 1$ ، لذلك عندما يكون $s = \frac{1}{2}$ ، فان عدد الاتجاهات الممكنة هي

$$2s + 1 = 2$$

كما هو مطلوب

وللتأكد من أن التركيب الدقيق لخطوط الطيف ينتج من انشطار مستويات الطاقة المتوقع حسب المعادلة $(A - V)$ ، علينا ان نسحب قيمة B التي تؤثر على العزم المغناطيسي للالكترن . ويمكننا تقدير قيمة B بسهولة . فحلقة دائرية نصف قطرها r تحمل تيار i ، تكون مجالاً مغناطيسياً في مركز الحلقة ، شدته

$$B = \frac{\mu_0 i}{2r}$$

فالالكترن مداري في ذرة الهيدروجين ، مثلاً ، يرى البروتون ، ذات الشحنة $+e$ ، يدور حوله f من المرات في كل ثانية . وشدة المجال المغناطيسي الناتج الذي يؤثر على الالكترن

يكون :

$$B = \frac{\mu_0 f e}{2r}$$

لدينا في حالة ذرة بور في الحالة الأرضية $f = 6.8 \times 10^{15}$ و $r = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ وعليه فإن :

$$B \approx 13 \text{ T}$$

وهذه القيمة تمثل مجالا مغناطيسيا قويا . وبالتعويض عن قيمة مغنيط بور ،

$$\frac{e\hbar}{2m} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

في المعادلة (٧ - ٨) نجد أن الطاقة المغناطيسية V_m للالكترون هي :

$$V_m = \frac{e\hbar}{2m} B$$

$$\approx 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \times 13 \text{ T}$$

$$\approx 1.2 \times 10^{-22} \text{ J}$$

ان هذه الطاقة تسبب انشطار خط طيف طولله الموجي $6,563 \text{ \AA}$ الى خطين ثانوين بفواصل 2 \AA بينهما ، وهذا الانشطار نوعا ما اكبر من القيمة المشاهدة عمليا في الانتقال من $n = 3$ الى $n = 2$ في ذرة الهيدروجين . وسبب التباين هو أن شدة المجال المغناطيسي المؤثر على المدارات العالية ، هي أقل من الشدة المؤثر على المدار الأرضي .

٧ - ٣ مبدأ الانفراد THE EXCLUSION PRINCIPLE

في الحالة الطبيعية لذرة الهيدروجين يكون الالكترون في المدار الأرضي . فماذا يكون اذن التوزيع الاعتيادي لالالكترونات ذرة أكثر تعقيداً ؟ فهل يمكن لجميع الالكترونات في ذرة البورانيوم التي عددها 92 ، أن تكون في نفس الحالة الكمية ، أو ان تصورها تدور معاً حول النواة في نفس مدار بور ؟ ان هناك عدة ظواهر تجريبية تستبعد هذا الافتراض ، واحدى هذه الظواهر هو الفرق الكبير في الصفات الكيميائية التي تظهرها بعض العناصر التي تختلف فيما بينها بالكترون واحد . فمثلاً ، العناصر التي عددها الذري 9 و 10 و 11 تمثل ، على

التوالي ، غاز الفلور الهلوجيني ، وغاز النيون الخامل ، ومعدن الصوديوم والكلوي . ومن هذا نجد أن التركيب الالكتروني للذرة يحدد تفاعلها مع الذرات الأخرى . وإذا افترضنا ان جميع الالكترونات توجد في نفس الحالة الكمية ، فسيكون من الصعب فهم السبب في اختلاف الصفات الكيميائية للعناصر بصورة فجائية ، نتيجة اختلاف بسيط في اعدادها الذرية . اكتشف باولي W Pauli عام 1925 قاعدة اساسياً تحدد التركيب الالكتروني للذرات التي تحتوي على اكثر من الكترون واحد . وهذه القاعدة تدعى بمبدأ الانفراد exclusion

principle ، التي تنص على انه لا يمكن لأكتر من الكترون واحد ان يوجد في حالة كمية معينة . فكل من الكروقات ذرة يجب ان يأخذ مجموعة مختلفة من الاعداد الكمية n, l, m_l, m_s .

ولقد توصل باولي الى مبدأ الانفراد من دراسته للاطياف الذرية . انه من الممكن تحديد الحالات المختلفة للذرة ، وبالتالي تعيين اعدادها الكمية ، من دراسة طيفها الذري . لوحظ أن في جميع أطياف العناصر ، عدا طيف الهيدروجين ، توجد هناك خطوط مفقودة تابعة لانتقالات ممنوعة من وإلى حالات تمتلك مجاميع محددة من الاعداد الكمية . فمثلاً ، لانشاهد انتقال ذرة الهليوم من وإلى الحالة الأرضية التي يكون فيها برما الالكترونين في نفس الاتجاه ، لتظهر الذرة برما كلياً يساوي 1 ، على حين نشاهد انتقالات أخرى من وإلى الحالة الأرضية الثانية التي فيها برمي الالكترونين متعاكسين ، أي مجموع برميها يساوي 0 . والحالة المفقودة تتمثل بالاعداد الكمية $n = 1$ و $l = 0$ و $m_l = 0$ و $m_s = \frac{1}{2}$ ، لكل من الالكترونين . في حين في الحالة الأرضية الموجودة لأحد الالكترونين $m_s = \frac{1}{2}$ ، وللآخر $m_s = -\frac{1}{2}$. ولقد اثبت باولي ان جميع الحالات الذرية المفقودة تتضمن الكترونين أو أكثر بنفس الاعداد الكمية . ومبدأ الانفراد هو صيغة لهذه النتيجة العملية . وقبل أن ندرس دور مبدأ الانفراد في تحديد التركيب الذري ، دعنا نتفحص النتائج الكمية لهذا المبدأ . لقد لاحظنا في الفصل السابق بان الدالة الموجية الكلية ψ للالكترون في ذرة الهيدروجين تكون حاصل ضرب ثلاث دالات موجية ، كل منها تصف تغير ψ مع احد الاحداثيات الثلاث r, θ, ϕ . ويمكننا بنفس الطريقة اثبات ان الدالة الموجية الكلية $\psi(1, 2, 3, \dots, n)$ لنظام من n من الجسيمات ، يمكن كتابتها بصورة تقريبية على شكل حاصل ضرب الدالات الموجية $\psi(1), \psi(2), \psi(3), \dots, \psi(n)$ للجسيمات المنفردة . أي

$$\psi(1, 2, 3, \dots, n) = \psi(1) \psi(2) \psi(3) \dots \psi(n) \quad (7-9)$$

وستستخدم هذه النتيجة لايجاد الدالة الموجية اللازمة لوصف نظام من جسيمين متماثلين . فدعنا نفترض ان احد الجسيمين هو في الحالة الكمية a والجسيم الاخر في الحالة الكمية b . ولما كان الجسيمان متماثلين ، وجب ان تبقى كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ للنظام نفسها في حالة تبديل a بـ b و b بـ a . رياضياً -

$$|\psi|^2(1,2) = |\psi|^2(2,1) \quad (7-10)$$

ولذا فدالة الموجة $\psi(2,1)$ ، التي تمثل دالة موجة الجسيمين بعد تبديلهما ، يجب ان تكون اما

$$\psi(2,1) = \psi(1,2) \quad (7-11) \quad \text{دالة متناظرة}$$

أو $\psi(2,1) = -\psi(1,2)$ دالة ضديدة التناظر

وهاتان الدالتان تحققان المعادلة (٧-١٠). وبما انه لا يمكن قياس الدالة الموجية للنظام ، عليه فمن الممكن ان تغير اشارتها بتبديل الجسيمين . ان الدالات الموجية التي لا تتغير اشارتها بتبديل الجسيمات ، تدعى بدالات موجية متناظرة .
في حين تدعى الدالات التي تتغير اشارتها بتبديل الجسيمات ، بدالات موجية ضديدة التناظر
antisymmetric wave function

فإذا كان الجسيم 1 في الحالة a والجسيم 2 في الحالة b ، فدالة موجة النظام حسب المعادلة (٧-٩) هي

$$\psi_I = \psi_a(1) \psi_b(2) \quad (٧-١٣)$$

ولكن اذا كان الجسيم 2 في الحالة a والجسيم 1 في الحالة b ، اخذت دالة موجة النظام الصيغة :

$$\psi_{II} = \psi_b(2) \psi_a(1) \quad (٧-١٣ ب)$$

ولما كان الجسيمان متماثلين تعذر معرفة فيما اذا ψ_I او ψ_{II} تصف النظام في لحظة معينة .
وحيث ان احتمالية صحة ψ_I في لحظة معينة هي نفس احتمالية صحة ψ_{II} ، فنستطيع القول ان النظام يقضي نصف الوقت في الحالة ψ_I ، والنصف الاخر في الحالة ψ_{II} .
وعلى هذا فالوصف الدقيق للنظام يكون على شكل تركيب خطي من ψ_I و ψ_{II} . وهناك تركيبان خطيان ممكنان لدالتى الموجة . التركيب المتناظر :

$$\psi_S = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(1) \psi_b(2) + \psi_a(2) \psi_b(1)]$$

والتركيب ضد التناظر :

$$\psi_A = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(1) \psi_b(2) - \psi_a(2) \psi_b(1)] \quad (٧-١٠)$$

ان المعامل $1/\sqrt{2}$ هو ضروري لتقويم ψ_S و ψ_A . فبتبديل الجسيمين 1 و 2 . تبقي ψ_S من دون تغير على حين ان ψ_A تتغير اشارتها . وكل من ψ_S و ψ_A تحقق المعادلة (٧-١٠) .
هناك عدد من الاختلافات المهمة بين سلوك جسيم في نظام دالته الموجية متناظرة وسلوك جسيم دالته الموجية ضديدة التناظر . ولتوضيح هذه الاختلافات ، نذكر انه في الحالة الاولى يمكن للجسيمين 1 و 2 ان يكونا آنيا في نفس الحالة الكمية ، اي $a = b$. في حين في الحالة الثانية ، اذا كانت $a = b$ نجد ان $\psi_A = 0$. وهذا يعني انه لا يمكن للجسيمين ان يكونا في نفس الحالة الكمية . وبمقارنة هذه النتيجة مع مبدأ الانفراد لباولي ، الذي ينص على انه لا يمكن لأكثر من الكترون واحد في ذرة ان يأخذ نفس الحالة الكمية ، نستنتج ان

الدالة الموجية لنظام من الالكترونات يجب ان تكون ضديدة التناظر بالنسبة لتبادل اي زوج من الالكترونات المكونة للنظام .

ان النتائج العملية تشير الى ان الدالة الموجية لنظام من جسيمات ذات بزم $\frac{1}{2}$ يجب ان تكون ضديدة التناظر بالنسبة لتبادل اي زوج من هذه الجسيمات في ذلك النظام. وهذه الجسيمات ، التي تتضمن البروتونات والنيوترونات بالإضافة الى الالكترونات ، تخضع لمبدأ الانفرد عندما تكون نظاماً معيناً . اي ، عندما تكون مجموعة منها تحت تأثير نفس المجال ، فإن كل جسيم يأخذ حالة كمية مختلفة . الجسيمات التي بزمها $\frac{1}{2}$ تدعى بجسيمات فيرمي *Fermi particles* او الفيرميونات *fermions* ، وذلك لان سلوك مجاميع من هذه الجسيمات يخضع — كما سنلاحظ في الفصل التاسع — لقانون التوزيع الاحصائي لفيرمي *Fermi* وديراك *Dirac* . ان نظاماً من جسيمات بزمها 0 او عدداً صحيحاً ، يأخذ دالة موجية متناظرة بالنسبة لتبادل اي زوج من الجسيمات المكونة . وهذه الجسيمات لا تخضع لمبدأ الانفرد وتدعى بجسيمات بوز *Bose particles* او البوزونات *bosons* ، ذلك لأنها تتبع قانون التوزيع الاحصائي لبوز *Bose* واينشتين *Einstein* . ان الفوتونات ، وجسيمات الفا ، وذرات الهليوم هي امثلة لجسيمات بوز .

وهناك صفات مهمة أخرى للدالات الموجية المتناظرة وضديدة التناظر ، بالإضافة الى علاقتها بمبدأ الانفرد . وهذه الصفات هي سبب تصنيف الجسيمات على اساس طبيعة دالاتها الموجية (متناظرة او ضديدة التناظر) ، بدلاً من كونها تتبع اولا تتبع مبدأ الانفرد .

٧-٤ التركيب الالكتروني ELECTRON CONFIGURATIONS

هناك قاعدتان أساسيتان تحددان التركيب الالكتروني للذرات المتعددة الالكترونات

١ . يكون أي نظام من جسيمات مستقراً اذا كانت طاقته الكلية ذات قيمة دنيا .

٢ . لا يمكن ان يوجد اكثر من الكترون واحد في نفس الحالة الكمية في الذرة .

ولكي نطبق هاتين القاعدتين على التركيب الالكتروني للذرات ، ندرس اولاً تغير مستويات الطاقة مع الحالات الكمية .

انه من الممكن فهم التركيب الذري بتصور ان كل الكترون في الذرة يتأثر بمجال قوة ثابت يمثل تأثير النواة ومعدل تأثير الالكترونات الأخرى . الكترون معين ، ضمن هذا التقريب ، يتأثر بشحنة فعلية مقدارها Ze ، ناقصاً شحنة الالكترونات القريبة من النواة داخل مدار الالكترونات تحت الدرس . ان جميع الالكترونات التي لها نفس العدد الكمي الاساس تكون (بالمعدل) تقريباً على نفس المسافة من النواة . وعليه فإن هذه الالكترونات تتأثر

تقريباً بنفس المجال الكهربائي ، وبذلك تمتلك حوالي نفس الطاقة . فمن المناسب إذاً ان تصور هذه الالكترونات تقع في نفس القشرة الذرية *atomic shell* ونرمز للقشرات الذرية المختلفة بحروف لاتينية كبيرة تتمثل بما يأتي :

$$n = 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \dots$$

$$K \quad L \quad M \quad N \quad O \dots$$

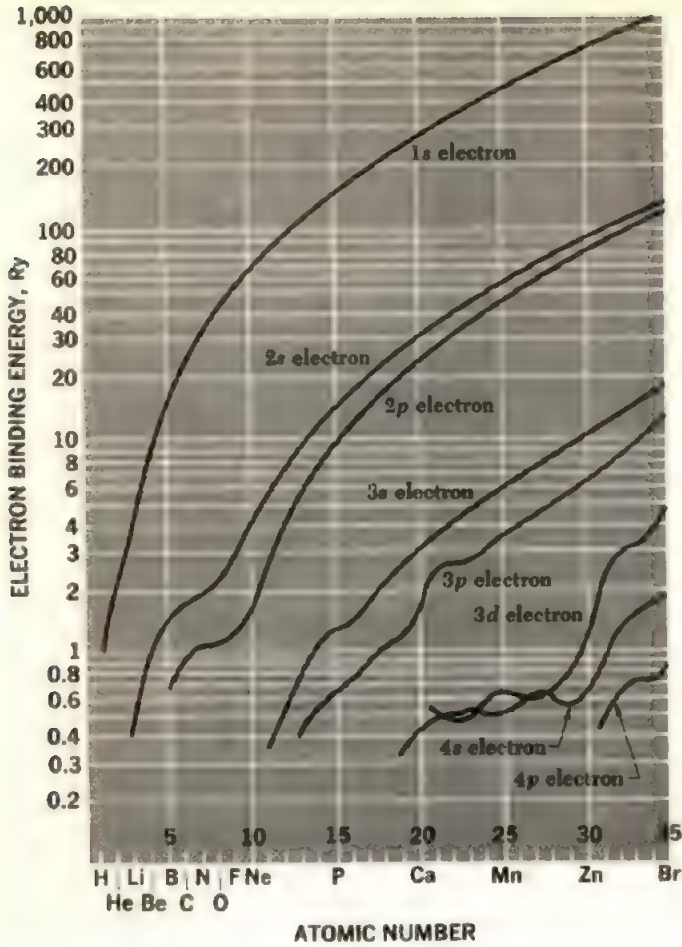
القشرات الذرية .

والحقيقة هي ان طاقة الالكترون في قشرة معينة تعتمد على عدده الكمي المداري l ، ولكن هذا الاعتماد يكون ضعيفاً بالنسبة لتغير الطاقة مع العدد الكمي الاساس n . ولتوضيح اعتماد الطاقة على l ، نلاحظ أنه في حالة ذرة معقدة يكون مقدار حجب الشحنة النووية عن الكترون معين ، بواسطة الكترونات القشرات الداخلية ، معتمداً على توزيع احتمالية الالكترون المعين . وكلما صغر العدد الكمي المداري زادت احتمالية وجود الالكترون قرب النواة (لاحظ الشكل ٦-١١) . لذلك في حالة ان l صغيرة ، يكون مقدار حجب الشحنة النووية عن الالكترون بواسطة الالكترونات الأخرى قليلاً ، وبالتالي تكون الطاقة الكلية لهذا الالكترون اقل مما هي عليه لحالة الكترون ذي عدد كمي l كبير . وبعبارة أخرى تزداد طاقة الالكترونات في كل قشرة بزيادة العدد الكمي المداري . الشكل (٧-٩) يوضح هذه الحالة حيث يبين تغير طاقات الترابط للالكترونات في الحالات المختلفة كدالة للعدد الذري .

نعرف القشرة الثانوية *subshell* بأنها تحوي الكترونات تمتلك نفس العدد الكمي الاساس n والعدد الكمي المداري l . جميع الالكترونات في نفس القشرة الثانوية لها نفس الطاقات تقريباً ، ذلك لأن اعتماد طاقة الالكترون على m_l و m_s هو صغير جداً . وتستخدم رموز الحالات الكمية للذرة الهيدروجين ، التي ادخلناها في الفصل السابق ، لكتابة التركيب الالكتروني للذرة . وكما هو موضح في الجدول (٦-٢) ، فالقشرات الثانوية تتميز بعددها الكمي الاساسي n ، يليه هذا العدد الحرف التابع للعدد الكمي المداري l للقشرة الثانوية . ونبين عدد الالكترونات في القشرة الثانوية برقم يوضع في الزاوية العليا اليمنى من الحرف الذي يشير للقشرة الثانوية . مثلاً ، ان التركيب الالكتروني لذرة الصوديوم هو .



وهذه صيغة توضح ان كلاً من القشرتين الثانويتين $1s$ ($n = 1, l = 0$) و $2s$ ($n = 2, l = 0$) تحتوي على الكترونين ، والقشرة الثانوية $2p$ ($n = 2, l = 1$) تحتوي على ست الكترونات ، وأخيراً القشرة الثانوية $3s$ ($n = 3, l = 0$) تحتوي على الكترون واحد .



الشكل (٥-٧) طاقات الترابط للإلكترونات الذرية مقاسة بوحدة Ry

(1 Ry = 1 Rydberg = 13.6 eV)

٥-٧ الجدول الدوري THE PERIODIC TABLE

عند ترتيب العناصر حسب تسلسل أعدادها الذرية ، فإن العناصر المتشابهة في الخواص الكيميائية والفيزيائية تتكرر بصورة منتظمة . وقد اكتشف مندليف Mendeleev هذا القانون الدوري | *periodic law* قبل حوالي قرن من الزمن . وترتيب العناصر بشكل يوضح دورية صفاتها ، يدعى بالجدول الدوري *periodic table* . إن الجدول (١-٧) هو أبسط جدول دوري . على حين أن هناك جداول دورية أكثر تعقيداً مصممة لتوضيح

دورية العناصر بصورة أدق .

ان كل عمود في الجدول (٧-١) يمثل مجموعة *groups* من العناصر ذات صفات مشتركة . فتتكون المجموعة I من الهيدروجين والمعادن القلوية . وهذه العناصر جدا فعالة كيميائيا وتكافؤ كل منها يساوي +1 . والمجموعة VII تتكون من الهالوجينات *halogens* التي هي عناصر فعالة ، غير معدنية سريعة التبخر ، وتكافؤ كل منها -1 ، وتكون جزيئاتها في الحالة الغازية ثنائية الذرات . وتتكون المجموعة VIII من غازات خاملة لحد انها ليست فقط لا تتفاعل مع عناصر اخرى ، لتكوين مركبات ، بل ايضا لا ترتبط بعضها مع بعض لتكوين جزيئات ثنائية او متعددة الذرات ، كبقية الغازات .

وتدعى الصفوف الافقية في الجدول (٧-١) بالدورات *periods* . فكل دورة تبدأ بمعادن فعالة جدا وتنتهي بغازات خاملة . وهناك ايضا تغيرات منتظمة في صفات العناصر داخل كل عمود في الجدول الدوري ، لكن هذه التغيرات اقل وضوحا مما هي عليه داخل الدورات . فمثلا بزيادة العدد الذري للمعادن القلوية تزداد فعاليتها الكيميائية ، والعكس هو الصحيح لحالة الهالوجينات .

هناك سلسلة من العناصر الانتقالية *transition elements* في كل الدورات بعد الدورة الثالثة . تنحصر هذه السلاسل بين المجموعة II والمجموعة III . والعناصر الانتقالية هي معادن تشابه فيما بينها بالصفات الكيميائية ، وهي لا تشبه المعادن في المجاميع الرئيسية . فهناك خمسة عشر معدنا انتقاليا في الدورة السادسة التي لها صفات متقاربة جدا بحيث يصعب تميز هذه العناصر بعضها عن بعض . هذه العناصر تدعى بالثانيدات *lanthanide* او العناصر النادرة *rare earths* ، كذلك هناك مجموعة اخرى متشابهة تدعى بالاكتيدات *actinide* التي تقع في الدورة السابعة .

ان فكرة القشرات *shells* والقشرات الثانوية *subshells* لتوزيع الالكترونات تنسجم مع التوزيع الدوري للعناصر . فدعنا هنا ندرس اساس ترتيب العناصر في الجدول الدوري .

ان مبدأ الانفراد يحدد عدد الالكترونات التي يمكن ان توجد في القشرات الثانوية . ان كل قشرة ثانوية تتميز بعدد كمي اساسي n وعدد كمي مداري l حيث $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ ولكل قيمة l هناك $2l + 1$ قيمة مختلفة للعدد الكمي المغناطيسي m_l ، اذ ان :

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

واخيرا لكل قيمة l ، m_l ، هناك قيمتان للعدد الكمي المغناطيسي البرمي m_s ($+\frac{1}{2}$ and $-\frac{1}{2}$)

وعليه فكل قشرة ثانوية تحوي في الاكثر $2(2l + 1)$ من الالكترونات ، وكل قشرة تحوي في الاكثر :

$$\sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l + 1) = 2[1 + 3 + 5 + \dots + 2(n - 1) + 1] \\ = 2[1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1]$$

الالكترونات هناك n من الحدود داخل القوس ، ومتوسط هذه الحدود يساوي : $\frac{1}{2}[1 + (2n - 1)]$ ولذا فالحد الاعلى لعدد الالكترونات في القشرة n هو

$$2 \times \frac{n}{2} [1 + (2n - 1)] = 2n^2$$

ان القشرات الذرية والقشرات الثانوية التي تحوي على اكبر عدد ممكن من الالكترونات تدعى قشرات مغلقة. *closed* . قشرة ثانوية s مغلقة ($l = 0$) تحوي إلكترونين ، قشرة ثانوية p مغلقة ($l = 1$) تحوي ست الكترونات ، وقشرة ثانوية d مغلقة ($l = 2$) تحوي عشرة الكترونات ، وهكذا

ان مجموع الزخم الزاوي المداري والزخم الزاوي البرمي للالكترونات في قشرة ثانوية مغلقة يساوي صفراً . وان توزيع شحنة الالكترونات في قشرة ثانوية مغلقة يكون متناظراً كروياً (راجع التمرين ٨ في الفصل السادس) . والكترونات قشرة مغلقة تكون مرتبطة بقوة الذرة ذلك لان الشحنة النووية الموجبة هي أكبر من شحنة الالكترونات السالبة في القشرات الداخلية (الشكل ٧-٦) . ولما كانت الذرات التي تحوي قشرات مغلقة فقط ليس لها عزم ثنائي قطب كهربائي ، لذلك فهي لا تجذب الكترونات اخرى ، في حين تكون الكتروناتها مرتبطة بقوة . وهذه الذرات تكون غير فعالة كيميائياً وهي تمثل الغازات

الخاملة . والحقيقة هي ان قشرات الغازات الخاملة مغلقة او مايكافي ، ذلك ان الذرات التي تحوي على الكترون واحد في قشرتها الخارجية تميل الى فقدان ذلك الالكترون

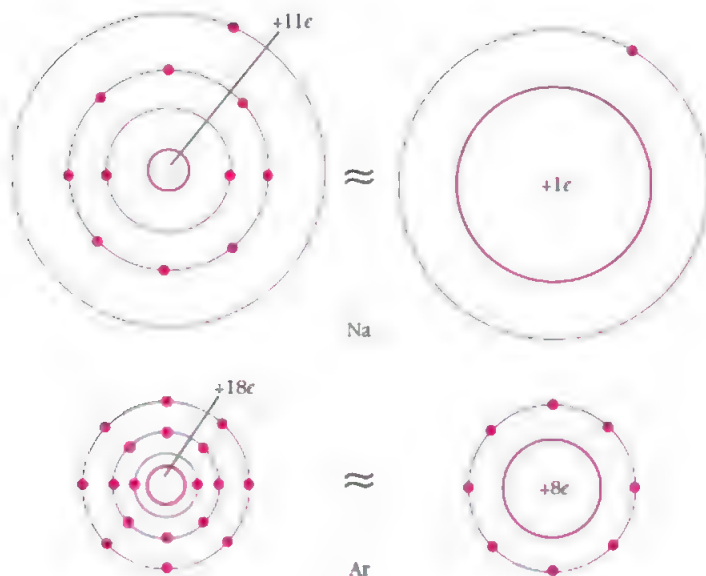
فهذا الالكترون يكون بعيداً نسبياً عن النواة ويتأثر بشحنة فعلية $+e$ ، التي تمثل محصلة شحنة النواة الموجبة وشحنة الالكترونات الداخلية السالبة . والهيدروجين والمعادن القلوية هي من هذا الصنف ، ومن هذا فان تكافؤها يساوي $+1$. الذرات التي قشراتها الخارجية تحتاج الى الكترون واحد للاشباع تميل الى اكتساب هذا الالكترون ، ذلك لأن شحنتها النووية

| Period | Group I | Group II | | | | | | | | | | | Group III | Group IV | Group V | Group VI | Group VII | Group VIII |
|---------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1 | 1 H 1.00 | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 He 4.00 |
| 2 | 3 Li 6.94 | 4 Be 9.01 | | | | | | | | | | | 5 B 10.81 | 6 C 12.01 | 7 N 14.01 | 8 O 16.00 | 9 F 19.00 | 10 Ne 20.18 |
| 3 | 11 Na 22.99 | 12 Mg 24.31 | | | | | | | | | | | 13 Al 26.98 | 14 Si 28.09 | 15 P 30.98 | 16 S 32.07 | 17 Cl 35.46 | 18 Ar 39.94 |
| 4 | 19 K 39.10 | 20 Ca 40.08 | 21 Sc 44.96 | 22 Ti 47.90 | 23 V 50.94 | 24 Cr 52.00 | 25 Mn 54.94 | 26 Fe 55.85 | 27 Co 58.93 | 28 Ni 58.71 | 29 Cu 63.54 | 30 Zn 65.37 | 31 Ga 69.72 | 32 Ge 72.59 | 33 As 74.92 | 34 Se 78.96 | 35 Br 79.91 | 36 Kr 83.8 |
| 5 | 37 Rb 85.47 | 38 Sr 87.66 | 39 Y 88.91 | 40 Zr 91.22 | 41 Nb 92.91 | 42 Mo 95.94 | 43 Tc (99) | 44 Ru 101.1 | 45 Rh 102.91 | 46 Pd 106.4 | 47 Ag 107.87 | 48 Cd 112.40 | 49 In 114.82 | 50 Sn 118.69 | 51 Sb 121.75 | 52 Te 127.60 | 53 I 126.90 | 54 Xe 131.30 |
| 6 | 55 Cs 132.91 | 56 Ba 137.34 | 57-71 * | 72 Hf 178.49 | 73 Ta 180.95 | 74 W 183.85 | 75 Re 186.2 | 76 Os 190.2 | 77 Ir 192.2 | 78 Pt 195.09 | 79 Au 197.0 | 80 Hg 200.59 | 81 Tl 204.37 | 82 Pb 207.19 | 83 Bi 208.98 | 84 Po (210) | 85 At (210) | 86 Rn 222 |
| 7 | 87 Fr (223) | 88 Ra 226.05 | 89-103 ** | | | | | | | | | | | | | | | |
| * Rare earths | | | 57 La 138.91 | 58 Ce 140.12 | 59 Pr 140.91 | 60 Nd 144.24 | 61 Pm (145) | 62 Sm 150.35 | 63 Eu 152.0 | 64 Gd 157.25 | 65 Tb 158.92 | 66 Dy 162.50 | 67 Ho 164.92 | 68 Er 167.26 | 69 Tm 168.93 | 70 Yb 173.04 | 71 Lu 174.97 | |
| ** Actinides | | | 89 Ac 227 | 90 Th 232.04 | 91 Pa 231 | 92 U 238.03 | 93 Np (237) | 94 Pu (242) | 95 Am (243) | 96 Cm (247) | 97 Bk (249) | 98 Cf (251) | 99 Es (254) | 100 Fm (253) | 101 Md (256) | 102 No (254) | 103 Lw (257) | |

الجدول (١-٧) الجدول الدوري للعناصر. د العدد فوق كل رمز يمثل العدد الذري للعنصر. في حين يمثل العدد الأسفل الكتلة الذرية مقاسة بوحدة u. العناصر التي كتلتها الذرية موضوعة داخل أقواس هي عناصر غير موجودة في الطبيعة. ولكن يمكن تحضيرها صناعياً بواسطة التفاعلات النووية. والكتل الذرية لهذه العناصر تمثل الأعداد الكتلية للنظائر الأطول عمراً.

لا تكون محجوبة بصورة جيدة بواسطة الكترونات الذرة . ان هذه النتيجة توضح الصفات الكيميائية للهالوجينات . وهكذا يمكن تفسير التشابه بين مكونات المجاميع المختلفة في الجدول الدوري .

ان الجدول (٧-٢) يبين التركيب الالكتروني للعناصر . فلاحظ ان العناصر الانتقالية تنشأ نتيجة أن قوة ترابط الالكترونات في الحالة s في الذرات المعقدة هي أكبر من قوة ترابط الالكترونات في الحالة d أو f . وأول عنصر يظهر هذا التأثير هو البوتاسيوم potassium ، الذي الكترونه الخارجي يكون في الحالة $4s$ بدلاً من الحالة $3d$. ان فرق طاقة الترابط بين الحالتين $3d$ و $4s$ هو ليس كبيراً جداً ، كما يمكن ملاحظة ذلك من التركيب الإلكتروني للبروم والنحاس . ففي كل من هذين العنصرين هناك الكترون اضافي في الحالة $3d$. في حين تبقى الحالة $4s$ نصف مشغولة . وعلى الطالب ان يقارن هذه الصفة مع النتائج المبينة في الشكل (٧-٥) .



الشكل (٧-٦) حجب الالكترونات للشحنة النووية لذرتي الصوديوم والاركون . كل الكترون خارجي في ذرة الاركون يتأثر بشحنة فعلية ثمان مرات أكبر من الشحنة المؤثرة على الالكترون الخارجي في ذرة الصوديوم . وذلك على الرغم من ان الالكترونات الخارجية في كلا الحالتين تكون في القشرة $M(n=3)$.

نلاحظ من الجدول (٧-٢) والشكل (٧-٧) أن تسلسل اشباع القشورات الثانوية هو

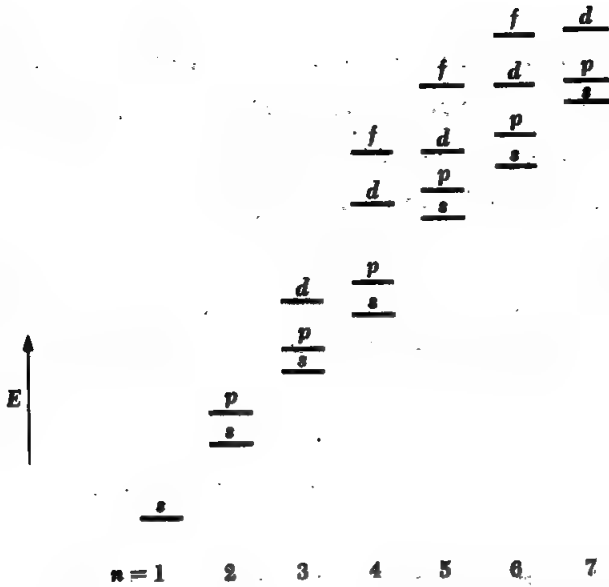
$$1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p, 6s, 4f, 5d, 6p, 7s, 6d$$

وعلى هذا نستطيع أن نفهم تشابه الصفات الموجودة بين عناصر اللثانييدات والاكثينات على

| | K | L | | M | | | N | | | | O | | | | P | | | Q |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1s | 2s | 2p | 3s | 3p | 3d | 4s | 4p | 4d | 4f | 5s | 5p | 5d | 5f | 6s | 6p | 6d | 7s |
| 1 H | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 He | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 Li | 2 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 Be | 2 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 B | 2 | 2 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 C | 2 | 2 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 N | 2 | 2 | 3 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 O | 2 | 2 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 F | 2 | 2 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 Ne | 2 | 2 | 6 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 Na | 2 | 2 | 6 | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 Mg | 2 | 2 | 6 | 2 | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 Al | 2 | 2 | 6 | 2 | 1 | | | | | | | | | | | | | |
| 14 Si | 2 | 2 | 6 | 2 | 2 | | | | | | | | | | | | | |
| 15 P | 2 | 2 | 6 | 2 | 3 | | | | | | | | | | | | | |
| 16 S | 2 | 2 | 6 | 2 | 4 | | | | | | | | | | | | | |
| 17 Cl | 2 | 2 | 6 | 2 | 5 | | | | | | | | | | | | | |
| 18 A | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | | | | | | | | | | | | | |
| 19 K | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | | 1 | | | | | | | | | | | |
| 20 Ca | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | | 2 | | | | | | | | | | | |
| 21 Sc | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 1 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 22 Ti | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 2 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 23 V | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 3 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 24 Cr | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 5 | 1 | | | | | | | | | | | |
| 25 Mn | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 5 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 26 Fe | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 6 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 27 Co | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 7 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 28 Ni | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 8 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 29 Cu | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 1 | | | | | | | | | | | |
| 30 Zn | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 31 Ga | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 1 | | | | | | | | | | |
| 32 Ge | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 2 | | | | | | | | | | |
| 33 As | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 3 | | | | | | | | | | |
| 34 Se | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 4 | | | | | | | | | | |
| 35 Br | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 5 | | | | | | | | | | |
| 36 Kr | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | | | | | | | | | | |
| 37 Rb | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | | | | | | | 1 | | | |
| 38 Sr | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | | | | | | | 2 | | | |
| 39 Y | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 1 | | | | | | 2 | | | |
| 40 Zr | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 2 | | | | | | 2 | | | |
| 41 Nb | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 4 | | | | | | 1 | | | |
| 42 Mo | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 5 | | | | | | 1 | | | |
| 43 Tc | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 5 | | | | | | 2 | | | |
| 44 Ru | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 7 | | | | | | 1 | | | |
| 45 Rh | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 8 | | | | | | 1 | | | |
| 46 Pd | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | | | | | | | | |
| 47 Ag | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | | | | | 1 | | | |
| 48 Cd | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | | | | | 2 | | | |
| 49 In | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | | | | | 2 | 1 | | |
| 50 Sn | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | | | | | 2 | 2 | | |
| 51 Sb | 2 | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | | | | | 2 | 3 | | |

الجدول (٧-٢) التركيب الالكتروني للعناصر.

| | K | | L | | M | | | N | | | | O | | | | P | | | Q |
|--------|----|--|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1s | | 2s | 2p | 3s | 3p | 3d | 4s | 4p | 4d | 4f | 5s | 5p | 5d | 5f | 6s | 6p | 6d | 7s |
| 52 Te | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | 2 | 4 | | | | | | |
| 53 I | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | 2 | 5 | | | | | | |
| 54 Xe | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | | | | | | |
| 55 Cs | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | | | 1 | | | |
| 56 Ba | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 57 La | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | 1 | | | 2 | | |
| 58 Ce | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 2 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 59 Pr | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 3 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 60 Nd | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 4 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 61 Pm | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 5 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 62 Sm | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 6 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 63 Eu | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 7 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 64 Gd | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 7 | 2 | 6 | 1 | | | 2 | | |
| 65 Tb | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 9 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 66 Dy | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 10 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 67 Ho | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 11 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 68 Er | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 12 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 69 Tm | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 13 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 70 Yb | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | | | | 2 | | |
| 71 Lu | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 1 | | | 2 | | |
| 72 Hf | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 2 | | | 2 | | |
| 73 Ta | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 3 | | | 2 | | |
| 74 W | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 4 | | | 2 | | |
| 75 Re | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 5 | | | 2 | | |
| 76 Os | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 6 | | | 2 | | |
| 77 Ir | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 7 | | | 2 | | |
| 78 Pt | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 9 | | | 1 | | |
| 79 Au | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 1 | | |
| 80 Hg | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 2 | | |
| 81 Tl | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 2 | 1 | |
| 82 Pb | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 2 | 2 | |
| 83 Bi | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 2 | 3 | |
| 84 Po | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 2 | 4 | |
| 85 At | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 2 | 5 | |
| 86 Rn | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 2 | 6 | |
| 87 Fr | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 2 | 6 | 1 |
| 88 Ra | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 2 | 6 | 2 |
| 89 Ac | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 2 | 6 | 1 |
| 90 Th | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | | | 2 | 6 | 2 |
| 91 Pa | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 2 | | 2 | 6 | 1 |
| 92 U | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 3 | | 2 | 6 | 1 |
| 93 Np | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 4 | | 2 | 6 | 1 |
| 94 Pu | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 5 | | 2 | 6 | 1 |
| 95 Am | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 6 | | 2 | 6 | 1 |
| 96 Cm | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 7 | | 2 | 6 | 1 |
| 97 Bk | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 8 | | 2 | 6 | 1 |
| 98 Cf | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 10 | | 2 | 6 | |
| 99 E | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 11 | | 2 | 6 | |
| 100 Fm | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 12 | | 2 | 6 | |
| 101 Md | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 13 | | 2 | 6 | |
| 102 No | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 14 | | 2 | 6 | |
| 103 Lw | 2 | | 2 | 6 | 2 | 6 | 10 | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 10 | 14 | | 2 | 6 | 1 |



الشكل (٧-٧) تلسل الحالات الكمّية في الذرات .

أساس هذا التسلسل . فجميع اللثانيدات لها نفس التركيب $5s^2 5p^6 6s^2$ ، ولها قشرة ثانوية $4f$ غير مشبعة . ان إضافة الكترونات للحالة $4f$ لا يؤثر على الصفات الكيميائية لعناصر اللثانيدات ؛ وذلك ان هذه الصفات تتحدد بالالكترونات الخارجية فقط . وعلى نفس النمط ، فان تشابه الاكثينات ناتج من أن جميعها لها تركيب $6s^2 6p^6 7s^2$ ، ولكن تختلف فيما بينها بعدد الالكترونات في الحالتين $5f$ و $6d$. الداخليتين ان الشذوذات في طاقات ترابط الالكترونات الذرية هي أيضاً مسؤولة عن عدم وجود قشرة خارجية مشبعة تماماً بالغازات الخاملة الثقيلة : فافلوميوم ($Z = 2$) والنيون ($Z = 10$) يمتلكان قشرات K و L ، مغلقة ، على التوالي . على حين يمتلك الاركون ($Z = 18$) فقط ثمانية الكترونات في القشرة M حيث تكون القشرات الثانوية $3s$ و $3p$ مغلقة . وسبب عدم اشباع القشرة الثانوية $3d$ مباشرة بعد $3p$ هو أن طاقات ترابط الكترونات $4s$ أكبر من طاقات ترابط الكترونات $3d$. ولذلك فالقشرة $4s$ تتشبع قبل $3d$ ، كما في ذرة الكالسيوم وتكتسب القشرة الثانوية $3d$ ، في حالة العناصر الانتقالية الثقيلة ، الكترونات بعد ان تكتسب القشرة الخارجية $4s$ الكترونات أو الكترونين . ان الالكترونات الخارجية $4s$ هي التي تكون مسؤولة عن التفاعلات الكيميائية لهذه العناصر . وبعد أن تتشبع القشرة الثانوية $3d$ ، يستمر انتظام ملحوظ في توزيع الالكترونات حتى يصل الكربون ($Z = 36$) ، الذي يمثل غازاً خاملاً آخر . ففي هذه النقطة تبدأ قشرات خارجية أخرى غير مشبعة ، فيها فقط

القشرتان الثانويتان $4s$ و $4p$ مملوئتان. ويأتي بعد الكريتون عنصر الروبيديوم ($Z = 37$) الذي يقع الكترونه الاضافي في القشرة الثانوية $5s$ بدلاً من $4d$ أو $4f$. والغاز الخامل التالي هو الزنون ($Z = 54$) ، الذي يمتلك قشرات ثانوية $4d$ ، $5s$ و $5p$ مشبعة ، على حين تكون القشرات الثانوية الداخلية $4f$: $5d$ و $5f$ فارغة . ونفس التوزيع الالكتروني يتكرر للغازات الخاملة المتبقية .

وبهذه الطريقة تمكنا من تفسير بعض الصفات الكيميائية والفيزيائية للعناصر بدلالة تركيبها الالكتروني . والحقيقة هي أنه يمكن فهم كثير من الصفات الاخرى للعناصر على نفس الاسس .

٦-٧ قاعدة هوند HUND'S RULE

تنص قاعدة هوند على أن الالكترونات الذرة تميل أن يكون برمها متوازيًا . ان القابلية المغناطيسية العالية ferromagnetism للحديد ، والكوبلت والنيكل هي نتيجة مباشرة لقاعدة هوند . ففي هذه الذرات تكون القشرة الثانوية $3d$ مشغولة جزئياً . وبما أن برم الالكترونات يميل الى يكون متوازيًا ، لذلك فإن محصلة العزم المغناطيسي لتلك الذرات لا يساوي صفراً . في الحديد ، مثلاً ، خمسة من مجموعة ستة الالكترونات في القشرة الثانوية $3d$ يكون برمها متوازيًا ، وعليه فإن ذرات الحديد لها محصلة عزم مغناطيسي كبيرة جداً . وسوف ندرس نتائج اخرى لقاعدة هوند في الفصل التاسع عند مناقشتنا للاواصر الجزيئية .

ان اساس قاعدة هوند ، هو وجود قوة التنافر بين الالكترونات الذرية . فنتيجة هذه القوة ، نجد انه كلما ازداد ابتعاد الالكترونات في الذرة عن بعضها الاخر ، نقصت طاقة الذرة . ان الالكترونات الموجودة في نفس القشرة الثانوية والتي لها نفس البرم ، يجب ان تمتلك قيم m_l مختلفة ، ولذلك يجب ان تمتلك دالات موجية هندسية مختلفة . من هذا ينتج ان الالكترونات ذات برم متواز تكون متباعدة في الفضاء اكثر مما لو كان برمها متعاكساً . أي أن طاقة الالكترونات في الحالة الاولى تكون أقل من الطاقة في الحالة الثانية ومن هذا فان حالة نظام الالكترونات ذات برم متواز ، تكون أكثر استقراراً .

* ٧-٧ الزخم الزاوي الكلي TOTAL ANGULAR MOMENTUM

كل الكترون في ذرة يمتلك زخماً زاوياً مدارياً معيناً L وزخماً زاوياً برمياً معيناً s ، وكلاهما يساهمان في تحديد الزخم الزاوي الكلي J للذرة .

وكأي زخم زاوياً ، يكون J مكماً وتتحدد قيمة بالعلاقة :

$$J = \sqrt{J(J+1)} \hbar \quad (16-7)$$

في حين أن مركبته J_z باتجاه محور z ، تأخذ القيم :

$$J_z = M_J \hbar \quad (17-7)$$

ففي هاتين المعادلتين J و M_J هما عددان كميان يحددان J و J_z . ان برنامجنا لما تبقى من الفصل الحالي سينصب على دراسة صفات J ، وتأثيره على الظواهر الذرية وسيكون تصورنا للذرات شبه كلاسيكي لكي يقرب لنا تلك التأثيرات بصورة واضحة .

دعنا ندرس أولاً ذرة زخمها الزاوي الكلي ناتج من الإلكترون واحد . ان الذرات في المجموعة I في الجدول الدوري ، كالهيدروجين والليثيوم والصوديوم ، ... هي أمثلة لهذه الحالة . ذلك لأن هذه الذرات تحوي إلكترونات واحداً في القشرات الخارجية . ونبدأ الانفراد يؤدي الى أن الزخم الزاوي والعزم المغناطيسي للقشرات الداخلية يساوي صفراً الأيونات He^+ و Be^+ و Mg^+ و B^{++} و Al^{++} هي أمثلة أخرى للحالة التي تحت الدرس .

ان قيمة الزخم الزاوي المداري L للإلكترون ذرة يتحدد بالعدد الكمي المداري حسب العلاقة :

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad (18-7)$$

في حين أن مركبة L باتجاه z تتحدد بالعدد الكمي المغناطيسي m_l تبعاً للعلاقة

$$L_z = m_l \hbar \quad (19-7)$$

كذلك فإن قيمة الزخم الزاوي البرمي S تتحدد بالعدد الكمي البرمي s (الذي قيمة $+\frac{1}{2}$ فقط) بالعلاقة :

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad (20-7)$$

في حين أن مركبة S باتجاه z ، تأخذ القيم :

$$S_z = m_s \hbar \quad (21-7)$$

حيث m_s يمثل العدد الكمي المغناطيسي البرمي . لما كان L و S متجهين جمعهما اتجاهياً ، لكي نحصل على الزخم الزاوي الكلي J :

$$J = L + S \quad (22-7)$$

ومن الشائع استعمال الرمزين j و m_j كعددين كميين لتحسين J و J_z لكل إلكترون . ي

$$J = \sqrt{j(j+1)} \hbar \quad (23-7)$$

$$J_z = m_j \hbar \quad (24-7)$$

دعنا ندرس أولاً العلاقة بين مركبات z للمتجهات \vec{J} ، \vec{L} و \vec{S} . وبما أن كل من J_z و L_z و S_z مقداراً عددياً ، فإن :

$$J_z = L_z \pm S_z$$

$$m_j \hbar = m_l \hbar \pm m_s \hbar \quad (٧-٤٤)$$

$$m_j = m_l \pm m_s$$

حيث أن هذه العلاقة تمثل العلاقة بين الأعداد الكمية المغناطيسية m_l ، m_s و m_j .
 أن القيم المسموحة لـ m_j تنحصر بين $+l$ و $-l$ مارة بـ 0 ، على حين قيم m_s هي $\pm s$.
 والعدد الكمي المداري l هو دائماً عدد صحيح أو 0 ، في حين أن $s = 1/2$ ،
 وعليه فإن m_j الناتج يجب أن يساوي نصف عدد صحيح فردي . فقيم m_j تنحصر بين $-l$ و $+l$ ، بحيث أن الفرق بين كل قيمتين متتاليتين يساوي 1 . وكذلك يكون لدينا :

$$j = l \pm s \quad (٧-٢٦)$$

فمثل m_j ، قيمة l تساوي نصف عدد صحيح فردي .

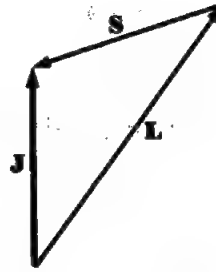
ولما كانت قيم J ، L و S كممية ، فإن هذه المتجهات تأخذ اتجاهات محددة فقط بالنسبة لبعضها الآخر . وفي حالة ذرة ذات إلكترون واحد ، مثلاً ، هناك اتجاهان يمكن أن S بالنسبة لـ L . أحد الاتجاهين يمثل الحالة $j = l + s$ ، أي : $J > L$ ، والاتجاه الثاني يمثل الحالة $j = l - s$ ، أي : $J < L$. الشكل (٧-٨) يوضح طريقتهما جميع L و S حالة $l = 1$ ، لتكوين J . فنلاحظ أن متجه الزخم الزاوي المداري ومتجه الزخم الزاوي البرمي لا يمكن أن يكونا متوازيين تماماً أو متعاكسين بالنسبة لبعضهما الآخر ، وبالنسبة لمتجه الزخم الزاوي الكلي J .

وكما قد لاحظنا في البند (٧-٢) أن الزخم الزاوي L و S يولدان قوة مغناطيسية ينتج عنها عزم يؤثر على كل منهما . وفي حالة عدم وجود مجالاً مغناطيسياً خارجياً يكون الزخم الزاوي الكلي محفوظاً بالقيمة والاتجاه ، على حين تأثير العزوم الداخلية يؤدي فقط إلى دوران L و S حول اتجاه محصلتهما J (لاحظ الشكل ٧-٩) . لكن عند وجود مجال مغناطيسي B خارجي فإن J يدور حول اتجاه B على حين يستمر L و S في الدوران حول J ، كما في الشكل (٧-١٠) . أن دوران J حول B هو الذي يؤدي إلى ظاهرة زيمان المعقدة ، وذلك لأن محصلات J المختلفة تتضمن طاقات مختلفة متقاربة في حالة وجود مجال مغناطيسي خارجي . أن القوى الذرية تمتلك أيضاً زخوما زاوية وعزوما مغناطيسية ذاتية ، وسيوضح ذلك في الفصل الحادي عشر . أن هذه الكميات تساهم أيضاً في تحديد الزخم الزاوي الكلي والعزم المغناطيسي للذرة ، ولكن تأثيراتهما

تكون صغيرة جداً لأن العزم المغناطيسي النووي هو فقط $\sim 10^{-3}$ من قيمة العزم المغناطيسي الإلكتروني . ولأن هذه التأثيرات تؤدي إلى تراكيب دقيقة جداً *hyperfine structure* في الأطياف الذرية . ومن المعتاد أن نجد الفواصل بين هذه الخطوط فقط $\sim 10^{-2} \text{ \AA}$ ، بالمقارنة مع الفواصل بين خطوط التراكيب الدقيقة *fine-structure* التي تكون بحدود بضعة أنغسترومات .

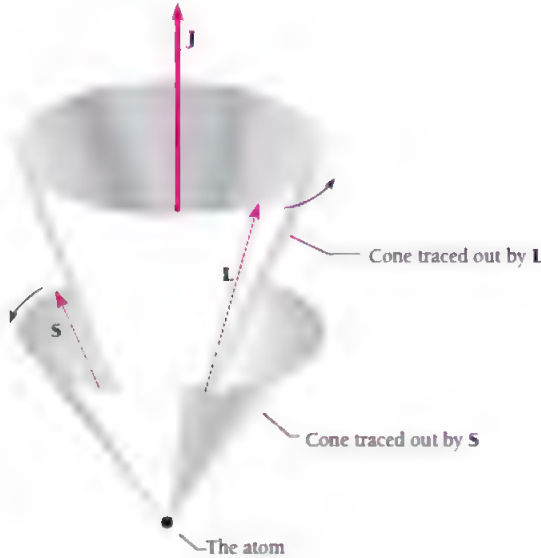


$$j = l + s = 3/2$$

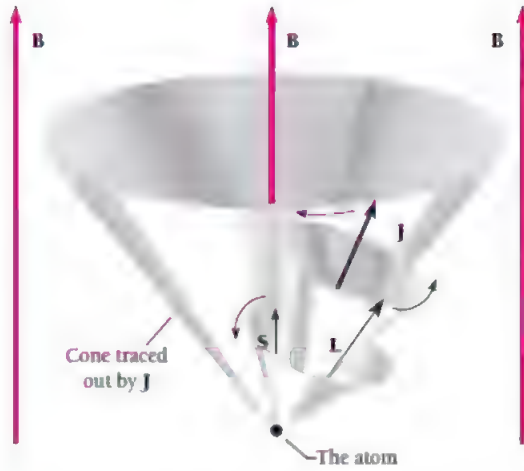


$$j = l - s = 1/2$$

الشكل (٨-٧) التركيبان المختلفان لتكوين \vec{J} عندما $l = 1$ و $s = 1/2$



الشكل (٩-٧) حسب النموذج الشبه الكلاسيكي للذرة ، يدور متجه الزخم الزاوي المداري L والزخم الزاوي البرمي S حول الزخم الزاوي الكلي J .



الشكل (٧-١٠) عند وجود مجال مغناطيسي B خارجي ، فإنه حسب النموذج شبه الكلاسيكي للذرة ، يدور الزخم الزاوي الكلي J حول اتجاه B .

٧-٨ شد LS COUPLING

عندما يساهم أكثر من إلكترون واحد في تعيين الزخم الزاوي المداري والزخم الزاوي البرمي لتركيب الزخم الزاوي الكلي J للذرة ، فإن J لا تزال تمثل مجموع متجهات الزخم الزاوية المدارية والزخم الزاوية البرمية للإلكترونات المنفردة . ولما كانت الإلكترونات المساهمة تتفاعل بعضها مع بعض ، فإن طريقة جمع متجهات زخمها الزاوية L_i و S_i لتكوين J ، تعتمد على الظروف الخاص لحالي الإلكترونات . والطريقة الشائعة لتكوين J لجميع الذرات عدا الثقيلة منها ، هو أن الزخم الزاوية المدارية L_i للإلكترونات المختلفة يرتبط بعضها مع بعضها الكتروستاتيكيًا لتكوين محصلة واحدة L ، والزخم الزاوية البرمية S_i لهذه الإلكترونات ترتبط مع بعضها لتكوين محصلة واحدة S . وسندرس في نهاية البند سبب هذا السلوك . أن الزخم الزاوي L و S يتفاعل بعضهما مع بعض مغناطيسياً عن طريق شد البرم بالمذاق *spin-orbit coupling* ، لتكوين الزخم الزاوي الكلي J . وهذا التركيب للزخم الزاوي الكلي يدعى بشد *LS coupling* ، والذي يتلخص بما يأتي :

$$\begin{aligned} L &= \sum L_i \\ S &= \sum S_i \\ J &= L + S \end{aligned} \quad \text{شد LS} \quad (٧-٢٧)$$

وكالمادة تكون، L و S و J و L_z و S_z و J_z مكممة ، وتحدد بالاعداد الكمية L و S و J و M_L و M_S و M_J ، على التوالي . وعليه :

$$L = \sqrt{L(L+1)} \hbar \quad (٢٨-٧)$$

$$L_z = M_L \hbar \quad (٢٩-٧)$$

$$S = \sqrt{S(S+1)} \hbar \quad (٣٠-٧)$$

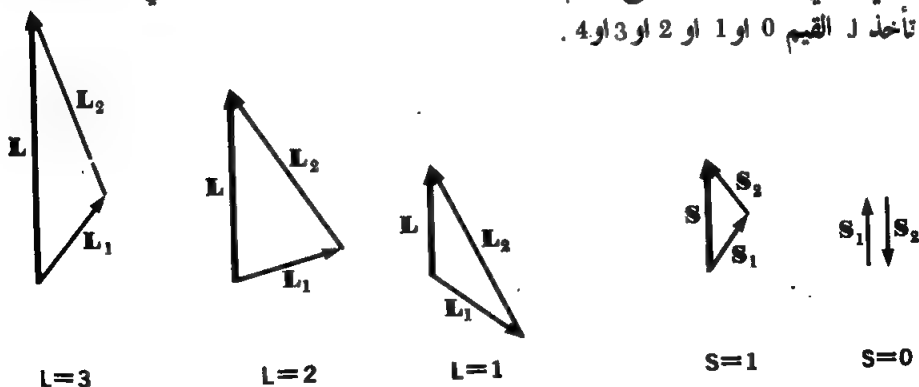
$$S_z = M_S \hbar \quad (٣١-٧)$$

$$J = \sqrt{J(J+1)} \hbar \quad (٣٢-٧)$$

$$J_z = M_J \hbar \quad (٣٣-٧)$$

ان كلاً من L و M_L تأخذ دائماً عددا صحيحا او 0 ، على حين تأخذ الاعداد الكمية الاخرى انصاف اعداد فردية ، اذا كان عدد الالكترونات فرديا ، او اعدادا صحيحة او 0 ، اذا كان عدد الالكترونات زوجيا .

وعلى سبيل المثال ، دعنا ندرس الكترونيين الاول في الحالة $l_1 = 1$ والثاني في الحالة $l_2 = 2$. فهناك ثلاث طرق لجمع L_1 و L_2 لتركيب المتجه L ، الذي يحقق المعادلة (٢٨-٧) ، لاحظ الشكل (٧-١١) . هذه التراكيب تعود الى $L = 1, 2, 3$ ، ان القيم المسموحة لـ L تنحصر بين $l_1 + l_2$ و $l_1 - l_2$. ان العدد الكمي البرمي يساوي دائما $+\frac{1}{2}$ وعليه فالتركيبان الممكنان لـ S_1 و S_2 يمثلان $S = 0$ و $S = 1$ ، لاحظ الشكل (٧-١١) . نلاحظ ان L_1 و L_2 لا يمكن ان يوازيا المتجه L . وكذلك S_1 و S_2 لا يمكن ان يوازيا S ، الا حين يساوي مجموعهما 0 . ويستطيع العدد الكمي الكلي لـ ان يأخذ جميع القيم من $L + S$ الى $L - S$ ، وعليه ففي هذه المسألة تأخذ لـ القيم 0 او 1 او 2 او 3 او 4 .



الشكل (٧-١١) عندما $l_1 = 1$ ، $s_1 = \frac{1}{2}$ و $s_2 = \frac{1}{2}$ ، $l_2 = 2$ ، فان هناك ثلاث طرق لتركيب L_1 و L_2 لتكوين L ، وطريقتين لتركيب S_1 و S_2 لتكوين S

ان ظاهرة شد LS هي نتيجة القوة الالكتروستاتيكية العالية نسبياً ، التي تشد الزخوم المدارية المنفردة فيما بينها لتكوين المحصلة L ، والزخوم البرمية المنفردة فيما بينها لتكوين المحصلة S . وعلينا ان ندرس الان منشأ هذه القوى . فالشكل (٦-١٢) ، يوضح توزيع كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ للالكترون في الحالات الكمية المختلفة في ذرة الهيدروجين . وبطبيعة الحال ، ان التوزيع الالكتروني للذرات الاكثر تعقيداً يختلف نوعاً ما عن التوزيع المبين . ولكن تبقى نفس الصفة العامة في هذه الذرات : وهو ان توزيع كثافة الاحتمالية $|\psi|^2$ لا يكون متناظراً كروياً ، عدا الحالات الكمية s . (على اي حال ، الحالة الاخيرة هي غير مهمة للمسألة تحت الدرس لأن عندها $l = 0$ ، وبالتالي فالالكترون لا يمتلك زخماً زاوياً مدارياً) . ونتيجة عدم التناظر في توزيع كثافة الشحنة الالكترونية ، تعتمد القوة الالكتروستاتيكية بين الالكترونات في ذرة على اتجاهات الزخوم الزاوية للالكترونات بالنسبة لبعضها الآخر . هناك اتجاهات خاصة للزخوم الزاوية تكون عندها الذرة اكثر استقراراً . وهذه التراكيب المستقرة لها زخم زاوي مكتم يتبع العلاقة $L = \sqrt{L(L+1)} \hbar$

ان طاقة تراكيب l تكون دنياً عندما تكون قيمة L عظيمة . ويمكننا فهم هذه الظاهرة بسهولة من دراسة تفاعل الكترونين في نفس مدار بور . فلما كانت الالكترونات تتنافر الكتروستاتيكياً بعضها عن بعض فانها تميل ان تدور بنفس الاتجاه حول النواة . وهذه الحالة تجعل قيمة L عظيمة . فلو دارت الالكترونات باتجاهين متعاكسين (تكون عندها قيمة L دنياً) لاجتاز بعضها البعض الآخر بصورة اكثر تكراراً وبالتالي تكون طاقة النظام أعلى .

ان شد برم الالكترونات المختلفة بعضها مع بعض ، هو اصعب فهماً لانه يمثل ظاهرة كمية بحتاً وليس لها مرادف كلاسيكي . (علينا ان نبين ان التفاعل المغناطيسي بين العزوم المغناطيسية للالكترونات هو غير مهم وليس مسؤولاً عن شد الزخوم الزاوية البرمية) . والفكرة الاساس في هذه المسألة هي ان الدالة الموجية الكاملة $\psi(1, 2, \dots, n)$

لنظام من n من الالكترونات ، انما هي حاصل ضرب دالة موجية موقعية $u(1, 2, \dots, n)$ التي تصف توزيع الالكترونات في الفضاء ودالة البرم $s(1, 2, \dots, n)$ ، التي تصف اتجاهات برم الالكترونات . ولقد لاحظنا في البند (٧-٣) ان الدالة الموجية الكاملة $\psi(1, 2, \dots, n)$ يجب ان تكون ضديدة التناظر ، وهذا يعني ان الدالة $u(1, 2, \dots, n)$ تعتمد على الدالة $s(1, 2, \dots, n)$. وعليه فأى تغير في توزيع اتجاهات برم الالكترونات يصحبه تغير في توزيع كثافة الالكترونات في الفضاء ، وبالتالي تغير في الطاقة الكامنة الالكتروستاتيكية للذرة ، ان تحويل الذرة من حالة ذات زخم زاوي برمى كلي S الى زخم زاوي برمى مختلف ، يتطلب تغيراً في توزيع الكثافة الالكترونية ، بذلك يحتاج الى قوة

الكتروستاتيكية عالية . وبالإضافة الى ذلك فان تغير اتجاهات الزخوم الزاوية البرمية S_1 و S_2 ... و S_n يحتاج ايضا الى قوة مغناطيسية ولكنها ضعيفة نسبيا . وهذه الملاحظات توضح القول ان الزخوم الزاوية البرمية S_i يكون بعضها مشدوداً مع بعض بقوة الكتروستاتيكية عالية .

ان الطاقة الدنيا لتراكيب S_i المختلفة تعود دائماً الى قيمة عظيمة لـ S . وهذه هي قاعدة هوند . وسبب هذه الظاهرة هو ان الالكترونات ذات بروم متوازية في نفس القشرة الثانوية يجب ان يمتلك قيما مختلفة لـ m_i ، وبذلك فان دالاتها الموجية الموقعية تكون مختلفة . وهذا يعني ان معدل المسافات الفاصلة بين الالكترونات تكون أكبر ، وبالتالي تكون طاقة النظام أصغر مما هي عليه عندما تكون بروم الالكترونات متعاكسة .

أخيراً فان تركيب L و S يمتلك طاقة دنيا عندما تكون J اقل ما يمكن ، ولكننا سوف لا نبرهن هذا الاستنتاج .

* ٧ - ٩ شد // COUPLING //

في حالة الذرات الخفيفة ، فان القوى الالكتروستاتيكية التي تربط L_i المختلفة مع بعضها لتكوين L والقوى التي تربط S_i المختلفة مع بعضها لتكوين S تكون اقوى بكثير من قوى الشد المغناطيسية بين L و S لتكوين J . وهذه الحالة تبقى سارية حتى في حالة وجود مجال مغناطيسي خارجي قوى نسبيا ، ولكن على ان تبقى سرعة دوران J حول B أبداً من سرعة دوران L و S حول J . ان الشحنة النووية في الذرات الثقيلة تكون كبيرة نسبيا بحيث ان التفاعل بين برم ومدار كل من الالكترونات مقارب بالقيمة الى شد L_i المختلفة فيما بينها ، و S_i المختلفة فيما بينها . لذلك فان شد LS يكون غير متميز في الذرات الثقيلة . واختفاء شد LS يحدث ايضا عند تسليط مجال مغناطيسي خارجي قوي $10 T \sim$ ، اذ يؤدي الى ظاهرة باشن-باك Paschen-Back للاطيف الذرية . وعند اختفاء شد LS تتجمع الزخوم الزاوية الكلية J_i للالكترونات المنفردة ، بعضها مع بعض لتكوين الزخم الزاوي الكلي J للذرة . وهذا التركيب يدعى بشد $//$ ، ذلك لأن كل J_i تتحدد بالعدد الكمي i كما في المعادلة (٧-٢٣) . يكون لدينا :

$$J_i = L_i + S_i \quad \text{شد } //$$

$$J = \sum J_i$$

(٧-٣٤)

لقد بينا في البند (٦-٤) اننا نرمز لحالات الزخم الزاوي المداري للالكترونات المنفردة

بحروف صغيرة هي : s للحالة $l=0$ ، و p للحالة $l=1$ ، و d للحالة $l=2$ ،

وهكذا . وبنفس الطريقة ، نرسم للحالات الالكترونية لذرة ككل بحروف لاتينية كبيرة تبعاً للعدد الكمي للزخم الزاوي المداري ، حيث :

$$L = 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \dots$$

$$S \quad P \quad D \quad F \quad G \quad H \quad I \dots$$

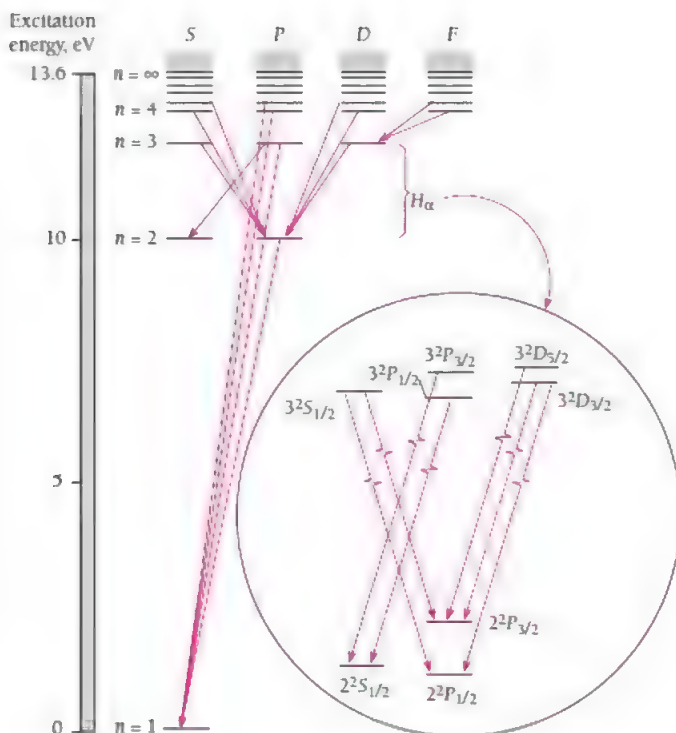
ويوضع عدداً في الزاوية العليا اليسرى من الحروف (مثلاً $2P$) لبيان تضاعف الحالة *multiplicity of the state* ، وهذا العدد يمثل عدد الاتجاهات المختلفة الممكنة لـ S بالنسبة لـ L ، وبالتالي عدد القيم الممكنة لـ J . فعندما $L > S$ فإن تضاعف الحالة يساوي $2S + 1$ ، لأن J تمتد بين $L + S$ ، $L - S$ مرة بالصفير . عليه عندما $S = 0$ فالتضاعف يساوي 1 (حالة احادية *singlet state*) وعند هذه الحالة $J = L$ فقط . وعندما يكون $S = \frac{1}{2}$ ، فالتضاعف يساوي 2 (حالة ثنائية *doublet state*) ، وعند هذه الحالة $J = L \pm \frac{1}{2}$. وعندما $S = 1$ ، فالتضاعف يساوي 3 (حالة ثلاثية *triplet state*) وعند هذه الحالة $J = L + 1$ ، $J = L$ ، أو $J = L - 1$ ، وهكذا . (وفي حالة ان $S > L$ ، يكون التضاعف $2L + 1$) . نضع العدد الكمي للزخم الزاوي الكلي في الزاوية اليمنى السفلى من الحروف التابع للحالة . فمثلاً ، $2P_{3/2}$ (تقرأ ، *doublet P three-halves*) التي ترمز للحالة الالكترونية التابعة لـ $S = \frac{1}{2}$ و $L = 1$ و $J = \frac{3}{2}$. وتدعى هذه الاصطلاحات برموز الحالات *term symbols* .

إذا كان الزخم الزاوي للذرة ينتج من الكترون واحد خارجي ، فيوضع العدد الكمي الاساس n لهذا الالكترون قبل رمز الحالة . فمثلاً نرسم للحالة الارضية لذرة الصوديوم $3^2S_{1/2}$ ، لأن التركيب الالكتروني للذرة يتضمن الكتروناً واحداً في الحالة $n = 3$ ، و $l = 0$ ، و $s = \frac{1}{2}$ (وعليه $j = \frac{1}{2}$) ، خارج القشرتين المغلفتين $n = 1$ و $n = 2$ الداخليتين . ولكي نحصل على توافق بين رموز الحالات ، فن المناسب ان نرسم للحالة التي في أعلاه بـ $n = 2$ (العدد يعبر عن حالة ثنائية) ، على الرغم من ان هناك قيمة واحدة ممكنة لـ J ، حيث ان $L = 0$.

* ٧ - ١٠ أطيف الالكترون المنفرد : ONE-ELECTRON SPECTRA

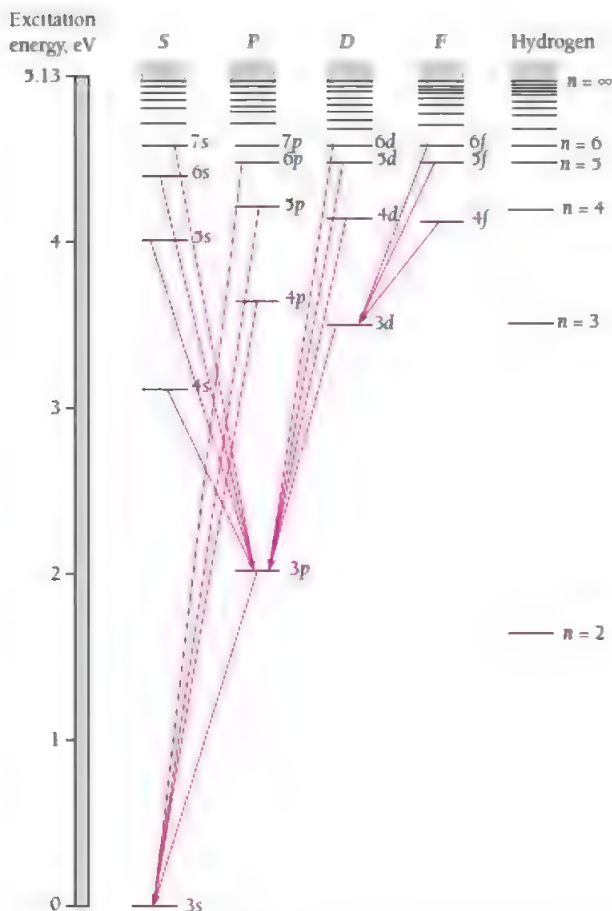
نستطيع الآن فهم التراكيب الاساس لأطيف العناصر المختلفة . وقبل ان ندرس أمثلة لهذه الأطيف ، علينا ان نبين ان هناك تعقيدات أخرى في الأطيف الذرية تنشأ من التأثيرات النسبية وضوضاء المجال الكهرومغناطيسي التلقائي في الفراغ *vacuum fluctuations* (راجع البند ٦ - ١٠) . فهذه التأثيرات تؤدي الى انشطار بعض مستويات الطاقة الى مستويات ثانوية متقاربة وبذلك تشكل مصدراً آخر للتركيب الدقيق للأطيف الذرية .

فالشكل (٧-١٢) يوضح الحالات الكمية المختلفة لذرة الهيدروجين ، مرتبة حسب العدد الكمي الاساسي n والعدد الكمي المداري l . ان قاعدة الاختبار selection rule للانتقالات المسموحة هي $\Delta l = \pm 1$ ، كما هي مبينة بالانتقالات المؤشرة . ولتوضيح بعض الصفات الدقيقة غير المبينة في هذه الاشكال ، نبين داخل الدائرة اليمنى في الشكل بعض التراكيب الدقيقة للمستويين $n=2$ و $n=3$. نلاحظ انه ليست فقط الحالات الثانوية التابعة لقيم مختلفة ل l (لنفس n) تختلف فيما بينها بالطاقة ، بل ايضا الحالات التابعة للقيم المختلفة ل l (لنفس n و i) تختلف بالطاقة . ويمكن ملاحظة التأثير الاخير بصورة واضحة لحالة $n=1$ صغيرين . وهذا التأثير يدعى بانحراف لامب "Lamb shift" الذي اكتشف عام 1947 من ملاحظة انحراف الحالة $2^2S_{1/2}$ بالنسبة للحالة $2^2P_{1/2}$. وتؤدي التأثيرات المختلفة الى انشطار خط الطيف H_α ($n=3 \rightarrow n=2$) لذرة الهيدروجين الى سبعة خطوط مقاربة .



الشكل (٧-١٢) مخطط مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين يوضح منشأ بعض خطوط الطيف المهمة . المخطط داخل الدائرة يوضح التراكيب الدقيقة للحالتين $n=2$ و $n=3$ ، والانتقالات التي تؤدي الى خطوط H_α الدقيقة .

تمتلك ذرة الصوديوم الكترونا واحدا في المدار $3s$ خارج قشرات داخلية مغلقة. ولذلك لو افترضنا ان الالكترونات العشرة الداخلية تحجب تماما $+10e$ من الشحنة النووية، لوجدنا ان الالكترون الخارجي يتأثر بشحنة نووية $+e$ كما في حالة ذرة الهيدروجين. ومن هذا نستنتج، كتقريب اولي، ان مستويات طاقة الالكترون الخارجي في ذرة الصوديوم تشبه مستويات طاقة ذرة الهيدروجين. الا انه في الحالة الاولى تتمثل الطاقة الدنيا بـ $n = 3$ بدلا من $n = 1$ ؛ ذلك لوجود الالكترونات في القشرات الداخلية. الشكل (٧-١٣) يوضح مستويات طاقة الصوديوم ومستويات طاقة ذرة الهيدروجين. ونلاحظ ان هناك تشابهاً كبيراً بين مستويات طاقة الذرتين التابعة للحالات الكمية ذات l كبيرة (اي ذوات زخم زاوي كبير).



الشكل (٧-١٣) مستويات طاقة الصوديوم. في هذا الشكل نوضح أيضاً مستويات طاقة الهيدروجين للمقارنة

ولكي نفهم سبب اختلاف مستويات طاقة الصوديوم والهيدروجين لقيم صغيرة لـ l دعنا نشير الى الشكل (٦-١١). نلاحظ من هذا الشكل أن توزيع احتمالية وجود الالكترون في ذرة الهيدروجين تتغير مع قيمة l و n ، اذ تزداد الاحتمالية قرب النواة كلما صغرت قيمة l و n . وعلى الرغم من ان الدالات الموجية للصوديوم تنطبق تماماً مع الدالات الموجية للهيدروجين، فإنها تشابهها بالصفات العامة. وعليه نتوقع ان الالكترون الخارجي في ذرة الصوديوم يتوغل أكثر داخل قلب الذرة عندما يكون في الحالة s ، ويكون أقل توغلا عندما في الحالة p . وهكذا.... وكلما قل حجب الشحنة النووية عن الكترون زاد معدل القوة المؤثرة عليه، وبذلك تكون طاقته أقل (أي ذات قيمة كبيرة سالبة). ولهذا السبب نجد ان مستويات طاقة الالكترون الخارجي في ذرة الصوديوم التابعة لقيمة صغيرة لـ l تكون منخفضة بالنسبة لنظيراتها من مستويات طاقة الهيدروجين. ونفس التأثير يؤدي الى وجود اختلاف واضح بين مستويات طاقة الصوديوم التابعة لقيم مختلفة لـ l والمتشابه في قيمة n (لاحظ الشكل ٧-١٣).

* ٧-١١ طيف نظام مكون من الكترونين TWO-ELECTRON SPECTRA

في ذرتي الصوديوم والهيدروجين هناك الكترون واحد خارجي يكون مسؤولاً عن اطياف هذه الذرات. وفي ذرة الهيليوم هناك الكترونان في الحالة الارضية $1s$. ومن المناسب أن ندرس تأثير شد LS على اطياف وسلوك هذه الذرة. ولهذا الهدف نبين أولاً قواعد الاختيار للانتقالات المسموحة في حالة وجود شد LS :

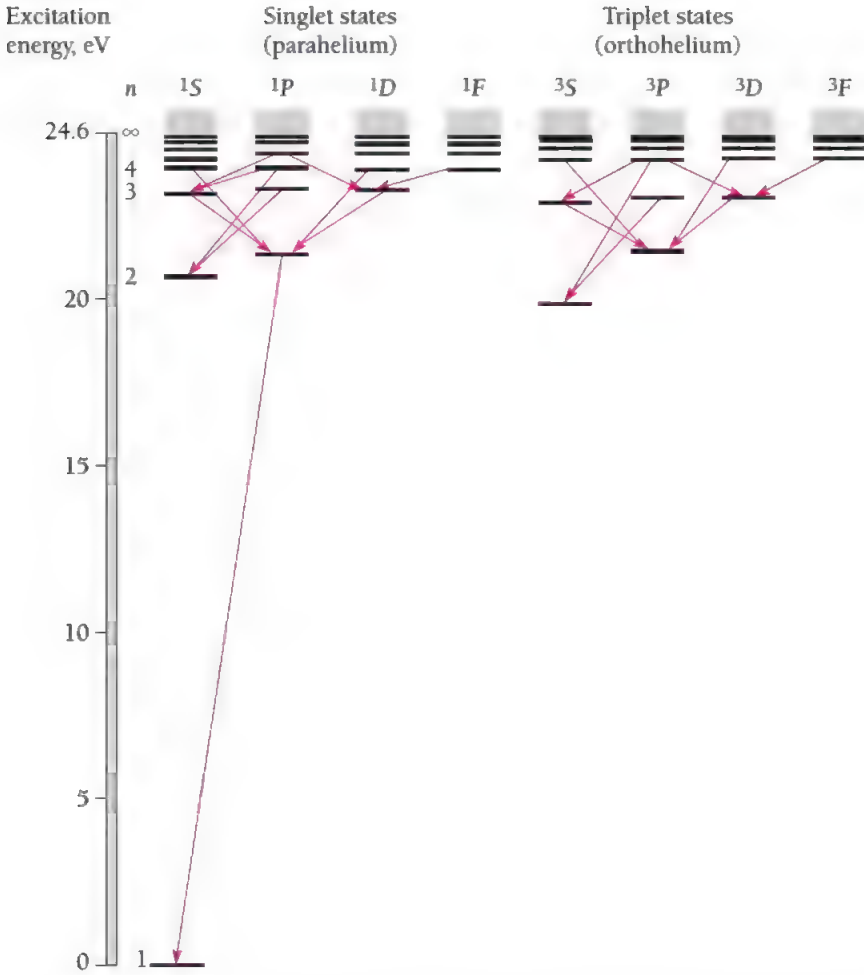
$$\Delta L = 0, \pm 1 \quad (٧-٣٥)$$

$$\Delta J = 0, \pm 1 \quad \text{قواعد الاختيار بوجود شد } LS \quad (٧-٣٦)$$

$$\Delta S = 0 \quad (٧-٣٧)$$

وفي حالة وجود الكترون واحد يكون الانتقال $\Delta L = 0$ غير مسموحاً وان $\Delta L = \pm 1$ هي الانتقالات الوحيدة المسموحة. وكذلك عندما $J = 0$ في الحالة الابتدائية، فيجب أن يكون $J \neq 0$ في الحالة النهائية اذ أن الانتقال $J = 0 \rightarrow J = 0$ ممنوع.

الشكل (٧-١٤) يوضح مستويات طاقة ذرة الهليوم. ان المستويات المختلفة تعود الى التراكيب التي فيها الكترون واحد في حالة أرضية، والآخر في حالة متهيجة. ولما كانت الزخوم الزاوية للالكترونين بعضها مشدود مع بعض، فمن المناسب ان ندرس مستويات الطاقة باعتبارها خاصة للذرة ككل وليست للالكترون واحد. هناك ثلاثة اختلافات مهمة بين الشكل (٧-١٤) لذرة الهيليوم والشكل (٧-١٣) لذرتي الصوديوم والهيدروجين



الشكل (٧-١٤) مخطط مستويات طاقة الهيليوم بين تقسيم الحالات الى فردية (باراهيليوم) وثلاثية (اورثوهيليوم). نلاحظ أنه ليس هناك حالة 1^3S .

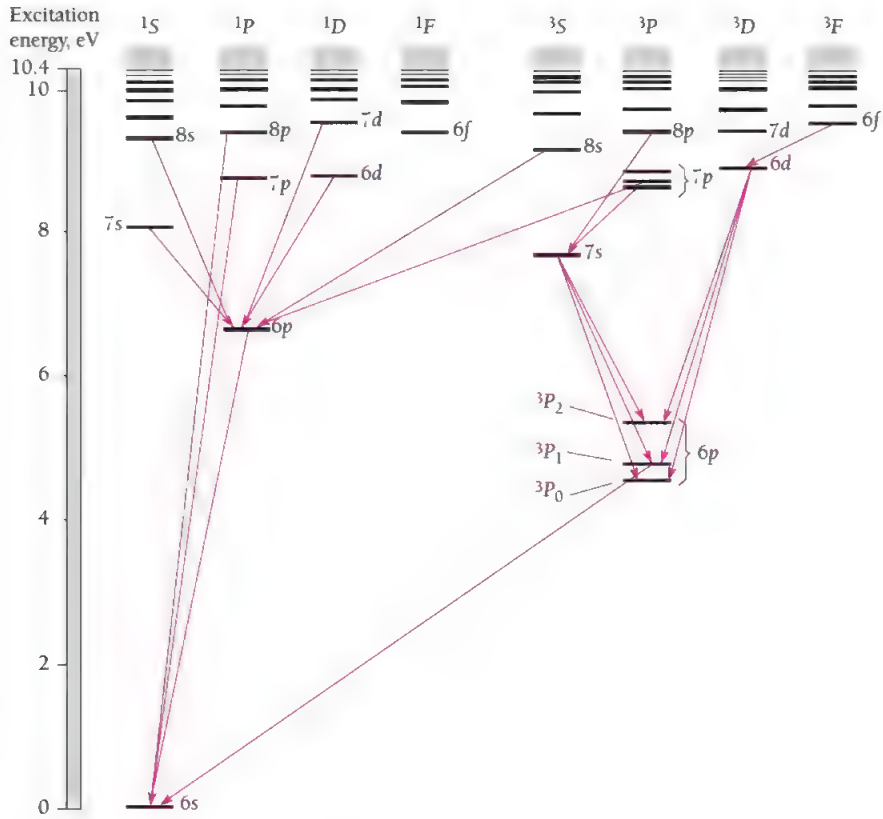
الاختلاف الاول هو تقسيم الحالات الذرية الى حالات احادية singlet states وحالات ثلاثية triplet states ، التي تمثل الحالات فيها برما الالكترونين متعاكسين (حيث $S = 0$) ومتوازيان (حيث $S = 1$) ، على التوالي . وبسبب قاعدة الاختيار $\Delta S = 0$ ، نجد أن الانتقالات بين الحالات الاحادية والحالات الثلاثية ممنوعة . وعليه فان طيف الهيليوم ينتج من انتقالات ضمن كل مجموعة . فذرات الهيليوم في الحالات الاحادية (برما الكترونيها متعاكسان) تكون ما يدعى بالباراهيليوم *parahelium* ، والذرات في الحالات الثلاثية برما الكترونيها متوازيان) تكون ما يدعى بالاورثوهيليوم *orthohelium*

وتستطيع ذرة اورثوهيليوم ان تتحول الى باراهيليوم او يتحول الباراهيليوم الى اورثوهيليوم عن طريق التصادم . وعليه الهيليوم المسال او الغازي الاعتيادي هو مزيج من النوعين . ونتيجة لقاعدة الاختيار $S = 0$ ، تكون الحالة الثلاثية الدنيا شبه مستقرة *metastable* ؛ وذلك لأنه عند عدم وجود تصادم ، تبقى الذرة في هذه الحالة لفترة طويلة من الزمن (ثانية أو أكثر) قبل أن تشع وتتحول الى الحالة الارضية التي هي أحادية .

الصفة الثانية المتميزة في الشكل (٧-١٤) هو فقدان الحالة 1^3S . فعلى الرغم من أن الحالة الدنيا للحالات الاحادية هي 1^1S ، نلاحظ أن الحالة الدنيا للحالات الثلاثية هي 2^3S . ان عدم وجود الحالة 1^3S هو نتيجة مباشرة لمبدأ الانفرد ؛ حيث في الحالة 1^3S يكون برما الالكترونين متوازيين ، وبالتالي يمتلكان نفس الاعداد الكمية . والاختلاف الثالث بين مستويات طاقة ذرة الهيليوم وذرة الهيدروجين او الصوديوم ، هو فرق الطاقة الكبير بين الحالة الارضية والحالة المثيجة التالية في ذرة الهيليوم . وهذه الصفة تعكس قوة الترابط الكبيرة على الكترونات القشرية المغلقة التي ناقشناها سابقا في هذا الفصل . ان الطاقة تأين الهيليوم (أي الشغل اللازم لفصل الكترون من ذرة الهيليوم تساوي 24.6 eV وهذه هي أكبر طاقة تأين لجميع العناصر .

وآخر مثال ندرسه هو ذرة الزئبق ، التي تحوى على الكترونين خارج قشرات ثانوية مغلقة ، فيها 78 الكترونا (لاحظ الجدول ٧-٢) . وكما في حالة الهيليوم ، نتوقع هنا ايضا أن تنقسم الحالات الذرية الى حالات احادية وثلاثية . وبما ان ذرة الزئبق ثقيلة ، لذا يجب أن نتوقع كذلك اختفاء شد LS للزخوم الزاوية . ان الشكل (٧-١٥) يؤكد هذه التوقعات . حيث ان هناك عدداً من خطوط الطيف المهمة لذرة الزئبق تنتج من انتقالات تخرق قاعدة الاختيار $\Delta S = 0$. ومثال هذا الانتقال : $3P_1 \rightarrow 1S_0$ الذي يؤدي الى خط طيف قوى طوله الموجي $2,537\text{-}\text{\AA}$ في منطقة فوق البنفسجية . ان شدة هذا الخط لاتعني أن هناك احتمالية عالية لتلك الانتقالات ، ذلك لأن الحالات الثلاث $3P_1$ تشكل الحالات الدنيا في المجموعة الثلاثية وعليه يكون تعدادها عالياً في الذرات المثيجة لبخار الزئبق . ان الانتقالين

$1S_0 \rightarrow 3P_0$ و $1S_0 \rightarrow 3P_2$ يخرقان على التوالي ، قواعد الاختيار $J = 0$ و $J = 0 \rightarrow \pm 1$ (و $J = 0$) وذلك بالإضافة الى أنهما لا يحققان قاعدة الاختيار $\Delta S = 0$. وبذلك فان حدوث هذين الانتقالين اقل احتمالاً من الانتقال $3P_1 \rightarrow 1S_0$. وهذه الصفة تبين أنه عند عدم وجود تصادم بين الذرات فان الحالتين $3P_0$ و $3P_2$ تكون شبه مستقرة ، حيث ان الذرة تبقى في أي من هاتين الحالتين لفترة طويلة من الزمن . ان قوة شد اليرم بالمدار الكبيرة في ذرة الزئبق ، والتي تسبب فشل شد LS ، هي أيضا مسؤولة عن وجود القواصل الكبيرة بين مستويات $3P$ الثلاثية .



الشكل (٧-١٥) مستويات طاقة الرئيق . المستويات المختلفة تعود الى التراكيب التي فيها إلكترون واحد من الإلكترونين الخارجيين في الحالة الأرضية والإلكترون الآخر في حالة منهيجة .

١٢-٧ طيف الأشعة السينية X-RAY SPECTRA

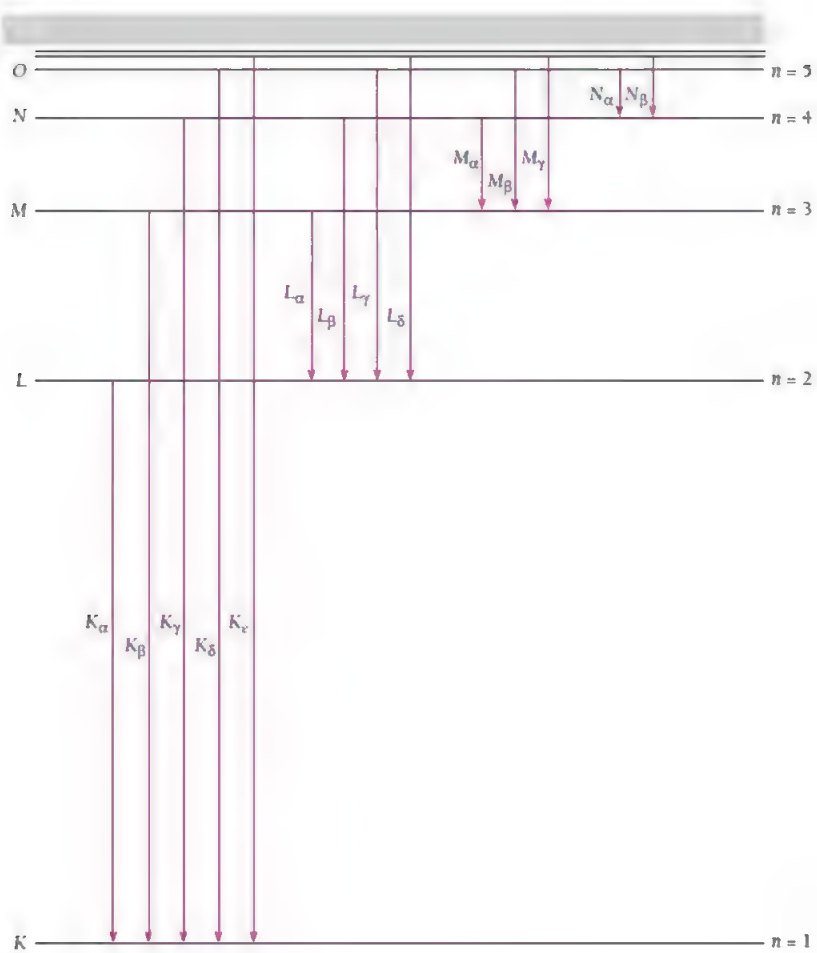
درسنا في الفصل الثاني أن أطيف الأشعة السينية المنبعثة من أهداف مقذوفة بالكترونات سريعة تظهر تنوعات ضيقة عند أطوال موجية معينة تميز كل هدف ، بالإضافة الى التوزيع المستمر للطيف لغاية طول موجي ادنى يتناسب عكسياً مع طاقة الإلكترون . ان وجود طيف الأشعة السينية المستمر هو عكس ظاهرة الكهروضوئية ، حيث ان طاقة الإلكترون الحركية تتحول الى فوتونات طاقتها $h\nu$ ، في حين أن الطيف غير المستمر ينشأ من انتقالات الكترونية electronic transitions داخل الذرة التي تم تهيجها بواسطة الإلكترونات الساقطة .

ان انتقال الإلكترونات الخارجية يتضمن طاقات مقدارها بضع الكترون-فولت فقط ، اد حتى في حالة فصل الكترون خارجي يتطلب على الأكثر 24.6 eV (لحالة ذرة الهيليوم) .

ولذلك فإن هذه الانتقالات تصحبها فوتونات اطوالها الموجية قريبة من المنطقة المرئية في طيف الموجات الكهرومغناطيسية . ان حالة الالكترونات الداخلية في الذرات الثقيلة تختلف تماما عن حالة الالكترونات الخارجية ، ذلك أن هذه الالكترونات تتأثر بجزء كبير أوكل الشحنة النووية . وعليه تكون مرتبطة بقوة بالذرة . ففي ذرة الصوديوم ، مثلا نحتاج فقط الى 5.13 eV لفصل الالكترن الخارجي الذي هو في الحالة $3s$ في حين نحتاج 31 eV لفصل كل من الالكترونات في الحالة $2p$ ، و 63 eV لفصل كل من الالكترنين في الحالة $2s$ و $1,041 \text{ eV}$ لفصل كل من الالكترنين في الحالة $1s$. ان انتقال الالكترونات الداخلية في ذرة هو المسؤول عن طيف الاشعة السينية ، ذلك لأن طاقة فوتوناتها تكون عالية .

الشكل (٧-١٦) يبين تغير مستويات الطاقة لذرة ثقيلة مع العدد الكمي الاساسي n . ان الطاقة بين حالات الزخم الزاوي ضمن كل قشرة هو صغير بالنسبة لفرق الطاقة بين القشرات . دعنا ندرس ما يحدث عندما يسقط الكترون ذو طاقة عالية على ذرة ويطرد احد الالكترونات في القشرة K . (بطبيعة الحال ، يمكن للالكترن في القشرة K أن ينتقل الى حالة كمية عالية غير مشغولة . لكن الفرق بين الطاقة اللازمة لهذا الانتقال والطاقة اللازمة لفصل الالكترن كليا من الذرة هو صغير جدا : 0.2% فقط للصوديوم وأقل من ذلك للذرات الاثقل . وفي معظم الاحيان تستطيع ذرة فاقدة احد الكترونات القشرة K ، أن تتخلص من طاقة تهيجها على شكل فوتون اشعة سينية ، ذلك بسقوط الكترون من القشرات الخارجية في الفراغ "hole" الموجود في القشرة K . فتتألف سلسلة خطوط K في طيف الاشعة السينية لعنصر من اطوال موجية ناتجة عن انتقالات من المستويات L, M, N, \dots الى المستوى K (لاحظ الشكل (٧-١٦)) . وب نفس الطريقة ، تنشأ سلسلة خطوط L ذات الاطوال الموجية الأطول ، نتيجة طرد أحد الالكترونات من القشرة L وتكون سلسلة M نتيجة طرد احد الالكترونات من القشرة M, \dots وهكذا . ان التواين اللذين في الشكل (٢-ب) ، لطيف الاشعة السينية المنبعثة من الموليبيديوم ، يمثلان الخطين K_α و K_β في سلسلة K لهذا العنصر .

وكذلك تستطيع ذرة فاقدة أحد الكتروناتها الداخلية أن تتخلص من طاقة تهيجها بواسطة ظاهرة اوكر *Auger effect* ، من دون ان تبعث فوتون أشعة سينية . ففي هذه الظاهرة تلفظ الذرة الكترون قشرة خارجية بنفس الوقت الذي يسقط فيه الكترون ثان من القشرات الخارجية الى الفراغ الموجود في قشرة داخلية . فيحمل الالكترن المفقود طاقة تهيج الذرة بدلا من انبعث فوتون أشعة سينية . ان ظاهرة اوكر تشبه ظاهرة كهروضوئية داخلية . ولكن علينا ان نتذكر ان الفوتون لم يوجد قط خلال العملية . في معظم الذرات يتنافس حدوث ظاهرة اوكر مع انبعث الاشعة السينية . ولكن اعتياديا تمتص الكترونات اوكر في معدن الهدف ، في حين تخرج الاشعة السينية ويمكن كشفها كليا .



الشكل (٧-١٦) منشأ طيف الاشعة السينية .

تمارينات

١. إذا كان العدد الكمي الأساسي n يتحدد بالقيم 1، 2، 3، 4، 5، و 6 فقط ، ماذا يكون عدد العناصر في الطبيعة ؟
٢. ان طاقات تآين العناصر ذات العدد الذري 20 الى 29 هي متقاربة جداً ، على حين هناك فروقات كبيرة بين طاقات تآين سلاسل اخرى من العناصر . فسّر هذه الظاهرة .
٣. يمكن حساب نصف قطر ذرة عنصر من قياسات على بلورة ذلك العنصر . فالشكل (١٠-٣) يبين نتائج هذه الحسابات . وضح سبب تغير نصف القطر مع العدد الذري .
٤. ان العدد الذري للغازات النادرة يحقق العلاقات التالية

$$Z(\text{He}) = 2(1^2) = 2$$

$$Z(\text{Ne}) = 2(1^2 + 2^2) = 10$$

$$Z(\text{Ar}) = 2(1^2 + 2^2 + 2^2) = 18$$

$$Z(\text{Kr}) = 2(1^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2) = 36$$

$$Z(\text{Xe}) = 2(1^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2) = 54$$

$$Z(\text{Rn}) = 2(1^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2 + 4^2) = 86$$

فسّر هذه العلاقات على أساس النظرية الذرية .

٥. حزمة الكترونات تدخل مجالاً مغناطيسياً منتظماً شدته 1.2 T. جد الفرق بين طاقة الكترونات التي برمها مواز للمجال والكترونات التي برمها معاكس للمجال .
٦. كيف يمكن ان نستنتج من توافق مشاهدات ظاهرة زيمان البسيطة مع ونظرية هذه الظاهرة ، على أن الالكترون هو وحدة مستقلة داخل الذرة ؟
٧. وضعت عينة من عنصر معين داخل مجال مغناطيسي شدته 0.3 T ما هي الفواصل بين خطوط زيمان التابعة لخط طيف طول الموجي 4,500 Å ؟
٨. لماذا تحدث ظاهرة زيمان البسيطة في الذرات التي تحتوي على عدد زوجي من الالكترونات فقط ؟
٩. * عين قيم S, L, J و J التابعة لكل من الحالات التالية :

$$1S_0, 3P_2, 2D_{3/2}, 5F_5, 6H_{5/2}.$$

١٠. تمتلك ذرة الكربون الكترين في الحالة $2s$ والكترين في الحالة $2p$ ، خارج قشرة داخلية مغلقة . والحالة الأرضية لهذه الذرة هي $3P_0$. ما رموز الحالات term symbols الأخرى ان وجدت ؟ لماذا تكون الحالة $3P_0$ أرضية ؟
١١. تمتلك ذرة الليثيوم الكترين واحداً في الحالة $2s$ خارج قشرة داخلية مغلقة . الحالة الأرضية لهذه الذرة هي $2S_{1/2}$. ما رموز الحالات الأخرى ان وجدت ؟ لماذا تكون الحالة $2S_{1/2}$ أرضية ؟

١٢* . تمتلك ذرة المغنيسيوم الكترونيين في الحالة $3s$ خارج قشرات داخلية مغلقة . جد رمز حالتها الارضية .

١٣* . تمتلك ذرة الألمنيوم الكترونيين في الحالة $3s$ والكتروناً واحداً في الحالة $3p$ خارج قشرات داخلية مغلقة . جد رمز حالتها الارضية .

١٤* . العزم المغناطيسي μ_r لذرة تحقق شد LS ، له القيمة

$$\mu_r = \sqrt{J(J+1)}g_J\mu_B$$

حيث $\mu_B = e\hbar/2m$ هو مغنيط بور ، و

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

هو معامل لاندا $Landé g factor$. (أ) اشتق هذه النتيجة مستخدماً قانون الجيب التمام ، وملاحظاً أنه ، بالمعدل ، فقط مركبة μ_L و μ_S باتجاه J ، تساهم في تحديد قيمة μ_r . (ب) افترض أن ذرة تحقق شد LS ، موجودة في مجال مغناطيسي ضعيف ، بحيث أن الشد يبقى سارياً . ما عدد الحالات الثانوية لكل قيمة J وما هو فرق الطاقة بين الحالات الثانوية المختلفة ؟

١٥* . الحالة الارضية للكور هي $2P_{3/2}$. جد العزم المغناطيسي لذرة الكلور (لاحظ التمرين السابق) . وفي حالة وجود مجال مغناطيسي ضعيف ، جد عدد المستويات الثانوية الناتجة من الحالة الارضية ؟

١٦* . اثبت أن الزاوية بين L و S في الشكل (٧-٨) تحقق العلاقة

$$\cos \theta = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)s(s+1)}}$$

١٧ ان تأثير شد البرم بالمدار يؤدي الى انشطار خط طيف الصوديوم الناتج من الانتقال $3P \rightarrow 3S$ الى خطين طولهما الموجي $5,890 \text{ \AA}$ و $5,896 \text{ \AA}$ تابعين للانتقالين $3P_{1/2} \rightarrow 3S_{1/2}$ و $3P_{3/2} \rightarrow 3S_{1/2}$ ، على التوالي . أحسب من هذه الاطوال الموجية ، شدة المجال المغناطيسي المؤثر على الالكتران الخارجي في ذرة الصوديوم نتيجة لحركته المدارية . (لاحظ أن انتقالات $3P \rightarrow 3S$ تولد الضوء الاصفر في مصابيح بخار الصوديوم المستخدمة في اشارات المرور) .

١٨ . اثبت ان تردد خط طيف الاشعة السينية K_α المنبعث من عنصر عدده الذري Z هو

$$\nu = \frac{3cR(Z-1)^2}{4}$$

حيث R يمثل ثابت ريدبرك ، ذلك بفرض أن كل الكترون في القشرة L هو مستقل

ويتأثر بشحنة نووية فعلية تساوي الشحنة الحقيقية الموجبة للنواة ، زائداً الشحنة السالبة للالكترون المتبقي في القشرة K . (ولقد استخدم موزلي Moseley عام 1913

تناسب التردد ν مع $(Z - 1)^2$ لايجاد العدد الذري للعناصر ، من قياس طيف أشعتها السينية . ويدعى هذا التناسب بقانون موزلي *Moseley's law* .

١٩ . ما العنصر الذي خط طيف أشعته السينية K_α ، له طول موجي 1.785 \AA ؟ طول موجي 0.712 \AA ؟

٢٠ . فسر لماذا تكون اطياف الأشعة السينية لعناصر ذات اعداد ذرية متقاربة متشابهة تقريباً ، على حين تختلف الاطياف المرئية لهذه العناصر بعضها عن بعض بصورة كبيرة ؟

الفصل السادس

فيزياء الجزيئات

ما طبيعة القوى التي تربط الذرات atoms بعضها مع بعض لتكون الجزيئات molecules ؟ هذا السؤال ذو اهمية بالغة لكيميائيين بقدر ما هو مهم للفيزيائيين . اذ ان نظرية الذرة لا يمكن أن تكون صحيحة ما لم تعط جواباً وافياً عن هذا السؤال . ان قابلية النظرية الكمية quantum theory لانتجسد فقط في شرح تلك الأوصار الكيميائية chemical bonding بل ايضاً في تفسير ظواهر ليس لها مرادف كلاسيكي ، وهذا يشكل برهان ساطع على قوة هذه النظرية .

٨-١ تكوين الجزيئات MOLECULAR FORMATION

الجزيئة هي تركيب مستقر stable للذرتين او اكثر . ونعني بالمستقر هو اننا نحتاج الى طاقة من مصدر خارجي لتحطيم الجزيئة الى مكوناتها الاساس من الذرات . او بعبارة اخرى ، ان الجزيئة موجودة مادامت طاقة النظام المرتبط اقل من مجموع طاقات الذرات المكونة غير المتفاعلة . فاذا كان التفاعل بين مجموعة من الذرات يؤدي الى تقليل طاقاتها الكلية فان الجزيئة تتكون ، واذا كانت نتيجة التفاعل زيادة في الطاقة فان الذرات ينفرد بعضها عن بعض دون ان تكون جزيئة . ولندرس ماذا يحصل لوقربنا ذرتين بعضها من بعض . يمكن ان نحصل على ثلاثة حالات قصوى :

(١) تكوين آصرة تساهمية covalent bond

هنا ذرتان تتشاركان في زوج او اكثر من الالكترونات . فعند دوران هذه الأزواج من الالكترونات حول الذرات ، نجد انها تقضي وقتاً اطول بين الذرات من أي مكان آخر ، مؤدية بذلك الى توليد قوة تجاذب تربط هذه الذرات . مثال ذلك جزيئة الهيدروجين H_2 التي الكترونها ينتميان آنيا الى كل من بروتوني الجزيئة (الشكل ٨ - ١١) .

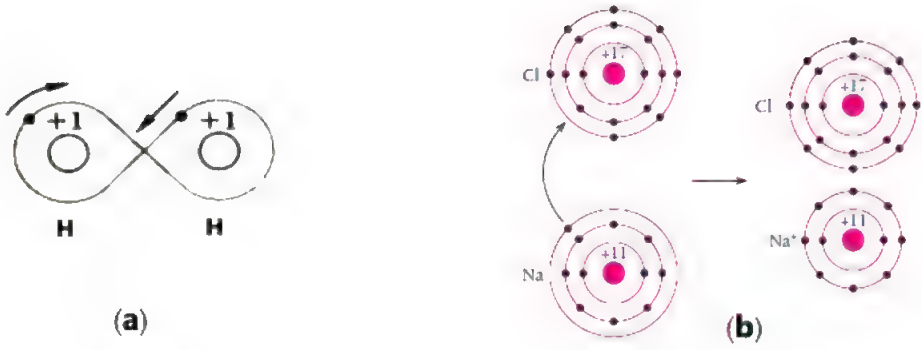
(2) تكوين آصرة أيونية ionic bond

قد ينتقل إلكترون أو أكثر من إحدى الذرات إلى أخرى، والأيونان الموجب والسالب الناتجان يتجاذبان إلى بعضها البعض. و جزيئة (ملح الطعام) أو كلوريد الصوديوم NaCl هي مثال على ذلك، حيث تتولد الآصرة بين أيون الصوديوم Na^+ و أيون الكلور Cl^- وليس بين ذرة الصوديوم Na و ذرة الكلور Cl. (الشكل 8-1ب).

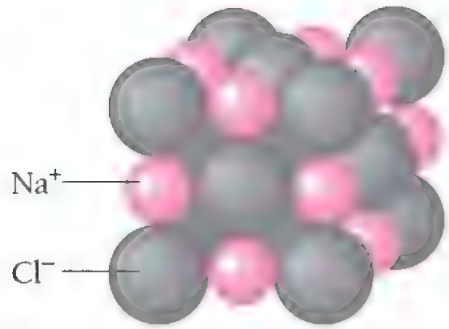
(3) لا تتكون آصرة No Bond is formed

إذا تداخل التركيبان الإلكترونيان لذرتين ، فإنهما يشكلان نظاما واحدا، و بحسب مبدأ الانفراد (exclusion principle) فإنه يستحيل في مثل هذا النظام أن يكون لإلكترونين نفس الحالة الكمومية. إذا اجبرت بعض الإلكترونات المتفاعلة على الانتقال إلى مستويات طاقة أعلى مما كانت تشغله في الذرتين المنفصلتين، فسوف يكون للنظام طاقة أكبر بكثير من ذي قبل وبذلك يكون النظام غير مستقر. و لتوضيح هذه الحالة، يمكننا أن نعتبر الإلكترونين (الذين لهما نفس الحالة الكمومية) يفران بعيدا عن بعضها البعض ما وسعهما الفرار لتجنب تشكيل نظام واحد، مما يؤدي إلى قوة تنافر بين النوى. و حتى عندما يمكن الالتزام بمبدأ الانفراد دون أن تكون هناك زيادة في الطاقة، فستكون هناك قوة تنافر إلكتروستاتيكية (electrostatic force) بين الإلكترونات المختلفة، بيد أن تأثير هذه القوة على تكوين الاواصر هو أقل أهمية من تأثير مبدأ الانفراد.

الاواصر الأيونية عادة لا تؤدي إلى تكوين الجزيئات. الجزيئة عبارة عن تجمع من الذرات محايد كهربائياً ترتبط معاً بقوة كافية لتبدو عند الملاحظة التجريبية كما لو كانت جسيما واحدا. وبالتالي فإن الوحدات الفردية التي تشكل غاز الهيدروجين تتكون كل منها من ذرتي هيدروجين، مما يجعلنا نعتبرها جزيئة متميزة. لكن بلورات ملح الطعام (NaCl) عبارة عن تجمع لأيونات الصوديوم و أيونات الكلور والتي، على الرغم من كونها مرتبة في تركيب محدد (الشكل 8-2)، إلا أنه لا يمكن لها أن تتزاوج في جزيئات منفصلة تتكون من أيون Na^+ واحد. و أيون Cl^- واحد؛ و الحقيقة هي أن بلورة ملح الطعام يمكن ان تكون بأي حجم تقريباً. هناك دائماً أعداد متساوية من أيونات Na^+ و Cl^- في ملح الطعام ، بحيث تمثل الصيغة NaCl تركيبته بشكل صحيح. إلا أنه في الحالة الغازية فقط تشكل هذه الأيونات جزيئات و ليس بلورات.



الشكل (1-8) (a) آصرة تساهمية. الالكترونات المشتركة تقضي بالمعدل وقتاً أطول بين نوى الذرات. و بذلك تؤدي الى نشوء قوة الربط بينها. (b) آصرة ايونية: يتحد الصوديوم و الكلور كيميائياً عن طريق انتقال الالكترونات من ذرات الصوديوم الى ذرات الكلور، فتتجاذب الايونات الناتجة كهربائياً.

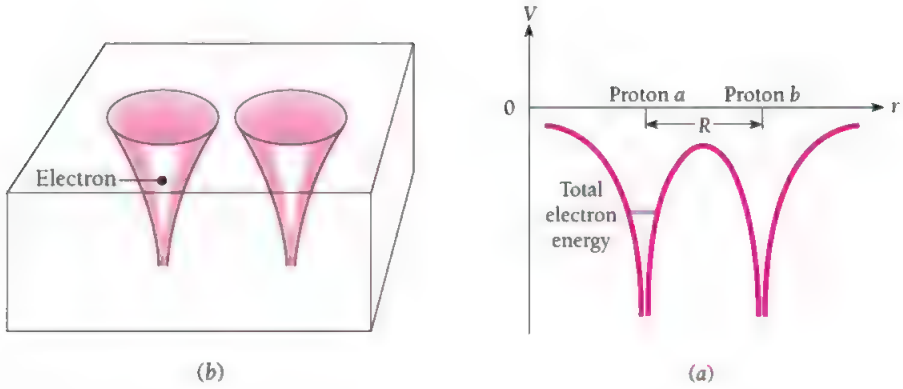


الشكل (2-8) شكل مكبر لبلورة ملح الطعام

و لا تكون الآصرة الايونية أو التساهمية البحث سبباً في تركيب الجزيئات. فعلى الرغم من أن الاصرة تكون تساهمية بحثاً في جزيئة الهيدروجين (H₂) ، و تكون الاصرة ايونية بحثاً في NaCl ، ففي الأنواع الأخرى من الجزيئات تكون اصرة متوسطة بين الاثنين. بها تتشارك الذرات في الالكترونات بدرجة غير متساوية. فمثلاً جزيئة (HCl)، تجذب ذرة الكلور الالكترونات المشتركة بقوة اكبر من جذب ذرة الهيدروجين لتلك الالكترونات. و باختصار يمكننا ان نعتبر الآصرة الايونية ليست اكثر من حالة قصوى للآصرة التساهمية.

ان ابسط نظام جزيئي molecular system ممكن هو ايون جزيئة الهيدروجين H_2^+ ، ففيه الكترون واحد يجمع بروتونين. و قبل ان ندرس بالتفصيل الآصرة في H_2^+ ، دعنا نستعرض بصورة عامة كيف يمكن لبروتونين أن يشتركا بالكترون واحد، و لماذا يجب أن تؤدي هذه المشاركة إلى نقصان في الطاقة الكلية، و من ثم إلى تكوين نظام مستقر. في الفصل الخامس كنا قد ناقشنا الظاهرة الكمومية التي تتضمن اختراق جسيم لجدران صندوق quantum-mechanical barrier penetration يستطيع الجسيم ان "يتسرب" خارج جدران الصندوق حتى و ان لم يمتلك كلاسيكيا طاقة كافية تؤهله لهذا الاختراق، و السبب هو ان دالة الموجة الكمومية quantum mechanical wave function يمكن ان تمتد إلى ما وراء جدران الصندوق ، و بذلك هناك احتمال متزايد لوجود الجسيم في الخارج. فقط عندما تكون الجدران غير متناهية الصلابة، نجد أن دالة الموجة تكون كليا داخل الصندوق. و الحقيقة هي ان تأثير المجال الكهربائي حول البروتونين يشبه عمل الصندوق في حفظ الالكترونات، و ان بروتونين يكافئان صندوقين بينهما حاجز (الشكل 8-3). ليس هناك أي طريقة في الفيزياء الكلاسيكية يستطيع بواسطتها الكترون في ذرة الهيدروجين ان ينتقل ذاتيا الى بروتون مجاور أبعد من البروتون الأصلي، على حين يمكن للفيزياء الكمية ان تفسر هذا الانتقال. فهناك احتمال محدد لإلكترون محصور في المجال الكهربائي لأحد بروتوني جزيئة الهيدروجين أن ينفذ خلال منطقة الجهد العالي و يصل الى حيز فعل البروتون الآخر، و عندما يتم هذا الانتقال، يكون هناك نفس الاحتمال للإلكترون لينتقل ثانية الى حيز فعل البروتون الأول، و هذا ما يجعلنا نصف الالكترونات بأنه مشترك بين البروتونين.

و علينا ان ندرك ان احتمال نفاذ الالكترونات خلال منطقة الجهد العالي بين البروتونين (الجدار) يعتمد الى حد كبير على المسافة بينهما. فاذا كانت المسافة بينهما هي (1\AA) فيمكننا ان نتصور الالكترونات ينتقل مرة بين البروتونين كل (10^{-15}) ثانية، و هذا يوضح انه يمكن ان نعتبر بحق ان الالكترونات مشترك بين الاثنين، في حين اذا كانت المسافة بين البروتونين تساوي (10\AA)، فسيستغرق الالكترونات حوالي ثانية واحدة للانتقال بينهما، و هذه فترة طويلة جدا اذا قورنت بسرعة العمليات الذرية. و لما كان نصف القطر الفعلي لدالة الموجة 1s لذرة الهيدروجين هو حوالي (0.53\AA)، نستنتج ان اشتراك الكترون بين الذرات يحدث عندما تكون دالتها الموجية متداخلة بمقدار كبير.



الشكل (8-3) (a) الطاقة الكامنة للإلكترون في المجال الكهربائي بين بروتونين قريبين من بعضهما، و يبين الشكل الطاقة الكلية للإلكترون في الحالة الأرضية في ذرة الهيدروجين. (b) من الناحية الكمومية يشبه بروتونين متجاورين تقريبا زوجا من الصناديق يفصلهما حاجز.

فلو سلمنا ان البروتونين يمكن ان يشتركا بالإلكترون واحد، لأمكننا ان نثبت ان الطاقة الكلية لمثل هذا النظام يمكن أن تكون اقل من مجموع طاقة ذرة الهيدروجين و البروتون المنفصلين. و بحسب مبدأ عدم التحديد (مبدأ الارتياب) Uncertainty Principle ، فانه كلما صغر الحيز الذي ينحصر فيه الجسيم كلما كان زخمه و بالتالي طاقته الحركية اكبر. و الالكترون المشترك بين بروتونين يكون محصورا في حيز افسح مما لو كان تابعاً لبروتون واحد، لذلك نجد ان طاقة الالكترون في الحالة الأولى اقل من طاقته في الحالة الثانية، أو بعبارة أخرى، فإن الطاقة الكلية للإلكترون في ايون H_2^+ هي اقل من طاقة الكترون في النظام المتكون من ذرة الهيدروجين و بروتون $(H + H^+)$ ، لذلك اذا فرضنا ان قوة التنافر بين البروتونين في H_2^+ ليست قوية جدا فان ايون H_2^+ يجب ان يكون مستقرًا.

ان الملاحظات السابقة هي كمومية بحثة، بينما نميل اعتيادياً الى فهم قوى الترابط او التنافر بين الشحنات على اساس القوى الالكتروستاتيكية، والحقيقة هي ان هناك نظرية مهمة جداً برهن عليها بصورة مستقلة كل من فايمن Feynman، وهيلمّن، Hellmann و سُميت باسميهما، فحواها ان كلا المقاربتين (الكمومية والالكتروستاتيكية) تؤديان دائماً الى نتائج متكافئة، و وفقاً لنظرية فايمن وهيلمّن، اذا عرفنا توزيع احتمال تواجد الكترون في جزئية، امكننا حساب طاقة النظام كلاسيكياً وهذا الحساب يعطينا نفس نتيجة النظرية الكمية، والحقيقة هي ان نظرية فايمن وهيلمّن ليست بديهية، اذ ان معالجتنا للجزئية كلاسيكياً، على اساس القوى الالكتروستاتيكية، لا تتضمن ظاهرياً الطاقة الحركية الالكترونات، على حين تأخذ المعالجة الكمومية للمسالة بعين الاعتبار الطاقة الكلية (الكامنة + الحركية). ومع هذا حالما نعرف الدالة الموجبة Ψ ، نستطيع ان نسلّك أيّا من الطريقتين لحساب قوة الترابط في ايون الهيدروجين H_2^+ .

3-8 ايون جزئية الهيدروجين The H_2^+ Molecular Ion

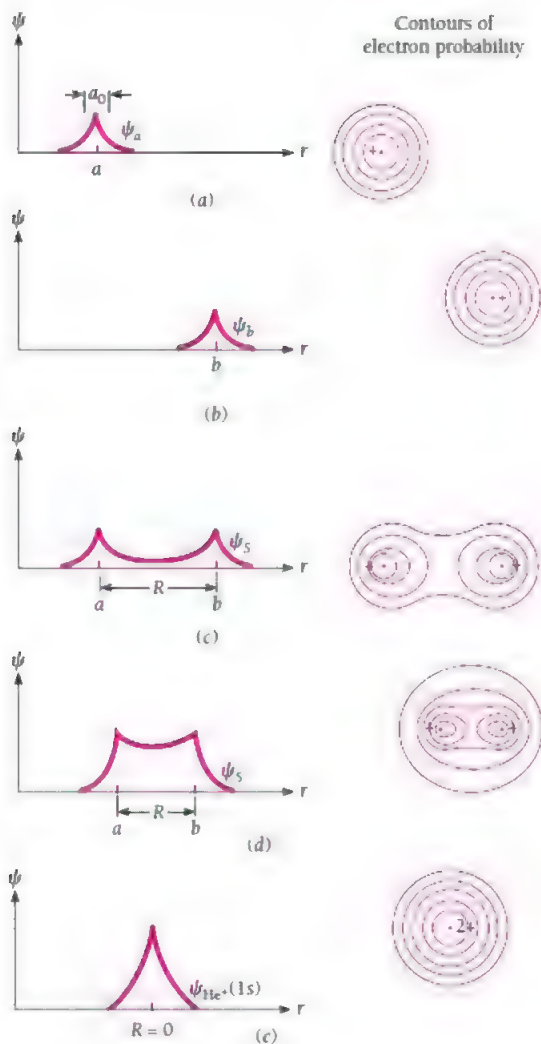
ان ما نحتاج معرفته هو دالة موجة الكترون electron wave function Ψ في H_2^+ ،

فكما ورد اعلاه نستطيع ان نحسب من Ψ طاقة النظام E كدالة لمسافة R بين البروتونين. فلو كان $E(R)$ قيمة دنيا، لأصبح بالإمكان نشوء قوة ترابط بين بروتوني جزئية الهيدروجين. ومن $E(R)$ يمكننا ايضاً حساب طاقة الترابط binding energy ومسافة التوازن بين البروتونين.

وبدلاً من حل معادلة شرودينجر Schrodinger's equation لـ Ψ وهي طريقة طويلة ومعقدة، نستعمل طريقة حدسية لتوضيح تلك الدالة. فلندرس شكل دالة الموجة Ψ عندما تكون المسافة R بين البروتونين اكبر بكثير من نصف قطر مدار بوهر a_0 لذرة الهيدروجين. عند هذه الحالة تكون Ψ قرب كل بروتون مقارنة لدالة الموجة الارضية لذرة الهيدروجين: $1s$. الشكل (4-8) يوضح هذه الحالة، حيث Ψ_a هي دالة الموجة $1s$ حول البروتون a و Ψ_b دالة الموجة حول البروتون b .

نحن نعرف ايضاً شكل دالة الموجة Ψ عندما تكون $R = 0$ ، أي اذا تصورنا البروتونين مندمجين معاً. اذ ان هذه الحالة تشابه ايون He^+ ، وذلك لان الالكترون يكون تحت تأثير نواة شحنتها $(+2e)$. ودالة الموجة $1s$ في He^+ تأخذ نفس الشكل كما في ذرة الهيدروجين، ولكن بسعة اكبر عند نقطة الاصل (الشكل 4-8) (e). و بناء على ما تقدم، يجب ان تأخذ الدالة Ψ شكلاً مقارباً لما هو مبين في الشكل (4-8) (d) عندما تقترب قيمة R من a_0 .

يرجح احتمال وجود الالكترن في المنطقة ما بين البروتونين، و هو ما سبق منا الإشارة اليه على انه الكترن يتشاطر بروتونان. ان هناك بالمعدل زيادة في الشحنة السالبة بين البروتونين و هي تعمل على جذبهما سوياً. و مازال علينا ان نبحث فيما اذا كانت قوة الجذب هذه كافية للتغلب على قوة التنافر المتبادلة بين البروتونين.



الشكل (4-8) اتحاد دالتي الموجة 1s لذرة الهيدروجين لتكوين دالة الموجة المتناظرة ψ_s

ل $(H_2 +)$

ان مجموع الدالتين Ψ_a و Ψ_b في الشكل (4-8) هو متناظر symmetric، حيث ان تبديل a محل b لا يؤثر على شكل الدالة Ψ (راجع بند 3-7) و لكن من الممكن أيضا ان نحصل على تركيب ضديد التناظر antisymmetric لـ Ψ_a و Ψ_b كما في (الشكل 8-5). ففي هذه الحالة تتكون عقدة node بين a و b عندها $\Psi = 0$. مما يعني انخفاض احتمال وجود الالكترون بين البروتونين، أي ان هناك في المتوسط نقص في الشحنة السالبة بين البروتونين، نتيجتها تولد قوة تنافر بينهما، و في غياب اية قوة أخرى غير التنافر لا يمكن للآصرة أن تتكون.

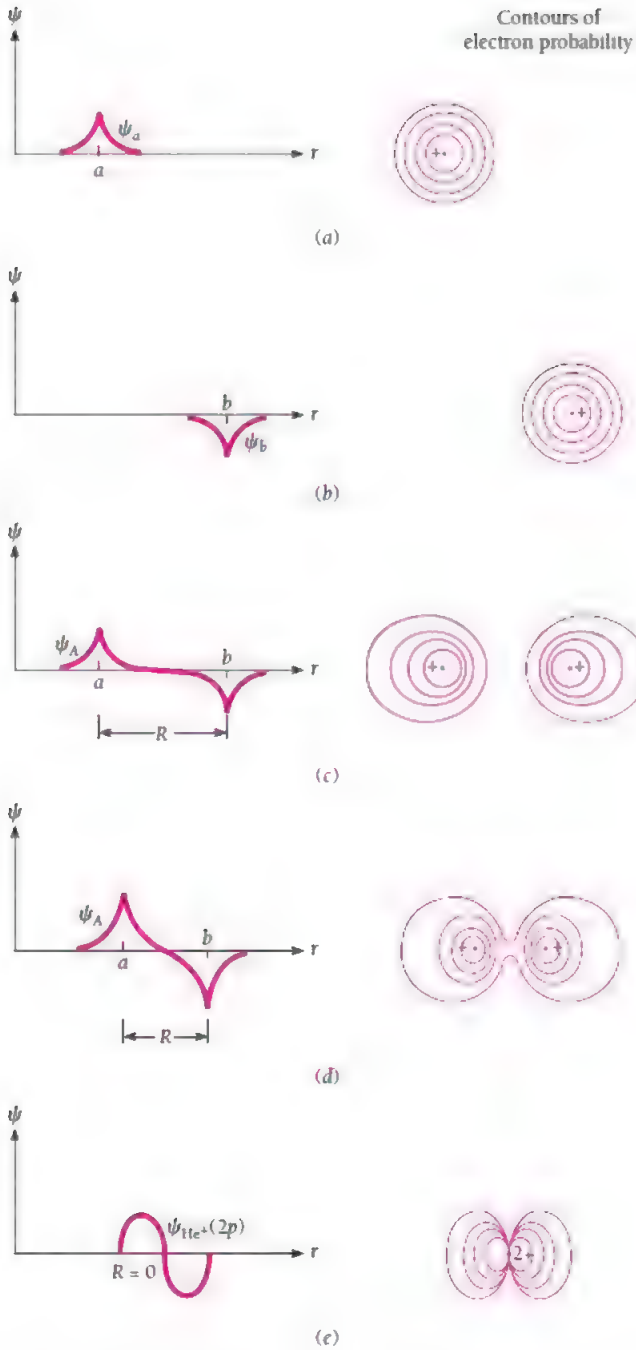
ومن الجدير ان نفهم سلوك دالة الموجة ضديد التناظر Ψ_A لـ H_2^+ عندما $R \rightarrow 0$ ، فمن الواضح أن Ψ_A لا يمكن أن تأخذ شكل الدالة $1s$ لـ He^+ عند $R=0$ ، و لكن Ψ_A تقترب من شكل الدالة $2p$ لـ He^+ ، التي لها عقدة في نقطة الاصل (الشكل 8-5 هـ). ولما كانت الحالة $2p$ لـ He^+ هي حالة متهيجة excited على حين ان الحالة $1s$ هي الحالة الارضية ground state فينتج ان طاقة الحالة ضديدة التناظر لـ H_2^+ اكبر من طاقة الحالة المتناظرة و هو ما يتفق مع استنتاجنا من شكل دالتي الموجة Ψ_A و Ψ_S ، حيث توجد في الحالة الاولى قوة تنافر و في الثانية قوة تجاذب.

و يمكننا استخدام التحليلات السابقة لدراسة تغير الطاقة الكلية لنظام H_2^+ مع المسافة R. ولندرس اولاً الحالة المتناظرة، فعندما تكون R كبيرة جداً، فان طاقة الالكترون E_s يجب ان تساوي (-13.6 eV) (طاقة الالكترون الارضي في ذرة الهيدروجين) في حين أن الطاقة الكهروستاتيكية الكامنة V_p للبروتونين:

$$V_p = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (1-8)$$

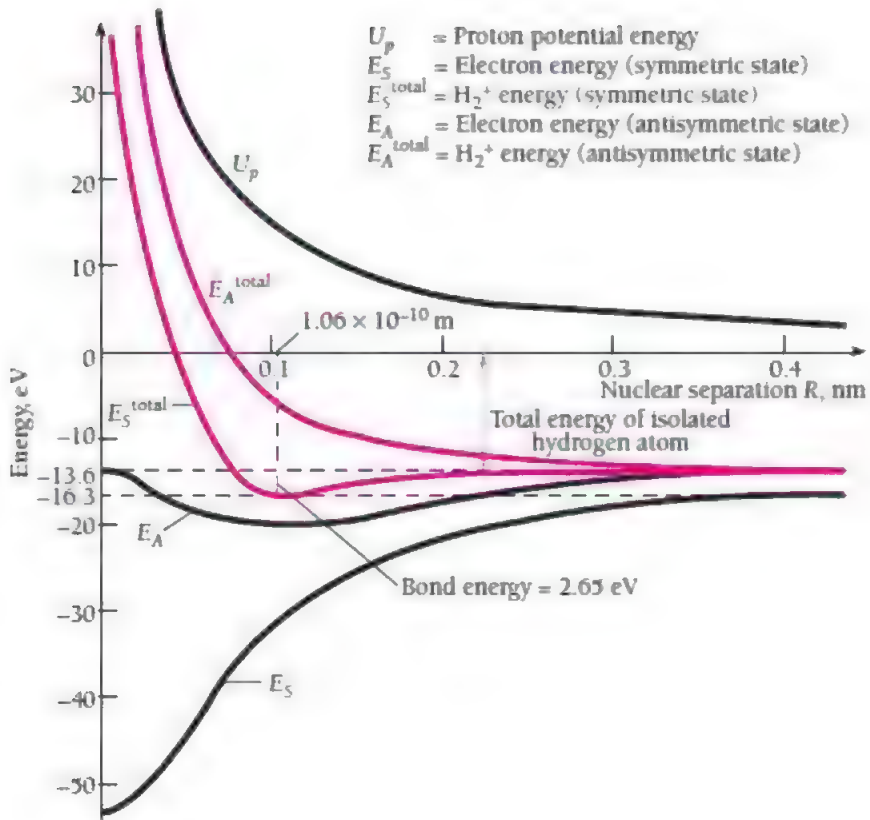
تؤول إلى الصفر عندما $R \rightarrow \infty$ (لاحظ ان V_p كمية موجبة حيث انها ناتجة عن قوة تنافر)، اما عندما تكون $R=0$ ، فان طاقة الالكترون يجب ان تساوي طاقة ايون الهيليوم He^+ التي هي Z^2 ، أي اربعة اضعاف طاقة الكترون ذرة الهيدروجين H (انظر المسألة 25 في الفصل الرابع، اذ يمكن الحصول على نفس النتيجة من النظرية الكمومية لذرة الالكترون الواحد) و عليه عند $R=0$ فان $E_s = 54.4 \text{ eV}$ ، و ايضا عندما $R \rightarrow 0$ فان $V_p \rightarrow \infty$ لكونها تتناسب مع $1/R$.

الشكل (6-8) يبين كل من E_s و V_p مرسومين كدالة في R: إن شكل منحنى E_s لا يمكن إلا تقريبه دون حسابات دقيقة، لكننا نعرف قيمة E_s المضبوطة عند $R=0$ و عند $R = \infty$ ، و بالطبع فإن V_p تخضع للمعادلة (1-8).



الشكل (5-8) اتحاد دالتي الموجة 1s لذرة الهيدروجين لتكوين دالة الموجة ضديدة
التناظر Ψ_A لـ (H_2^+)

الطاقة الكلية للنظام E_s^{Total} هو مجموع طاقة الإلكترون E_s والطاقة الكامنة للبروتونات V_p . ومن الواضح أن الحد الأدنى لطاقة النظام الكلية E_s^{Total} ، هو ما يقابل الحالة الجزيئية المستقرة. وهذا ما اكدته البيانات التجريبية على H_2^+ والتي تشير إلى طاقة آصرة قدرها 2.65 eV و توازن عند مسافة تباعد (equilibrium separation) قدرها $R=1.06\text{\AA}$. و يقصد بـ "طاقة الآصرة" الطاقة اللازمة لتكسير H_2^+ إلى H و H_2 . و الطاقة الكلية لـ H_2^+ تتكون من (-13.6 eV) هي طاقة ذرة الهيدروجين بالإضافة إلى طاقة الآصرة (-2.65 eV)، أي ما مجموعه (-16.3) الكترون فولت.



الشكل (6-8) يبين طاقة الإلكترون و طاقة تنافر البروتونين، والطاقة الكلية في H_2^+ كدالة في R التباعد النووي (nuclear separation) [أو طول الآصرة] للحالتين: الحالة المتناظرة و الحالة ضدية التناظر. و يلاحظ أن الطاقة الكلية لحالة ضدية التناظر ليس لها حد أدنى.

في حالة ضديدة التناظر فإننا نتبع نفس طريقة التحليل السابقة لدراسة طاقة ترابط ايون $H+2$ فيما عدا أن طاقة الالكترين EA عند $R=0$ تساوي طاقة الحالة المتهيجة $2p$ ل He^+ . و طاقة الالكترين هذه تتناسب مع $\frac{Z^2}{n^2}$ ، ولذا ففي حالة $Z=2$ و $n=2$ فإن هذه الطاقة تساوي (-13.6 eV) أي تساوي الطاقة الأرضية لذرة الهيدروجين. ولما كانت $E_A \rightarrow -13.6 \text{ eV}$ عندما $R \rightarrow \infty$ فلربما نعتقد ان طاقة الالكترين تبقي ثابتة، ولكن في الحقيقة هناك انخفاض طفيف في الطاقة عند مسافات متوسطة، الا ان هذا الانخفاض غير كاف لتوليد حضيض في منحنى الطاقة الكلية لحالة ضديدة التناظر (الشكل 6-8)، ونتيجة لذلك لا تتكون آصرة ترابط لهذه الحالة.

4-8 جزيئة الهيدروجين The H_2 Molecule

تحتوي جزيئة الهيدروجين H_2 على الكترونين بدلاً من الكترون واحد. كما في ايون جزيئة الهيدروجين H_2^+ ، ولكن حسب مبدأ الانفرد اذا كان الكترونان في نفس الحالة المدارية orbital state (أي لهما نفس دالة الموجة ψ_{nlm} فان برميهما spins يحب ان يكونا متعاكسين، ونتيجة لوجود الكترونين يربطان ذرتي الهيدروجين H_2 تتوقع للوهلة الأولى ان يكون هذا النظام اكثر استقراراً من H_2^+ ، أي استقراراً مضاعفاً بطاقة ترابط قدرها 5.3 eV مقارنة مع 2.65 eV ل H_2^+ . لكن المدارات في H_2 لا تشبه تماماً تلك التي في H_2^+ ، و ذلك لوجود قوة تناقر بين الالكترين في H_2 و هو تنافر ليس له وجود في H_2^+ ، ان هذا التنافر يُضعف قوة الاصرة في H_2 ، و بالتالي تكون طاقة الترابط الحقيقية 4.5 eV بدلا من 5.3 eV ، و لنفس السبب يكون طول الاصرة bond length في H_2 هو 0.74 \AA أي اطول نوعاً ما مما نحصل عليه من الحسابات المعتمدة على دالة الموجة غير المعدلة unmodified (اي التي لا تأخذ قوة التنافر الالكترينات بعين الاعتبار). ان الاستنتاج العام في حالة H_2^+ الذي يشير إلى ان دالة الموجة المتناظرة ψ_s تقودنا الى نظام مترابط، بينما دالة الموجة ضديدة التناظر ψ_A تقودنا الى نظام غير مترابط، يبقى صحيحاً ل H_2 .

في البند (3-7) كنا قد صغنا رياضياً مبدأ الانفرد (أو مبدأ الاستبعاد) exclusion principle بدلالة تناظر و ضديد تناظر دوال الموجة، ومنه توصلنا إلى أن نظاماً من الالكترينات يمكن وصفه دائماً بدوال ضدية التناظر (أي بدلالة دوال موجية تنعكس اشاراتها بتبديل أي زوج من الالكترينات بحلول بعضها محل الاخر) و مع ذلك فقد قلنا للتو أن حالة ترابط في H_2 تتوافق مع كلا الالكترين الموصوفين بواسطة دالة موجية متناظرة ψ_s ، و هو ما يبدو متعارضاً مع الاستنتاج الأول.

و الحقيقة اننا لو نظرنا بامعان لوجدنا انه ليس هناك أي تناقض في المسألة. ان دالة الموجة الكاملة $\Psi(1,2)$ لنظام متكون من الكترونين هو حاصل ضرب الدالة الموقعية $\psi(1,2)$ Spatial wave function التي تصف احداثيات موقعي الالكترونين و الدالة البرمية $S(1,2)$ Spin wave function التي تصف اتجاه برم كل من الالكترونين. و يتطلب مبدأ الانفرد ان تكون دالة الموجة الكاملة

$$\Psi(1,2) = \psi(1,2) S(1,2)$$

ضديدة التناظر بتبديل كل من موقعي و برمي الالكترونين، لكن $\psi(1,2)$ يمكن ان لا تكون ضديدة التناظر. ان الدالة $\psi(1,2)$ هي نفسها ما كنا نسميه الدالة الموقعية المدارية للجزيئة molecular orbital wave function.

على حين أن دالة الموجة الكاملة ضديدة التناظر Ψ_A يمكن ان تنتج من ائتلاف دالة موقعية متناظرة ψ_s مع دالة برم ضديدة التناظر S_A أو من ائتلاف دالة موقعية ضديدة التناظر ψ_A مع دالة برم متناظرة S_s ، أي أن دوال الموجة الكاملة

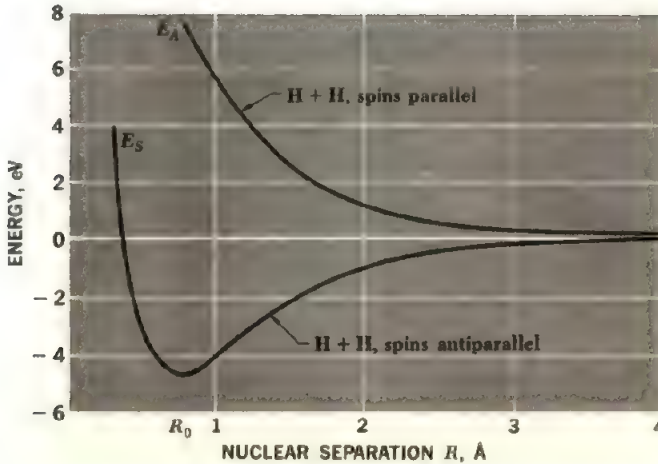
$$\Psi = \psi_s S_A \quad \text{و} \quad \Psi = \psi_A S_s$$

هي فقط المقبولة، و نلاحظ انه لو كان برما الالكترونين متوازيين لوجب ان تكون دالة البرم متناظرة، لأن دالة البرم يجب أن تبقى نفسها لو بدلنا احد الالكترونين بالآخر، و عليه فالدالة الموقعية ψ لنظام متكون من الكترونين برميها متوازيين يجب أن تكون ضديدة التناظر و نعبر عنها بالشكل $\psi_A = \psi^{\uparrow\uparrow}$ و من ناحية أخرى لو كان برما الالكترونين متعاكسين لوجب ان تكون دالة البرم ضديدة التناظر، ذلك لأن اشارتها تتغير بتبديل احد الالكترونين بالآخر، و عليه فان الدالة الموقعية لنظام مكون من الكترونين برميها متعاكسين يجب ان تكون متناظرة و يمكن كتابة ذلك بالصيغة

$$\psi^{\uparrow\downarrow} = \psi_s$$

معادلة شرودنجر لجزيئة H_2 ليس لها حل كامل، بينما يوجد حل كامل فقط لحالة H_2^+ ، أما جميع الجزيئات الأخرى فليس لها سوى حلول تقريبية.

و يبين الشكل (7-8) نتائج التحليلات التفصيلية لجزيئة H_2 عندما يكون برم الإلكترونين متوازيًا و عندما يكون متعاكسا. و الفرق بين المنحنيين في الشكل هو نتيجة مبدأ الانفرد الذي لا يسمح لإلكترونين برماهما متوازيان أن يكون لهما نفس الحالة الكمومية. و لذلك تكون قوة التنافر بين الالكترونين هي المهيمنة إذا كان برمهما متوازيًا، مما يزيد من طاقتيهما الكامنة.



الشكل (7-8) تغير طاقة النظام ($H + H$) مع المسافة R بين النواتين، لحالة يكون فيها برم الإلكترونين متوازيًا و لحالة يكون فيها برم الكترونين متعاكسا.

5-8 المدارات الجزيئية

ان الاواصر التساهمية في الجزيئات غير H_2 و غير ثنائية الذرات diatomic و غير الجزيئات المتعددة الذرات polyatomic هي على العموم اكثر تعقيدا. و الحقيقة أن المسألة كانت ستكون اكثر تعقيدا من ذلك لولا أن اقتراب الذرات بعضها من بعض يؤثر على مداراتها الخارجية فقط. و هناك سببان لهذا: احدهما أن الإلكترونات الداخلية تكون مشدودة أكثر بالنواة، و بالتالي اقل استجابة للتأثيرات الخارجية و ذلك لكونها اقرب الى نواة الام و ان هناك عددا أقل من الإلكترونات تحجل تأثير النواة عنها، و السبب الاخر أن المدارات الداخلية للذرات المختلفة تبقى بعيدة نسبيا بعضها عن بعض حتى عندما تصل الذرات إلى أدنى مسافة بينها. إن دراسة طيف الاشعة السينية الناشئة من انتقال الإلكترونات بين المدارات الداخلية تؤكد أن الإلكترونات التساهمية.

هي التي تتأثر وحدها بالروابط الكيماوية، حيث وجد أن هذه الاطياف تقريبا لا تعتمد على كيفية اتحاد الذرات في الجزيئات أو في المواد الصلبة.

و لكي ندرس الاواصر الكيماوية chemical bonding من المفيد أن نتصور التوزيع المكاني لانتشار الكترونات المدارات الذرية التي تتشابه كميّاً (qualitatively) مع تلك التي لذرة الهيدروجين . ان الصور في الشكل (6-11) محددة ببعدين فقط، و عليه فإنها غير ملائمة للغرض، و الطريقة الأكثر ملاءمة هي ان نرسم سطوحاً فاصلة bounding surfaces تكون عندها $|\psi|^2$ ثابتة. و احتمال وجود الالكترون داخلها كبير و لنقل 90% أو 95%، و كذلك يمكننا وضع إشارة دالة الموجة ψ على كل نتوء (lobe) في مثل تلك الرسومات رغم ان الشكل يمثل $|\psi|^2$. ان المخططات في الشكل (8-8) تبين السطوح الفاصلة للمدارات s و p و d. ان هذه المخططات توضح $|\Theta\Phi|^2$ لكل حالة و مقابلها كثافة الاحتمال الشعاعي $|R|^2$ ، انظر الشكل (6-10). و بطبيعة الحال فان كثافة الاحتمال الكلي $|\psi|^2$ هي حاصل ضرب $|\Theta\Phi|^2$ و $|R|^2$.

في حالات معينة يمكن استنباط المدارات المبينة في الشكل (8-8) من الجمع الخطي (linear combinations) لدالتي موجة تمثلان حالتين لهما نفس الطاقة، و مثل هذا التركيب (combinations) هو أيضا حل لمعادلة شرودينجر . و مثال ذلك مدار p_x الذي يتكون من جمع الدالتين الموجيتين $(l=1, m=-1)$ و $(l=1, m=+1)$:

$$\psi_{p_x} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{p_{+1}} + \psi_{p_{-1}})$$

هنا المعامل $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ضروري لتقويم (normalize) ψ_{p_x} ، و بنفس الطريقة يأخذ المدار p_y الصيغة

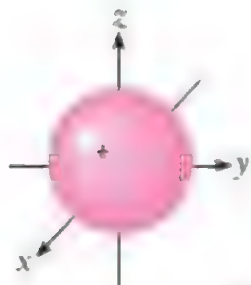
$$\psi_{p_y} = \frac{-i}{\sqrt{2}}(\psi_{p_{+1}} + \psi_{p_{-1}})$$

على حين ينتج المدار p_x من الدالة الموجية $l=1$ و $m_l=0$ ، نوضح في الشكل (8-8) الدوال الموجية التي تُجمع لتكون المدارات d_{xz} و d_{yz} و d_{xy} و $d_{x^2-y^2}$. ان الالكترونات المشتركة في أصرة تساهمية يكون لها توزيع احتمال يختلف عن توزيع احتمال نفس الالكترونات في الذرات المنفصلة. و التوزيعات الجديدة يمكن فهمها بسهولة بدلالة المدارات المبينة في الشكل (8-8).

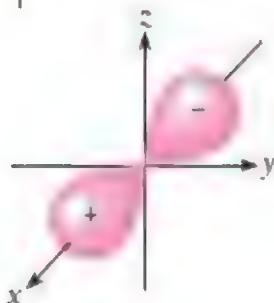
عندما تقترب ذرتان من بعضهما فان مدارات كل منها تتداخل مع مدارات الأخرى، و تداخلهم يؤدي الى احد حالتين: إما زيادة في كثافة احتمال وجود الالكترون بين الذرتين، مكونا بذلك مداراً ترابطياً جزيئياً (bonding molecular orbital)، أو نقصان في تركيز كثافة الالكترون بين الذرتين، مؤدياً الى قوة تنافر بين الذرتين. و قد لاحظنا في البند السابق كيف ان مدارين $1s$ في ذرتي هيدروجين يمكن ان يلتئما لتكوين مدار ترابط (bonding orbital ψ_s) أو مدار تنافر (antibonding orbital ψ_a) و وفقاً لمصطلحات

| Orbital | n | l | m_l |
|---------|-----|-----|-------|
|---------|-----|-----|-------|

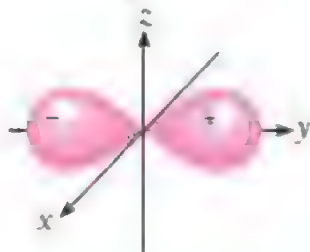
| | | | |
|-----|------------------|-----|-----|
| s | $1, 2, 3, \dots$ | 0 | 0 |
|-----|------------------|-----|-----|



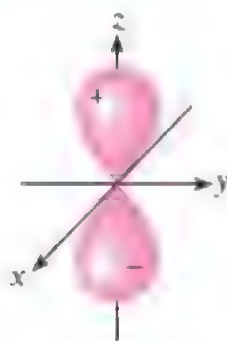
| | | | |
|-------|------------------|-----|---------|
| p_x | $2, 3, 4, \dots$ | 1 | ± 1 |
|-------|------------------|-----|---------|



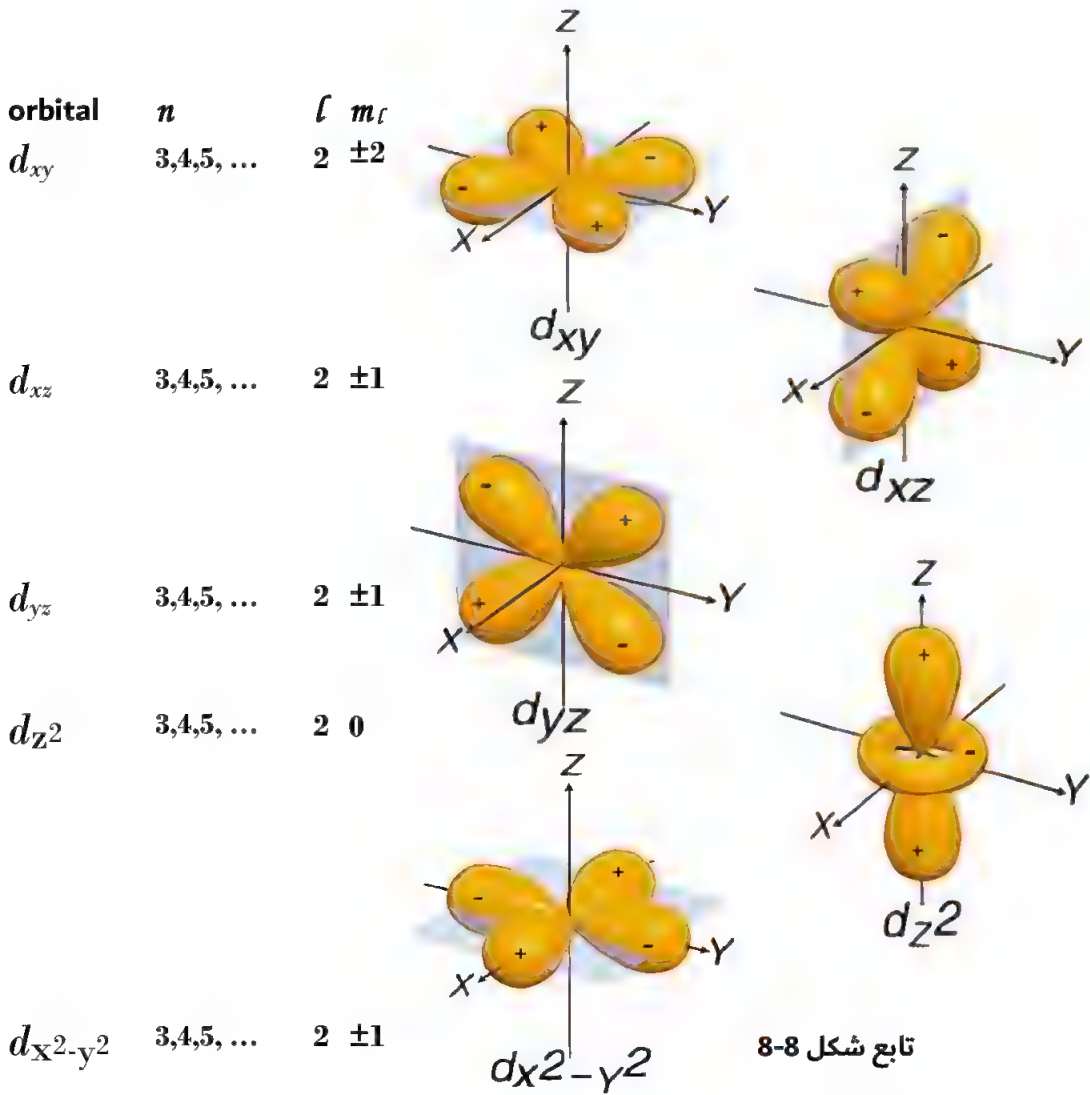
| | | | |
|-------|------------------|-----|---------|
| p_y | $2, 3, 4, \dots$ | 1 | ± 1 |
|-------|------------------|-----|---------|



| | | | |
|-------|------------------|-----|-----|
| p_z | $2, 3, 4, \dots$ | 1 | 0 |
|-------|------------------|-----|-----|



الشكل (8-8) رسم تخطيطي للسطوح الفاصلة للمدارات الذرية s و p وله الإشارة (+) أو (-) تدل على إشارة دالة الموجة في تلك المنطقة.



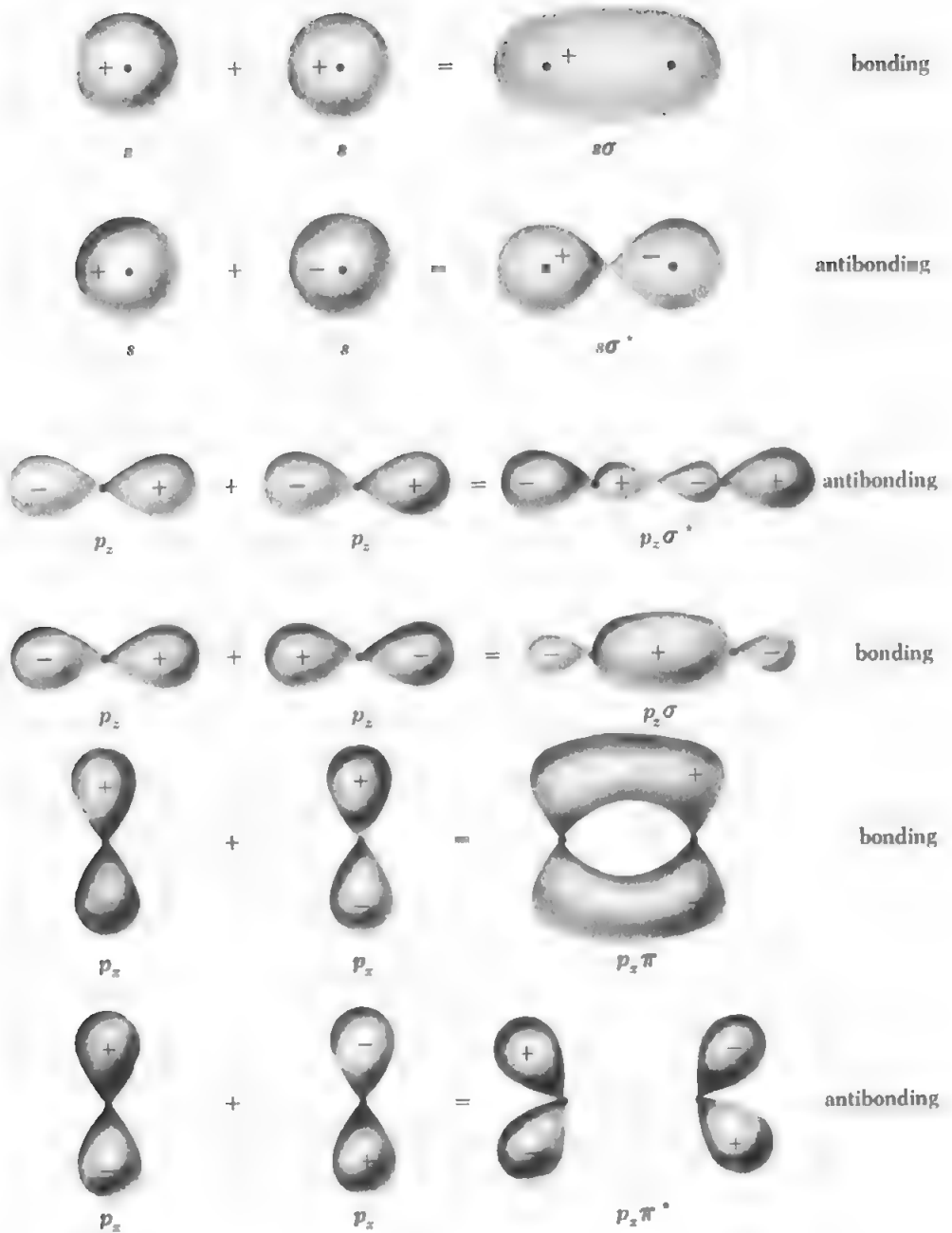
الفيزياء الجزيئية. نشير إلى ψ_S بمدار $1s\sigma$ و ψ_A بمدار $1s\sigma^*$ ، فالرمز "1s" يميز المدارات الذرية التي تتخليلها متحدة لتكون المدار الجزيئي molecular orbit على حين يشير الحرف الاغريقي σ الى انعدام العزم الزاوي angular momentum حول محور الربط (محور z للجزيئة). ان مركبة العزم الزاوي باتجاه z للجزيئة تكون كمومية quantized، و محددة بالقيم $\lambda\hbar$ حيث $\lambda=0, 1, 2, \dots$ فالحالات الجزيئية التابعة ل $\lambda=0$ يرمز لها بـ σ ، والحالات الجزيئية التي فيها $\lambda=1$ يرمز لها بـ π و التي فيها $\lambda=2$ يرمز لها بالرمز δ و هكذا نرمز للحالات التابعة لقيم z الأخرى وفق الترتيب الابددي.

و أخيراً يُرمز لمدارات عديدة الترابط بعلامة نجمة، كما في $1s\sigma^*$ الذي يمثل مدار عديدة الترابط ψ_A للهيدروجين H_2 .

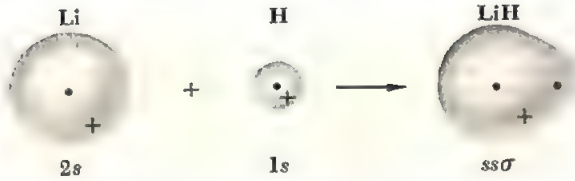
الشكل (8-9) يبين السطوح الفاصلة (boundary-surfaces) التي توضح تكوين المدارات الجزيئية σ و π من المدارات الذرية s و p لجزيئات ذوات ذرتين نوأتيهما متشابهتين (homonuclear diatomic molecules)، و نلاحظ من الشكل ان المدارات σ تكون متناظرة دورانياً حول خط الارتباط، على حين تغير المدارات π اشارتها عندما تدور بزاوية 180 درجة حول خط الارتباط، و بما ان تنوءات (lobes) المدارات p_z تكون على طول خط الارتباط، لذلك فان هذه المدارات تمثل σ الجزيئية، و كل من المدارين p_x و p_y يشكلان مدارات π الجزيئية.

الجزيئة ثنائية الذرات غير متجانسة النوى (Heteronuclear diatomic molecule) تتألف اساساً من ذرتين غير متشابهتين، و في العموم تكون مداراتها مختلفة. و عليه فالإلكترونات التساهمية في هذه الجزيئات ليست مشتركة بنفس النسبة بين الذرتين. ان أبسط جزيئات ثنائية الذرات غير متجانسة النوى هي جزيئة LiH و هي افضل مثال على هذا التأثير (effect). المدار الاعتيادي للإلكترون ذرة الهيدروجين هو $1s$ على حين مدارات الكترونات ذرة الليثيوم هي $1s^2 2s$ و هذا يعني ان لكل من الذرتين الكترونات تساهمية واحداً. المدار $1s$ في ذرة الهيدروجين و المدار $2s$ في ذرة الليثيوم يكونان مدار σ لجزيئة LiH (الشكل 8-10)، و في كل من الذرتين تكون الشحنة الفعلية المؤثرة على الإلكترون التساهمي هي $+e$ (في ذرة الليثيوم تحجب الطبقة الداخلية في المدار $1s$ المتألفة من الكترونين شحنة مقدارها $+2e$ من مجموع شحنة النواة البالغة $+3e$)، لكن الإلكترون التساهمي يكون بالمعدل ابعد عن نواة الليثيوم بعدة مرات مما هو عليه عن نواة ذرة الهيدروجين (ان طاقات التأين تعكس هذا الفرق فطاقة تأين ذرة الهيدروجين هي 13.6 eV بينما هي 5.4 eV لذرة الليثيوم) لذلك تكون الإلكترونات في مدار ترابط σ لجزيئة LiH اكثر ميلاً نحو نواة H و من هذا ينتج تجمع للشحنة السالبة قرب نواة الهيدروجين في LiH.

لو كان هناك انعزال كامل للشحنة مثلما في NaCl لأدى ذلك الى جزيئة LiH تتكون من ايون Li^+ و ايون H^- و تكون نتيجتها آصرة ايونية صرفة، لكن الحقيقة ان الآصرة في LiH هي جزئياً ايونية (partially ionic)، فكل من الكتروني الترابط يقضي حوالي 80% من الوقت في جوار نواة الهيدروجين و 20% من الوقت في جوار نواة الليثيوم، و نقيض ذلك حالة الكترونات الترابط في الجزيئات ثنائية الذرات متجانسة النوى



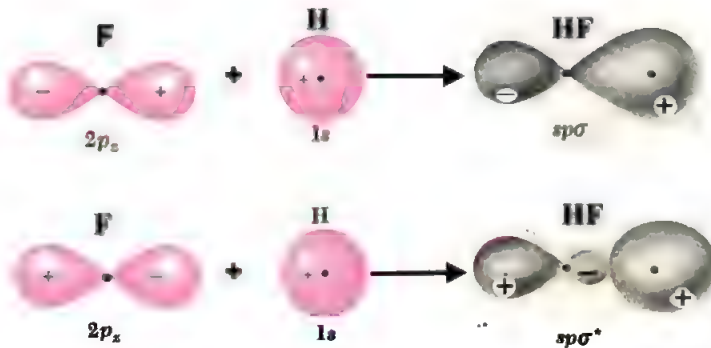
الشكل (٨-٩) سطوح فاصلة توضح تكوين المدارات الجزيئية من المدارات الذرية s و p في جزيئات ثنائية الذرات متشابهة النوى . في كل حالة يكون المحور z على طول الخط الواصل بين النواتين ، على حين يمثل مستوى الورقة المستوى xy . إن المداران $p_y\pi$ و $p_y\pi^*$ يكافئان المدارين $p_x\pi$ و $p_x\pi^*$ ، إلا انهما منحرفان بزاوية 90° .



الشكل (٨-١٠) الكرونا الترابط في جزيئة LiH يشغلان مداراً جزيئياً متكوناً من مدار 1s لذرة الهيدروجين ومدار 2s لذرة Li

homonuclear molecule ، مثل H_2 و O_2 ، ففي هذه الحالة يقضي الإلكترونات 50% من الوقت جوار كل من النواتين . ان الجزيئات التي أواصرها ليست تساهمية بحتاً ولا أيونية بحتاً تدعى أحياناً تساهمية قطبية *polar covalent* ، حيث أن هذه الجزيئات تمتلك عزم ثنائي القطب الكهربائي *electric dipole moments* . ان قابلية الذرة لجذب الكترون تساهمي تدعى بالقدرة السلبية *electronegativity* . ففي جزيئة LiH ، على سبيل المثال ، تكون ذرة H ذات قدرة سلبية أكبر من ذرة Li .

في الجزيئات غير المتجانسة النوى *heteronuclear molecule* يمكن أن تكون المدارات الذرية ، التي نتصورها متحدة لتكون المدار الجزيئي ، ذات صفات مختلفة بعضها من بعض . مثال ذلك جزيئة HF التي فيها المدار 1s لذرة الهيدروجين يتحد مع المدار $2p_z$ لذرة الفلور . هناك احتمالان لهذا الاتحاد ، كما هومبين في الشكل (٨-١١) : أما تكوين مدار الترابط *spσ* أو مدار ضد الترابط *spσ** ، بما أن كلا من المدار 1s في H والمدار $2p_z$ في F يحتوي على الكترون واحد (الجدول ٨-١) ، فينتج أن المدار *spσ* في HF يحتوي على الكترونين . ولذلك يمكننا أن نتصور الذرتين في الجزيئة HF مشدود بعضها الى بعض بواسطة آصرة تساهمية واحدة . الشكل (٨-١٢) يبين التركيب الإلكتروني للجزيئة HF .

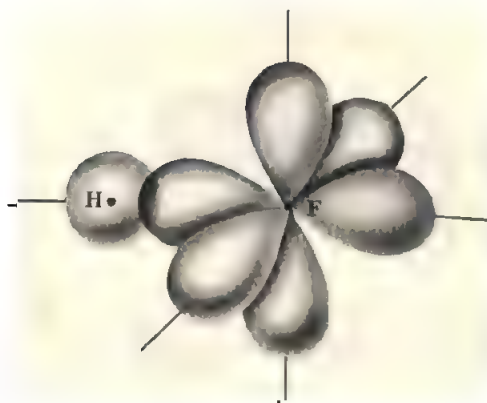


الشكل (٨-١١) آصرة الترابط وآصرة ضد الترابط في HF

| Element | Atomic number | Atomic structure | Occupancy of orbitals | | | |
|--------------|---------------|---|-----------------------|----|-----------------|---------------------------------|
| | | | 1s | 2s | 2p _x | 2p _y 2p _z |
| Hydrogen H | 1 | 1s | ↑ | | | |
| Helium He | 2 | 1s ² | ↑↓ | | | |
| Lithium Li | 3 | 1s ² 2s | ↑↓ | ↑ | | |
| Beryllium Be | 4 | 1s ² 2s ² | ↑↓ | ↑↓ | | |
| Boron B | 5 | 1s ² 2s ² 2p | ↑↓ | ↑↓ | ↑ | |
| Carbon C | 6 | 1s ² 2s ² 2p ² | ↑↓ | ↑↓ | ↑ | ↑ |
| Nitrogen N | 7 | 1s ² 2s ² 2p ³ | ↑↓ | ↑↓ | ↑ | ↑ ↑ |
| Oxygen O | 8 | 1s ² 2s ² 2p ⁴ | ↑↓ | ↑↓ | ↑↓ | ↑ ↑ |
| Fluorine F | 9 | 1s ² 2s ² 2p ⁵ | ↑↓ | ↑↓ | ↑↓ | ↑↓ ↑ |
| Neon Ne | 10 | 1s ² 2s ² 2p ⁶ | ↑↓ | ↑↓ | ↑↓ | ↑↓ ↑↓ |

الجدول (١-٨) التركيب الذري لعناصر السلسلة الأولى والثانية في الجدول الدوري . توضح الأسهم اتجاه برم الإلكترونات .
 فحسب قاعدة هوند Hund's rule (البند ٦-٧) ، تحاول الإلكترونات في نفس المدار الثانوي (أي بنفس العدد الكمي l) أن تأخذ الوضعية بحيث أن برمها يكون باتجاه واحد .

ان تركيب المدارات الذرية الثلاثة التابعة للحالة p ($m_l = +1, 0, -1$) ؛ حيث $l = 1$) وقابلية كل منها لترتبط مع المدارات الذرية s ، تساعدنا على فهم الأشكال الهندسية لعدد كبير من الجزيئات متعددة الذرات . مثال ذلك يتجسد في جزيئة H_2O . في البداية ، وربما نتوقع أن ترتيب الذرات في جزيئة الماء يكون على خط مستقيم $H-O-H$ ، ذلك على أساس أن الأوكسجين له قدرة سلبية أكبر من الهيدروجين ، ونتيجتها نكتسب كل من ذرتي H شحنة موجبة صغيرة تعمل على إبعادهما أكبر ما يمكن بعضهما عن الآخر . بالتالي فإن هاتين الذرتين تأخذان موقعين متقابلين حول ذرة O . لكن الحقيقة هي أن تركيب جزيئة الماء هو قريب إلى $O-H$ ، حيث أن الزاوية بين الآصرتين $O-H$ تساوي 104.5°



الشكل (١٢-٨) المدارات الذرية المساهمة في HF . ان المدارات الجزيئية σ مبنية كمداوات ذرية متداخلة

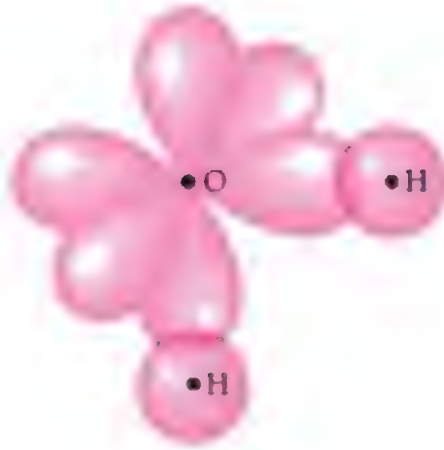
ويمكننا ان نوضح بسهولة الشكل المنحني لجزيئة الماء . فمن الجدول (٨-١) يتضح لنا ان كلاً من مداري الاوكسجين $2p_x$ و $2p_y$ يحتوي على الكترون واحد . ولذا فان كلاً منهما يمكن ان يرتبط بمدار $1s$ في ذرة H ، مشكلاً مدارات رابطة sp^3 (الشكل ٨-١٣) . ان الزاوية بين محوري المدارين $2p_x$ و $2p_y$. (هذان المحوران منطبقان على y و z ، على التوالي) هي 90° . والتباين الجزئي بين الزاوية 90° والزاوية 104.5° الملاحظة عملياً ، هو نتيجة الى التنافر المتبادل بين ذرتي الهيدروجين . فهناك حقيقة تدعم الفكرة الاخيرة ، وهي ان زوايا الترابط bond angles في جزيئات مشابهة H_2S و H_2Se هي 92° و 90° على التوالي . والفروقات الاصغر حجماً بين هذه الزوايا والزاوية 90° يمكن ان ننسبها الى ان المسافة بين ذرتي H حول ذرة S (عددها الذري $Z = 16$) وذرة Se (عددها الذري $Z = 34$) هي اكبر مما عليه في H_2O .

ونفس الكلام يوضح الشكل الهرمي لجزيئة الامونيا NH_3 . فمن الجدول (٨-١) يتبين ان كلاً من المدارات الذرية $2p_x$ ، $2p_y$ ، $2p_z$ من ذرة النتروجين يحتوي على الكترون واحد . وهذا يعني ان كلاً من هذه الالكترونات الثلاثة تستطيع ان تشترك مع الكترون في مدار $1s$ لذرة الهيدروجين ، ليكونا مدارات رابطة جزيئي sp^3 . وعليه فان مدارات الترابط في NH_3 يجب ان تتمركز على طول المحاور x ، y ، z وبزاوية 90° بين الاواصر N—H الثلاث (الشكل ٨-١٤) . كما في حالة H_2O ان زوايا الترابط الحقيقية في NH_3 هي نوعاً ما اكبر من 90° . ففي هذه الحالة تساوي 107.5° . والسبب هو وجود قوة تنافر بين ذرات الهيدروجين (التي تكتسب شحنات صغيرة سالبة) . ان جزيئتي الهيدريدات PH_3 و AsH_3 ، المشابهة لـ NH_3 ، والمتكون من الذرات $P(Z = 15)$ و $As(Z = 33)$ الاكبر حجماً من ذرة N ، يظهران زوايا ترابط اصغر من 94° و 90° ، على التوالي . ذلك أيضاً ناتج عن نقصان قوة التنافر بين ذرات الهيدروجين التي هي الآن اكثر بعداً بعضها عن بعض .

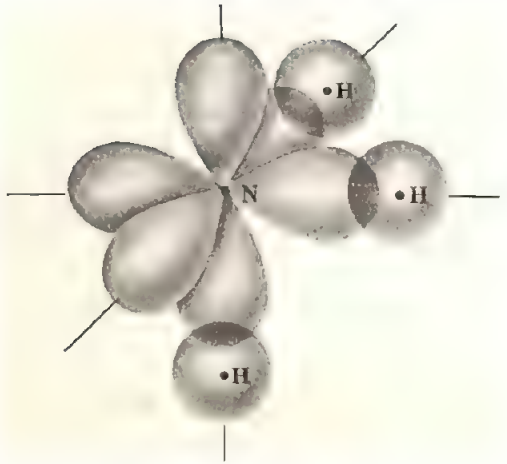
٨-٦ المدارات الهجينية HYBRID ORBITALS

ان التفسير المباشر لتوضيح شكلي الجزيئتين H_2O و NH_3 يفشل في توضيح تركيب جزيئة الميثان ، CH_4 . هنا تحتوي ذرة الكربون على الكترونين في المدار $2s$ والكترون واحد في كل من المدارين $2p_x$ و $2p_y$. ولذا نتوقع ان يكون هيدريد الكربون هو CH_2 ، ينشأ من مداري ترابط sp^2 حيث بينهما زاوية 90° أو اقل قليلاً . وعلى الرغم من هذا فتوجد جزيئة CH_4 في الطبيعة والاغرب من ذلك هو ان هذه الجزيئة متناظرة تماماً ، وذات شكل رباعي الوجة tetrahedral ، والآواصر C—H الأربع متكافئة .

ولا نستطيع أن نعتبر الكربون حالة شاذة ، حيث يحدث فيه توافقاً بالصدفة ، يؤدي



الشكل (١٣-٨) المدارات الذرية التساهمية لـ H_2O . أن زاوية الآصرة الحقيقية هي 104.5°



الشكل (١٤-٨) المدارات الذرية التساهمية لـ NH_3 . أن زاوية الآصرة الحقيقية هي 107.5°

الى تكوين CH_4 بدلاً من CH_2 ، وذلك لأن نفس الظاهرة هي أيضا مشاهدة في ذرات أخرى. فمثلاً ، ذرة البورون ذات التركيب الإلكتروني $1s^2 2s^2 2p$ ، تكون الجزيئات BF_3 و BCl_3 بدلاً من BF و BCl ، على التوالي .

وواضح أن الذي يحدث في ذرتي الكربون والبورون هو أن المدارين $2s$ (على الرغم من كونهما مشبعين بالكترينين ذوي طاقة أقل وبالتالي انهما أكثر استقراراً من المدارات $2p$) يدخلان بطريقة ما في تكوين مدارات جزيئية مكونين رابطتين أُخريين مع ذرات

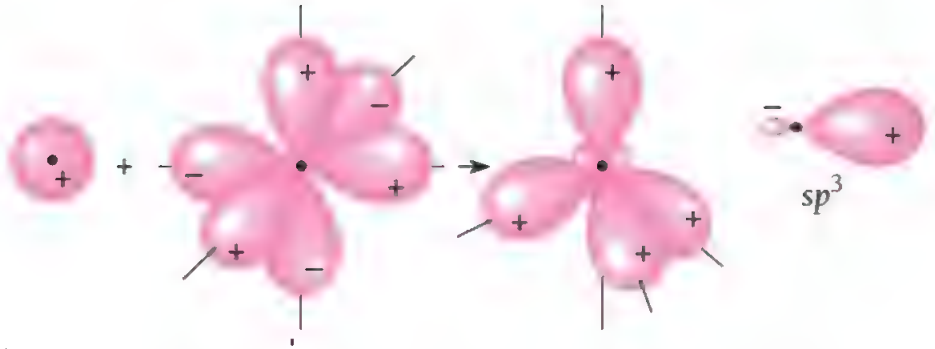
أخرى . أن ذرة الكربون لها أربعة إلكترونات في المستوى ($n = 2$) ، تشارك بها لتكون CH_4 . في حين لذرة البورون ثلاثة إلكترونات في المستوى ($n = 2$) ، تشارك بها لتكون BF_3 . أن أبسط تفسير لوجود CH_4 هو أن نفترض أن أحد الكتروني المدار $2s$ في C ينتقل إلى المدار الفارغ $2p_z$ ، نتيجه يكون هناك إلكترون واحد في كل من المدارات $2s, 2p_x, 2p_y$. وهذه الإلكترونات الأربعة قابلة لتكوين أربع روابط . ومن البديهي أن نقل الكترون المدار $2s$ إلى $2p$ يعني زيادة في طاقة ذرة الكربون . ولكن من المعقول أن نفترض أن تكوين أربع روابط في CH_4 ، بدلاً من رابطتين في CH_2 ، سوف يقلل من طاقة الجزيئة بمقدار كافٍ يعوض عن الطاقة المطلوبة للانتقال الأخير . وهذا التوضيح يشير إلى أن في CH_4 ثلاث روابط من نوع sp^3 ورابطة واحدة من نوع $ss\sigma$. والرابطة الأخيرة تتكون من المدار $1s$ للهيدروجين والمدار $2s$ المنفرد لذرة الكربون . ولكن من الناحية العملية كل من الروابط الأربع هي متكافئة .

والتفسير الصحيح لوجود CH_4 ، يعتمد على ظاهرة تدعى بالتهجين *hybridization* وهذه الظاهرة تحدث عندما تكون الحالات $2s$ و $2p$ في إحدى ذرات الجزيئة متقاربة جداً في الطاقة . ففي هذه الحالة يمكن أن تتركب المدارات التي تساهم بها الذرات من مدارات $2s$ و $2p$ ، إذ بهذا التركيب تكون الآصرة أكثر استقراراً من أية وضعية أخرى . والحقيقة هي أن وجود المدارات المركبة ناتج عن طبيعة معادلة شرودينكر ، التي هي معادلة تفاضلية جزئية خطية *linear partial differential equation* فكل من حالتي الموجة $2p$ و $2s$ للذرة هو حل لمعادلة شرودينكر . وإذا كانت طاقة كل من هاتين الحالتين متساوية ، فإن أي

تركيب خطي لهما هو أيضاً حل لنفس المعادلة . في الذرات المنعزلة ، تكون طاقة الإلكترونات في المدارات $2s$ أقل (أي أكثر شدة للنواة) من طاقة الإلكترونات في المدار $2p$ وبذلك لا تميل هذه الإلكترونات إلى تكوين مدارات هجينية في الذرات . ومن ناحية أخرى من الممكن أن تكون آصرة الجزيئة الناتجة من مساهمة المدار المركب من s و p لذرة ، أقوى من الآصرة الناتجة من مساهمة المدار s أو p على انفراد . (هذا يبقى صحيحاً على الرغم من أن الجزء p في الهجين له طاقة أعلى في الذرة المنفصلة .) أي أن المدارات الهجينية تحدث عندما تكون طاقة الترابط الناتجة منها أكبر من طاقة الترابط الناتجة من المدارات النقية . ويحدث هذا في الطبيعة عندما تكون طاقتي المستويين s و p في الذرة متقاربتين .

وعلى هذا فإن ذرة الكربون في جزيئة CH_4 ، لها أربعة مدارات هجينية متكافئة تساهم في الأواصر الكيميائية . وهذه المدارات الأربعة متكونة من جمع مدار واحد $2s$ وثلاثة مدارات $2p$ ، ويمكن وصف هذه الهجائن بأنها مركبة من $\frac{1}{4}s$ و $\frac{3}{4}p$ معبرين عن كل منها بالهجين sp^3 . ونستطيع أن نصور هذه الهجائن بالسطوح الفاصلة المبينة في الشكل

(٨-١٥). فمن الواضح أن مدار الهجين sp^3 متمركز بصورة متميزة باتجاه واحد . وهذا يعلل قابلية الهجين المتميزة في تكوين آصرة ذات قوة كافية تعوض عن الطاقة اللازمة لرفع الكترون من المدار $2s$ الى المدار $2p$.



الشكل (٨-١٥) مدار s وثلاثة مدارات p من نفس الذرة تتحد لتكون أربعة مدارات sp^3 هجينية .

علينا أن نتذكر أن المدارات الهجينية لا يمكن أن توجد في الذرات المنفصلة ، حتى وإن كانت هذه الذرات في حالة متهيجة فتتكون المدارات الهجينية فقط عند تكوين الجزيئات المذكورة أعلاه .

الشكل (٨-١٦) يمثل جزيئة CH_4 ، ونجد فيه انموذجا لهذه الجزيئة يتكون من ذرة

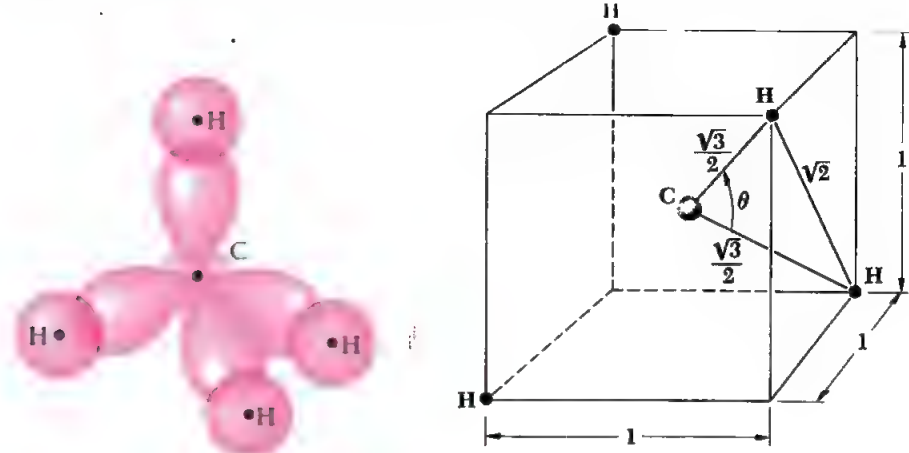
كربون في مركز مكعب أساسي ، وذرات الهيدروجين عند زوايا المكعب المتبادلة . مثل رؤوسه عند الذرة C وعند ذرتين من الهيدروجين ، له اضلاع أطوالها $\sqrt{3/2}$ ، $\sqrt{3/2}$ و $\sqrt{2}$. فإذا كانت الزاوية بين أصرتي C-H هي θ ، نجد من قانون الجيب تمام ($a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta$) ، حيث a و b و c تمثل اضلاع المثلث الثلاثة ، على حين الزاوية θ تقابل الضلع a) ، أن

$$\begin{aligned} \cos \theta &= -\frac{a^2 - b^2 - c^2}{2bc} \\ &= -\frac{2 - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}}{2 \times \frac{3}{4}} = -\frac{1}{3} \\ \theta &= 109.5^\circ \end{aligned}$$

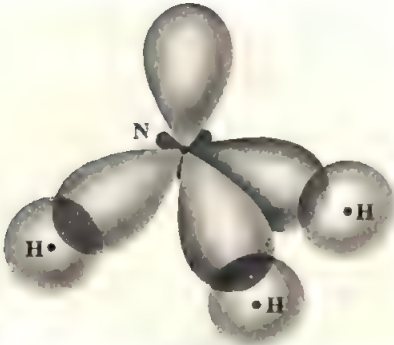
وهذه القيمة تساوي الزاوية المشاهدة عمليا .

ومن الواضح أن زوايا الأواصر 104.5° لجزيئة H_2O و 107.5° لجزيئة NH_3 هما أقرب الى زاوية رباعي الأوجه 109.5° ، المتكون بفعل الأواصر الهجينية sp^3 ، من الزاوية 90° المتوقعة على أساس أن المدار p في كل من الذرتين N و O هو المسؤول عن تكوين تلك الآصرة . وهذه الحقيقة تساعدنا على فهم كيف أن قوة التنافر بين ذرات الهيدروجين في الجزيئات

التي تكلمنا عليها يمكن أن تساهم في وصف مدارات الأواصر. ففي NH_3 هناك ثلاث أواصر تحوي على زوج من الإلكترونات. ان الإلكترونين الموجودين في المدار $2s$ في ذرة N



الشكل (٨-١٦) جزيئة الميثان CH_4 رباعية الأضلاع. تتداخل مدارات sp^3 الهجينية لذرة C والمدارات $1s$ لذرات الهيدروجين الأربع لتكوين مدارات الترابط الجزيئية.



الشكل (٨-١٧) المدارات الذرية المساهمة لجزيئة NH_3 ، وفق افتراض تكوين مدارات هجينية sp^3 في ذرة N. احد مدارات sp^3 يشغل بالإلكترونين من N، وبذلك لا يساهم في عملية الترابط.

لا يشتركان في تكوين الأواصر. فلو كان في جزيئة NH_3 مدارات هجينية sp^3 بدلا من مدارات p لحدث أن طاقة النظام تكون أقل كلما كان البعد بين الأواصر أكبر. ان تكوين هذه الحالة المستقرة يكافئ نقل الكترونين من المدار $2s$ في ذرة N الى المدارات

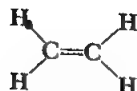
الهجينية sp^3 ، ولكن من دون تكوين أوأصركيميائية من قبلهما ، وهذا عكس الحالة في CH_4 التي فيها كل من المدارات sp^3 الأربعة تشارك في تكوين الأواصر. ولذا يمكننا اعتبار الزاوية 107.5° بين الأواصر الثلاث في جزيئة NH_3 هي حل وسط بين حالتين قصويتين أولهما تتضمن أربعة مدارات هجينية sp^3 ، أحدهما غير ترابطي ، والثانية تتضمن ثلاثة مدارات ترابط $2p$ ومداراً واحداً غير ترابطي $2s$ (بطاقة منخفضة) . والشكل (٨-١٧) يمثل جزيئة NH_3 على أساس تكوين المدارات الهجينية sp^3 الذي يمكن مقارنته بالشكل (٨-١٨) المرسوم على أساس تكوين مدارات p

ولما كان هناك مداراً ترابط ومداران غير ترابطيين في ذرة O ، نجد أن ميل H_2O لتكوين مدارات sp^3 هو أقل من NH_3 ، الذي فيه ثلاثة مدارات ترابط ومدار واحد غير ترابطي . (زاوية الترابط الأكثر صغراً في حالة الماء تفسر هذا الاستنتاج) . سوف نناقش تركيب جزيئة الماء H_2O مرة أخرى في البند (١٠ - ٤)

٨ - ٧ أوأصر الترابط كربون - كربون CARBON-CARBON BONDS

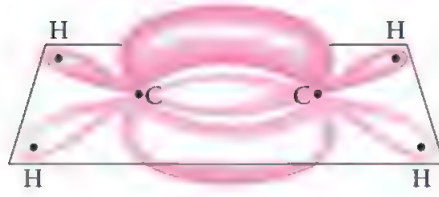
هناك نوعان آخران من المدارات الهجينية sp^3 و sp يمكن أن يتكونا في حالة ذرات الكربون ، بالإضافة الى sp^3 . ففي الهجين sp^2 هناك الكترون تساهمي واحد في مدار p النقي وثلاثة الكترونات في المدارات الهجينية ذات التركيب $2/3p$. وفي الهجين sp هناك الكترونان تساهميان في المدارين p نقيين . والالكترونان الآخران يكونان في مدارين هجينين من النوع $1/2s$ و $1/2p$. جزيئة الاثيلين C_2H_4 هي مثال على الهجين sp^2 ، فيها ذرتا كربون متصلان بأصرتين . الشكل (٨-١٨) بين السطوح الفاصلة للمدارات الهجينية sp^2 ، حيث نجد زوايا 120° تفصل هذه المدارات بعضها في مستوى الورقة .

وكذلك بين الشكل المدار النقي p_z لكل ذرة كربون . مداران sp^2 من كل ذرة كربون يتداخلان مع مدارين s لذرتي H ، ليكونوا مدارات الترابط σ . والمدار sp^2 الثالث في ذرة C يكون مدارات الترابط σ مع نظيره من ذرة الكربون الأخرى . إن المدارات p_z في ذرتي الكربون يكونان مع بعضهما الأصرة π . ولذلك فإن إحدى الأصرتين بين الكربون تكون σ والأخرى π . على هذا الأساس تكون صيغة الأثيلين هي

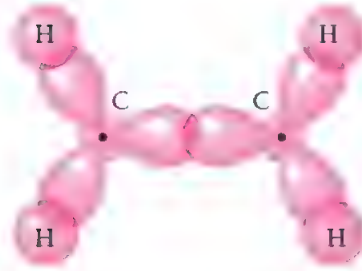


الاثيلين

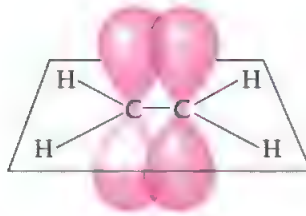
ان الاستيلين C_2H_2 يشكل مثالا للهجين sp ، فيه ذرتا الكربون متصل بعضها مع



(a)



(b)



(c)

الشكل (١٨-٨) (a) جزيئة الاثيلين (C_2H_2) . جميع الذرات تقع في مستوى عمودي على مستوى الورقة . (b) منظر علوي يبين المدارات الهجينية sp^2 التي تكون الاواصر σ بين ذرتي الكربون ، وبين كل ذرة كربون وذرتي هيدروجين . (c) منظر جانبي يوضح مدار p_z التي يؤلف آصرة π بين ذرتي الكربون .

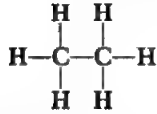
بعض بثلاث أواصر . أحد المدارين الهجينين sp في كل من ذرتي الكربون يكون رابطة σ مع ذرة الهيدروجين ، والمدار الثاني يكون رابطة σ مع ذرة الكربون الأخرى . والمدارين $2p_x$ و $2p_y$ في كل من ذرتي الكربون يكونان رابطتين π . وعلى هذا فأحد الروابط الثلاث بين ذرتي الكربون تكون σ على حين الرابطتان الأخريان هما π_x و π_y (الشكل ٨ - ١٩) . والصيغة الاعتيادية للايثيلين تكون



الايثيلين

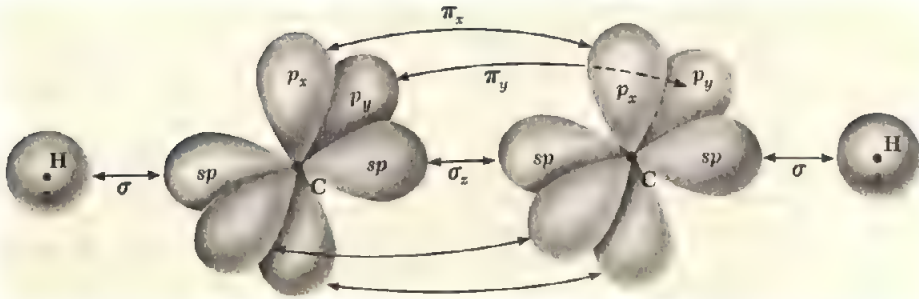
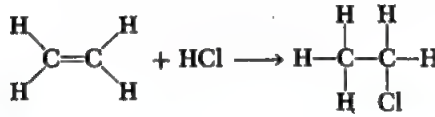
فهي كل من الاثيلين والايثيلين ، تكبرن الالكترونات في المدارات π متركزة في

جوانب الجزيئة . وهذه الجزيئات تكون أكثر قابلية للتفاعلات الكيميائية من الجزيئات ذات روابط σ فقط بين ذرات الكربون . مثال على الحالة الأخيرة هو الايثان الذي تتكون فيه جميع الروابط من المدارات الهجينية sp^3 لذرات الكربون .



الايثان

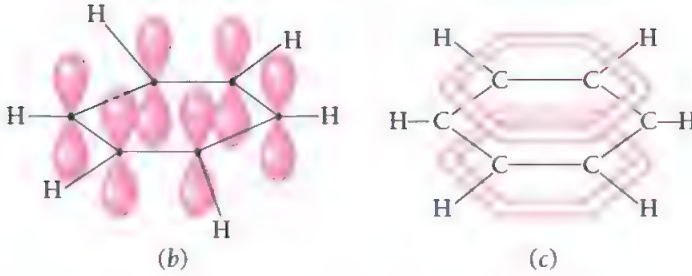
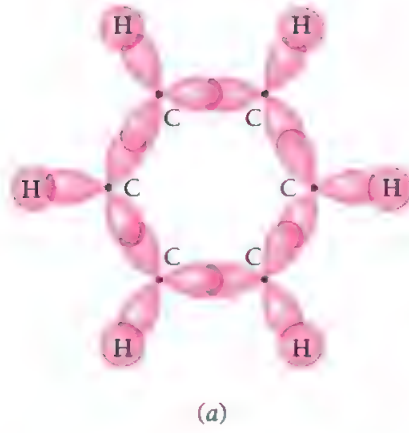
مركبات الكربون التي تحوي آصرتين أو ثلاث تدعى غير مشبعة *unsaturated* ، ذلك لأنها يمكن أن تضيف ذرات أخرى لجزيئاتها في تفاعلات مثل :



الشكل (٨-١٩) جزيئة الأسيتيلين (C_2H_2) . هناك ثلاث أواصر بين ذرات الكربون ، آصرة σ بين المدارات الهجينية sp وآصرًا π بين مداري p_x و p_y المتقيين .

ففي المركبات المشبعة *saturated compound* ، كالميثان أو الايثان ، هناك رابطة واحدة فقط بين ذرات الكربون .

في البنزين C_6H_6 تكون ذرات الكربون الست مرتبة على شكل سداسي الاضلع . بزوايا ترابط 120° بين ذرات الكربون . ونستنتج من ذلك أن تركيب الجزيئة ينتج عن ترابط مدارات sp^2 الهجينية ، ذلك ان احدى مدارات sp^2 الثلاث لكل ذرة كربون تكون رابطة σ مع المدار $1s$ في ذرة الهيدروجين ، على حين يكون المداران الآخران آصرتين σ مع مدار sp^2 من كل ذرة كربون على جهتي الذرة (الشكل ٨-٢٠) . وهذا الترتيب يترك من كل ذرة كربون مدار $2p_z$ ذا تنوء فوق وتحت مستوى الحلقة . المدارات $2p_z$ الستة يتحد بعضها مع بعض لتكون مدارات الترابط π ، التي تأخذ شكل توزيع مستمر للإلكترونات فوق وتحت مستوى الحلقة . فالإلكترونات الستة تنتمي الى الجزيئة ككل وليس الى زوج



الشكل (٨-٢٠) جزيئة البنزين . (أ) التداخل بين المدارات sp^2 الهجينية للذرات الكربون ، فيما بينها وبين مدارات لذيتات الهيدروجين ، يؤدي الى روابط σ . (ب) كل ذرة كربون لها مدار σ نظري يحوي على الكتروناً واحداً . (ج) مدارات الترابط الجزيئية p_z الناتجة عن ستة مدارات ذرية p_z ، تكون بعضها مع بعض توزيعاً مستمراً لستة الكترونات حول الجزيئة .

من الذرات . وهذه الالكترونات تكون غير متحددة الموقع *delocalized*

٨ - ٨ مستويات الطاقة الدورانية ROTATIONAL ENERGY LEVELS

ان مستويات طاقة الجزيئة تتكون من طاقة دوران الجزيئة ككل ، ومن طاقة تذبذب ذراتها المكونة بعضها بالنسبة للآخر من طاقة مداراتها الالكترونية . ان مستويات الطاقة الدورانية تكون منفصلة بعضها عن بعض بمسافات صغيرة جداً (اعتيادياً بحدود 10^{-3} eV) وبذلك تقع أطياها في منطقة الموجات الدقيقة microwave (بأطوال موجية محصورة بين 0.1 mm الى 1 cm) . ومستويات الطاقة الاهتزازية vibrational energy تكون منفصلة بعضها عن بعض بطاقات اكبر نوعاً ما (اعتيادياً بحدود 0.1 eV) ، وبذلك فان الاطياف الناتجة عنها تقع في منطقة الاشعة دون الحمراء infrared (بأطوال موجية محصورة بين 10,000 Å الى 0.1 mm) . اما مستويات الطاقة الالكترونية للجزيئة

Molecular electronic energies فتكون عالية . ففرق الطاقة بين هذه المستويات يساوي عدة eV في حالة الالكترونات التساهمية ؛ وعليه تقع الاطيف الناتجة عنها في منطقة الاشعة المرئية visible والاشعة فوق البنفسجية ultraviolet . ويمكن الحصول على معلومات دقيقة عن المسافات الفاصلة بين الذرات ، وثابت القوة ، وزوايا الترابط . من دراسة أطيف الجزيئات . وللسهولة ستقتصر في دراستنا على جزيئات ثنائية الذرات : والفكرة الأساسية تبقى نفسها للجزيئات الأكثر تعقيدا .

ان مستويات الطاقة الدنيا لجزيئات ثنائية الذرات ، تنتج من دوران الجزيئة حول مركز كتلتها center of mass . فيمكننا ان نتصور هذه الجزيئات تتكون من ذرتين كتليتهما m_1 و m_2 على مسافة R بينهما (لاحظ الشكل (٨-١)) . ان العزم القصور الذاتي moment of inertia لهذه الجزيئة ، حول محور يمر خلال مركز كتلتها وعموديا على الخط الواصل بين الذرتين ، هو :

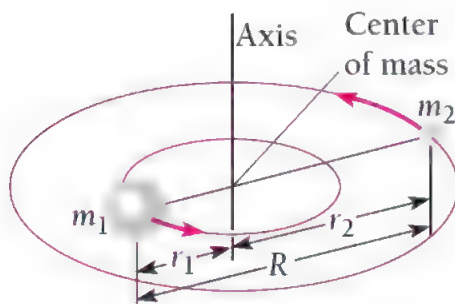
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \quad (٨ - ٢)$$

حيث r_1 و r_2 تمثلان ، على التوالي ، بعد الذرتين ١ و ٢ عن مركز الكتلة . ولكن لدينا من تعريف مركز الكتلة ، ان :

$$m_1 r_1 = m_2 r_2 \quad (٨ - ٣)$$

ولذا نجد عزم القصور الذاتي ياخذ الصيغة :

$$I = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) (r_1 + r_2)^2 = m' R^2 \quad (٨ - ٤)$$



الشكل (٨-٢) جزيئة ثنائية الذرات تدور حول مركز كتلتها .

حيث

$$\text{الكتلة المصغرة} \quad m' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (٨ - ٥)$$

تمثل الكتلة المصغرة reduced mass للجزيئة والتي مر ذكرها في البند (٤-٩)

فالمعادلة (٨-٤) تنص على ان دوران جزيئة ثنائية الذرات ، يكافئ دوران جسيم كتلته m وينصف قطر دوران R .

والزخم الزاوي (angular momentum) للجزيئة باخذ الصيغة :

$$L = I\omega \quad (٨-٦)$$

حيث ω السرعة الزاوية angular velocity للجسيم . ولكن من المعروف ان الزخم الزاوي هو كمّي quantized . فلو عبرنا عن العدد الكمي الدوراني rotational quantum number J ، يكون لدينا :

$$L = \sqrt{J(J+1)}\hbar \quad J = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (٨-٧)$$

وكذلك لدينا الطاقة الدورانية للجزيئة هي : $\frac{1}{2}I\omega^2$. وعليه فمستويات الطاقة تكون :

$$\begin{aligned} E_J &= \frac{1}{2}I\omega^2 \\ &= \frac{L^2}{2I} \\ &= \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I} \end{aligned} \quad (٨-٨)$$

دعنا نتعرف على مستويات الطاقة والسرعة الزاوية الناتجة عن دوران الجزيئات . ان المسافة R بين ذرتي جزيئة اول اوكسيد الكربون تساوي 1.13 \AA ، وكتلة ^{16}O و ^{12}C . $1.99 \times 10^{-26} \text{ kg}$ ، $2.66 \times 10^{-26} \text{ kg}$ ، على التوالي وعليه فالكتلة المصغرة m' لجزيئة CO تكون :

$$\begin{aligned} m' &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{1.99 \times 2.66}{1.99 + 2.66} \times 10^{-26} \text{ kg} \\ &= 1.14 \times 10^{-26} \text{ kg} \end{aligned}$$

على حين ان عزم قصورها الذاتي I يساوي :

$$\begin{aligned} I &= m'R^2 \\ &= 1.14 \times 10^{-26} \text{ kg} \times (1.13 \times 10^{-10} \text{ m})^2 \\ &= 1.46 \times 10^{-46} \text{ kg-m}^2 \end{aligned}$$

فطاقة اول مستوى متجهج في جزيئة CO

$$\begin{aligned} E_{J=1} &= \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I} = \frac{\hbar^2}{I} \\ &= \frac{(1.054 \times 10^{-34} \text{ J-s})^2}{1.46 \times 10^{-46} \text{ kg-m}^2} \\ &= 7.61 \times 10^{-23} \text{ J} \\ &= 5.07 \times 10^{-4} \text{ eV} \end{aligned}$$

وهذه الطاقة ليست بكمية كبيرة . ولذا عند درجة حرارة الغرفة (حيث $kT \approx 2.6 \times 10^{-2} \text{ eV}$) تكون جميع جزيئات CO تقريبا ، من عينة غاز اول اوكسيد الكربون ، في حالات دورانية متهيجة . واما السرعة الزاوية لجزيئة CO للحالة $J = 1$ فهي :

$$\begin{aligned}\omega &= \sqrt{\frac{2E}{I}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 7.61 \times 10^{-23} \text{ J}}{1.46 \times 10^{-46} \text{ kg-m}^2}} \\ &= 3.23 \times 10^{11} \text{ rad/s}\end{aligned}$$

لقد درسنا لحد الان دوران جزيئات ثنائية الذرات حول محور عمودي على محور تناظرها (الشكل ٨-٢١) . فما تأثير دوران الجزيئات حول محور التناظر نفسه ؟ ان هذه الحركة يمكن اهمالها ، والسبب في ذلك ان كتلة الذرات تكون متمركزة تقريبا في نواها ، والتي تكون انصاف اقطارها $\sim 10^{-4}$ فقط من انصاف اقطار الذرات نفسها . وعليه يكون الجزء الاعظم من عزم القصور الذاتي لجزيئة ثنائية الذرات حول محور تناظرها ، ناتج من الالكترونات فقط . ان هذه الالكترونات تتمركز في منطقة ، حول المحور ، نصف قطرها يساوي تقريبا نصف المسافة R بين الذرتين . على حين ان مجموع كتل هذه الالكترونات هو فقط $\frac{1}{1836}$ من كتلة الجزيئة . ولما كانت مستويات الطاقة الدورانية تتناسب مع $1/I$ ، يتضح ان الدوران حول محور التناظر ، يتضمن طاقات $\sim 10^4$ مرة بقدر E للحالة الدورانية التي درسناها سابقا (الشكل ٨-٢١) . وعليه فدوران جزيئة ثنائية الذرات حول محور تناظرها يتضمن طاقات تزيد عن عدة الكيلو — فولت . ولما كانت طاقة ترابط الجزيئات هي بحدود هي القيم . فانه من المحتمل ان تتحلل الجزيئات قبل تهيج الحالة الدورانية حول محور التناظر .

ان الاطيف الدورية Rotational spectra تنتج من الانتقالات بين مستويات الطاقة الدورانية . في هذه الانتقالات ، يمكن الجزيئات التي لها عزم ثنائي القطب الكهربائي فقط ، ان تمتص او تبعث موجات كهرومغناطيسية . وهذا يعني ان الجزيئات ثنائية الذرات غير القطبية nonpolar diatomic molecules ، مثل H_2 ، وجزيئات متناظرة متعددة الذرات ، مثل CO_2 ($O=C=O$) و CH_4 (الشكل ٨-١٦) ، لا تظهر اطيافا دورانية . (ومع هذا فيمكن ان تحدث الانتقالات بين الحالات الدورانية في الجزيئات مثل H_2 ، CO_2 و CH_4 ، خلال عمليات التصادم) ونضيف الى ذلك ، حتى في الجزيئات التي تمتلك عزم ثنائي قطب كهربائي دائم ، فليس جميع الانتقالات بين الحالات الدورانية هو ممكن (ذلك كما هو الحال للاطيف الذرية atomic spectra (البند ٦-١٠) . فهناك قواعد اختيار selection rules معينة تحدد شروط الانتقال بين الحالات الدورانية . ان قاعدة الاختيار للانتقال بين الحالات الدورانية ، لجزيئات متماسكة rigid ثنائية الذرات ،

$$\Delta J = \pm 1$$

هي
(٨-٩)

ومن الناحية العملية نشاهد الاطيفاء الدورانية دائما في عملية الامتصاص absorption . فتتضمن الاطيفاء الدورانية المشاهدة تغيرا في العدد الكمي الدوراني rotational quantum number من J الى $J + 1$. وحالة جزيئة متماسكة ،

تردد الفوتون المطلوب لعملية التهيج هو :

$$\nu_{J \rightarrow J+1} = \frac{\Delta E}{h} = \frac{E_{J+1} - E_J}{h}$$

الاطيفاء الدورانية

$$= \frac{\hbar}{2\pi I} (J + 1)$$

(٨-١٠)

حيث I عزم القصور الذاتي للدوران المبين في الشكل (٨-٢١) . وعليه يتكون طيف جزيئة متماسكة ثنائية الذرات من خطوط متساوية الابعاد كالمبين في الشكل (٨-٢٢) . ومن الممكن قياس تردد الخطوط ، ومن تسلسل الخطوط يمكن معرفة قيمة I المناسبة . فمن هذه القياسات نستطيع ان نحصل على قيمة عزم القصور الذاتي للجزيئة . او بطريقة اخرى ، اذا كان مقياس الطيف spectrometer لايسجل لنا تردد اوطا خط في الطيف ، فيمكننا حساب عزم القصور الذاتي من فرق ترددي اي خطين متجاورين في الطيف . ففي حالة جزيئة CO ، ان خط الامتصاص absorption line التابع للانتقال $J = 0 \rightarrow J = 1$ يحدث عند تردد 1.153×10^{11} Hz . ولهذا فان :

$$I_{CO} = \frac{\hbar}{2\pi\nu} (J + 1)$$

$$= \frac{1.054 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{2\pi \times 1.153 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}}$$

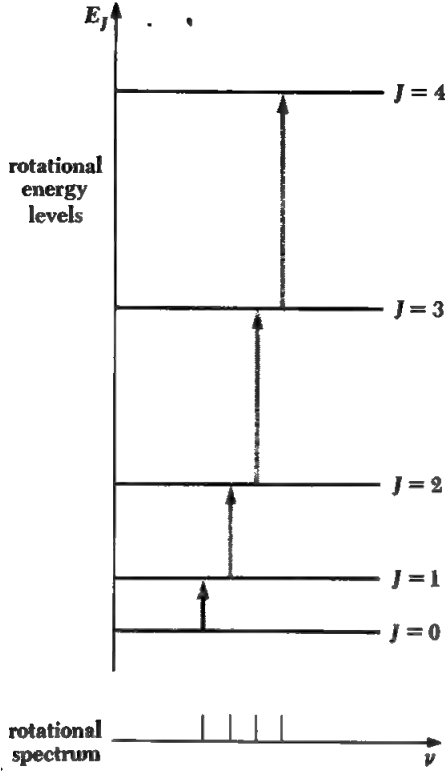
$$= 1.46 \times 10^{-46} \text{ kg-m}^2$$

لما كانت الكتلة المصغرة لجزيئة CO تساوي 1.14×10^{-26} ، نستنتج ان طول الاصرة R_{CO} هو $\sqrt{I/m} = 1.13 \text{ \AA}$. وهذه الطريقة ، في الحقيقة ، هي التي تم بواسطتها قياس طول اصرة CO الوارد ذكرها سابقا .

VIBRATIONAL ENERGY LEVELS

٨-٩ مستويات الطاقة الاهتزازية

في حالات التهيج العالية تكتسب الجزيئة طاقة اهتزازية اضافة الى اكتسابها طاقة دورانية . وكما في حالة الحركة الدورانية ، ندرس هنا مستويات الطاقة الاهتزازية لجزيئات ثنائية الذرات فقط . فالشكل (٨-٢٣) يبين كيفية تغير الطاقة الكامنة لجزيئة مع المسافة R بين نواتي الذرتين . ان شكل المنحني قرب القيمة الدنيا ، التي عندها تكون الجزيئة في حالة توازن ، ياخذ شكلا يشبه الى حد كبير شكل قطع مكافئ parabola .



الشكل (٨-٢٢) مستويات الطاقة وخطوط الطيف الدوراني للجزيئة .

وعليه نجد في هذه المنطقة أن :

$$V = V_0 + \frac{1}{2}k(R - R_0)^2 \quad (٨-١١)$$

حيث R_0 مسافة التوازن بين الذرتين . أما القوة بين الذرتين فيمكن حسابها من تفاضل V :

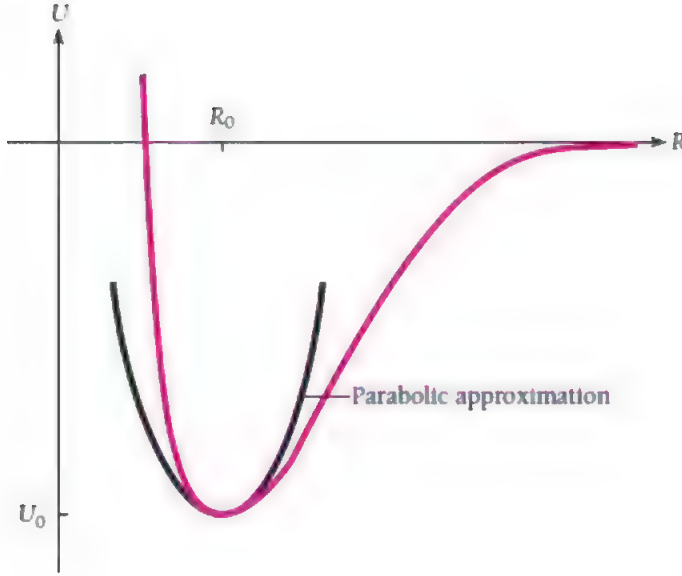
$$F = -\frac{dV}{dR} \\ = -k(R - R_0) \quad (٨-١٢)$$

وهذه القوة تشابه تماماً القوة المعيدة restoring force التي يبذلها نابض مضغوط أو ممدود ، والذي يتبع قانون هوك Hooke's law . وكما في حالة نابض ، فجزئية متهيجة تخضع لحركة توافقية بسيطة .

ومن الناحية الكلاسيكية ، ان تردد جسم كتلته m متصل بنابض ثابت قوته k ، هو

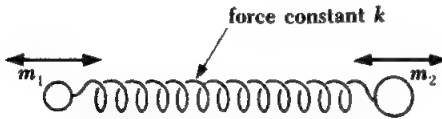
$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (٨-١٣)$$

ان الحالة تختلف نوعاً ما في الجزيئات ثنائية الذرات . فهذه الحالة تكافئ كتلتان m_1 و m_2



الشكل (٢٣-٨) الطاقة الكامنة لجزيئة ثنائية الذرات كدالة للمسافة بين النواتين .

متصلتان بنابض ، كما في الشكل (٨-٢٤) . في حالة عدم وجود قوى خارجية ، يبقى الزخم الخطي الكلي للنظام ثابتاً ، لأن اهتزاز الجسمين لا يستطيع ان يؤثر على حركة مركز كتلتهما . وعليه فإن m_1 و m_2 يتذبذبان ذهاباً وإياباً بالنسبة لمركز الكتلة باتجاهين متعاكسين ، وكلاهما يصلان الى مديهما الأقصى في نفس اللحظة . ان المعادلة (٨-١٣) تعطينا ذبذبة هذين الجسمين بعد التعويض عن الكتلة m بالكتلة المصغرة m' :



الشكل (٢٤-٨) متذبذب ذوجسمين

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m'}} \quad (٨-١٤)$$

وعند حل مسألة المتذبذب التوافقي harmonic-oscillator وفق النظرية الكمية . كما بيناه في الفصل الخامس ، نجد أن طاقات المتذبذب تتحدد بالقيم

$$E_v = (v + \frac{1}{2}) h\nu_0 \quad (٨-١٥)$$

حيث v ، يدعى بالعدد الكمي للذبذبة vibrational quantum number ويأخذ القيم $v = 0, 1, 2, 3, \dots$

ان ادنى طاقة اهتزازية ($v = 0$) تساوي $\frac{1}{2}h\nu_0$. وهذا المقدار يختلف عن القيمة الكلاسيكية التي تساوي صفراً. ان النتيجة الكمية هي على توافق تام مع مبدأ عدم التحديد uncertainty principle. حيث لو كانت طاقة الجسيم تساوي صفراً، لنتج ان زخمه ايضاً يساوي صفراً، وبالتالي أن مقدار عدم التحديد في الزخم $\Delta x = 0$. وباستخدام مبدأ عدم التحديد $\Delta x \Delta p \sim \frac{h}{2}$ ، سوف يكون Δx ما لانهاية. أي أن المتذبذب سوف يكون في حالة تفكك كامل. فعلى ضوء المعادلة (٨-١٤)، فإن مستويات الطاقة الاهتزازية لجزيئة ثنائية الذرات تتحدد بالمعادلة

$$E_v = (v + \frac{1}{2}) \hbar \sqrt{\frac{k}{m'}} \quad (٨-١٦)$$

فدعنا نحسب تردد ذبذبة جزيئة CO والفواصل بين مستويات الطاقة الاهتزازية. ان ثابت القوة k للآصرة في CO يساوي 187 N/m (أي 10 lb/in.) وهذه القيمة لا تختلف كثيراً عن قيمة ثابت نابض اعتيادي) والكتلة المصغرة لجزيئة CO تساوي $1.14 \times 10^{-26} \text{ kg}$. (البند ٨-٨). وعليه يكونه تردد الذبذبة :

$$\begin{aligned} \nu_0 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m'}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{187 \text{ N/m}}{1.14 \times 10^{-26} \text{ kg}}} \\ &= 2.04 \times 10^{13} \text{ Hz} \end{aligned}$$

والفواصل بين مستويات الطاقة الاهتزازية في CO تكون :

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_{v+1} - E_v = h\nu_0 \\ &= 6.63 \times 10^{-34} \text{ J-s} \times 2.04 \times 10^{13} \text{ s}^{-1} \\ &= 8.44 \times 10^{-2} \text{ eV} \end{aligned}$$

وهذه الطاقة اكبر بكثير من الفواصل بين مستويات الطاقة الدورانية. لما كانت $\Delta E > kT$ للمستويات الطاقة الاهتزازية لعينة من CO في درجة حرارة الغرفة، نجد ان معظم الجزيئات في العينة تكون عند الحالة $v = 0$ ، حيث تكون هذه الجزيئات عند الطاقة الدنيا zero-point energy. وهذه النتيجة تختلف تماماً مما هي عليه للحركة الدورانية،

حيث نتيجة لصغر الفواصل بين الطاقات الدورانية، نجد ان معظم جزيئات عينة من الغاز عند درجة حرارة الغرفة، تكون في حالات دورانية متهيجة عالية.

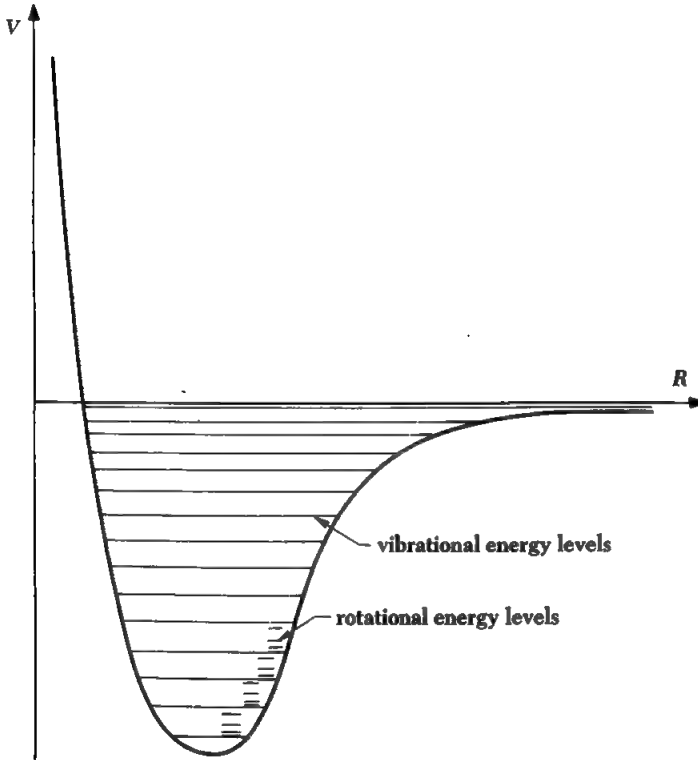
مستويات الطاقة الاهتزازية العالية لجزيئة تتبع المعادلة (٨-١٥). ذلك لان منحني الطاقة الكامنة لا يتبع شكل القطع المكافئ عند الطاقات العالية. والحقيقة هي ان الفواصل بين مستويات الطاقة المتجاورة لقيم v الكبير، تكون اقل من الفواصل عند قيم v الصغيرة. لاحظ الشكل (٨-٢٥) يوضح ايضاً التركيب الدقيق fine structure لمستويات

الاهتزازية نتيجة للتهيج الآني لمستويات الطاقة الدورانية .

ونحت فرض تقريب الجزيئة كمتذبذب توافق harmonic oscillator approximation

تكون قاعدة الاختيار بين مستويات التذبذب هي : $\Delta v = \pm 1$.

ونستطيع بسهولة فهم هذه القاعدة ؛ وهي ان ثنائي قطب كهربائي يتذبذب بتردد ν_0 ، يمكنه فقط ان يمتص او يبعث اشعاعات كهرومغناطيسية بنفس التردد ν_0 فقط . ولكن طاقة فوتون تردده ν_0 هي $h\nu_0$. وعليه ان ثنائي قطب كهربائي



الشكل (٨-٢٥) الطاقة الكامنة لجزيئة ثنائية الذرات كدالة للمسافة بين النواتين ، مينا في الشكل مستويات الطاقة الدورانية والاهتزازية .

متذبذب يستطيع ان يمتص طاقة $\Delta E = h\nu_0$ في كل مرة ، وبذلك تزداد طاقته من $(v + \frac{1}{2})h\nu_0$ الى $(v + \frac{1}{2} + 1)h\nu_0$. وثنائي القطب يمكنه ايضاً ان يبعث طاقة مقدارها $\Delta E = h\nu_0$ فقط في كل مرة ، وبذلك تقل طاقته من $(v + \frac{1}{2})h\nu_0$ الى $(v + \frac{1}{2} - 1)h\nu_0$. فمن هذه الملاحظات نحصل على قاعدة الاختيار $\Delta v = \pm 1$

أن أطيف الحركة الاهتزازية النقية يمكن مشاهدتها في حالة السوائل فقط ، ذلك لأن التصادم بين الجزيئات المتجاورة يمنع الحركات الدورانية . ومن ناحية أخرى ، لما كانت طاقات التهييج للحركة الدورانية أقل بكثير مما هي عليه للحالة الاهتزازية ، نجد أن الجزيئات الطليقة في الغازات أو الأبخرة تكون دائماً في حركة دورانية ، بغض النظر عن حالتها الاهتزازية . وأطيف هذه الجزيئات لا تظهر خطوطاً متميزة للحركة الدورانية المختلفة التي تصحب مستويات الحركة الاهتزازية . فلو كان مقياس الطيف spectrometer المستخدم ذي قوة تحليل غير جيدة ، فإن الخطوط المتقاربة تظهر على شكل خط عريض واحد يدعى بحزمة الدوران - الاهتزاز .

vibration-rotation band.

وكتقريب أولي ، يمكننا أن نفترض أن تذبذب ودوران جزيئة يحددان من دون أن يتأثر بعضهما بالآخر . وفي هذا التقريب يمكننا أيضاً إهمال تأثيرات القوة المركزية ، وتباين منحني الطاقة الكامنة من منحني التذبذب التوافقي البسيط . فضمن هذه التقريبات ، تتحدد مستويات الطاقة لجزيئة ثنائية الذرات بالعلاقة :

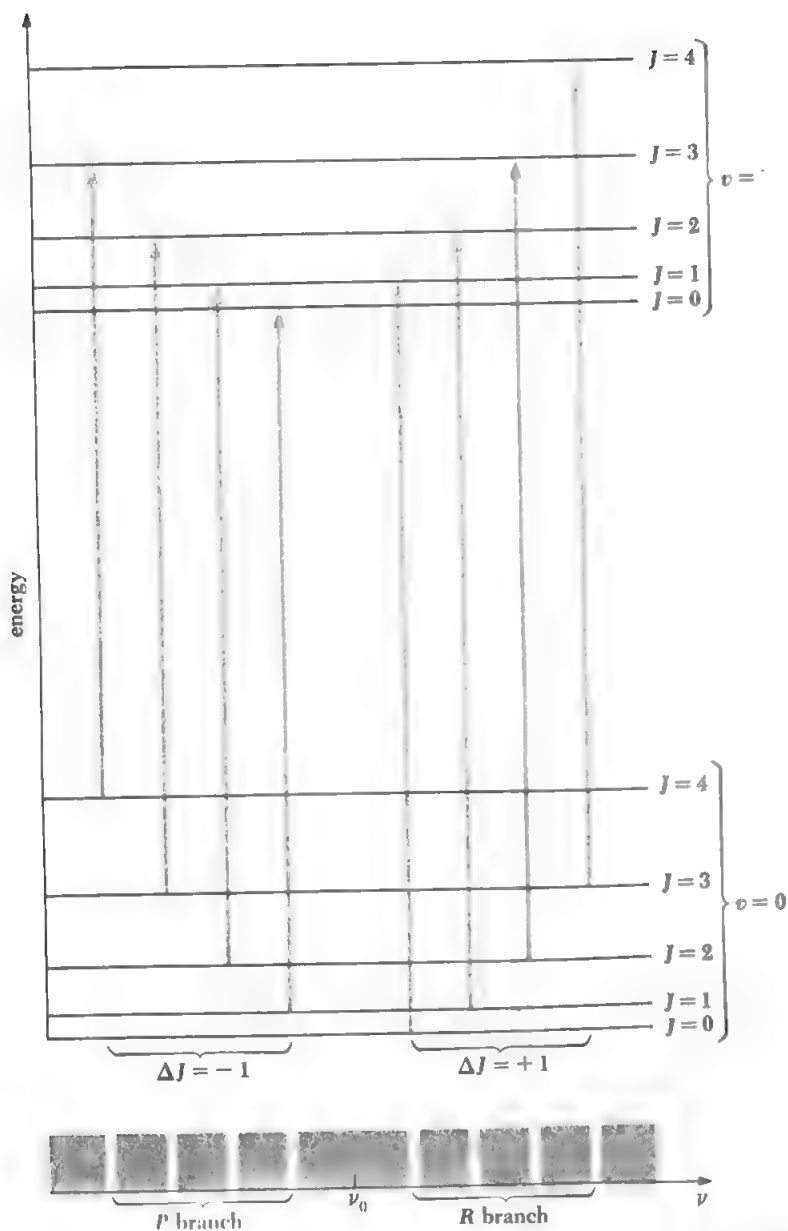
$$E_{v,J} = (v + \frac{1}{2}) \hbar \sqrt{\frac{k}{m'}} + J(J+1) \frac{\hbar^2}{2I} \quad (١٧-٨)$$

فالشكل (٢٦-٨) يبين مستويات الطاقة لجزيئة ثنائية الذرات عند $v=0$ و $v=1$. متداخلة معهما مستويات الطاقة الدورانية التابعة لـ $J = 0, 1, 2, 3, 4$ ويوضح الشكل أيضاً طيف خطوط الامتصاص منسجمة مع قاعدتي الاختيار : $\Delta v = +1$ و $\Delta J = \pm 1$. فالانتقالات من $v=0$ إلى $v=1$ تقع في مجموعتين : مجموعة P branch ، والتي فيها $\Delta J = -1$ (أي ، $J \rightarrow J-1$) ؛ ومجموعة R branch ، والتي فيها $\Delta J = +1$ (أي ، $J \rightarrow J+1$) . نستطيع من المعادلة (١٧-٨) حساب ترددات خطوط الطيف في كل من المجموعتين .

$$\begin{aligned} \nu_P &= E_{1,J-1} - E_{0,J} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m'}} + [(J-1)J - J(J+1)] \frac{\hbar^2}{4\pi I} \\ &= \nu_0 - J \frac{\hbar^2}{2\pi I} \quad J = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (١٨-٨) \text{ المجموعة } P$$

و

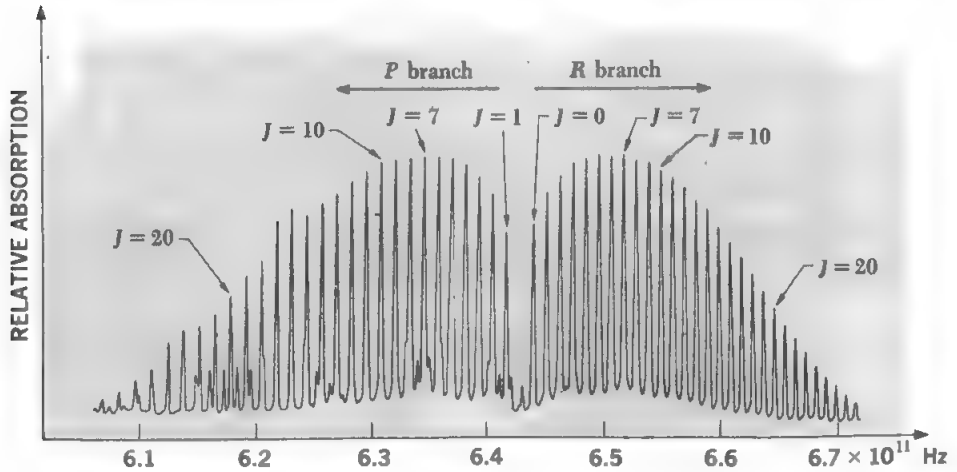
$$\begin{aligned} \nu_R &= E_{1,J+1} - E_{0,J} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m'}} + [(J+1)(J+2) - J(J+1)] \frac{\hbar^2}{4\pi I} \\ &= \nu_0 + (J+1) \frac{\hbar^2}{2\pi I} \quad J = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (١٩-٨) \text{ المجموعة } R$$



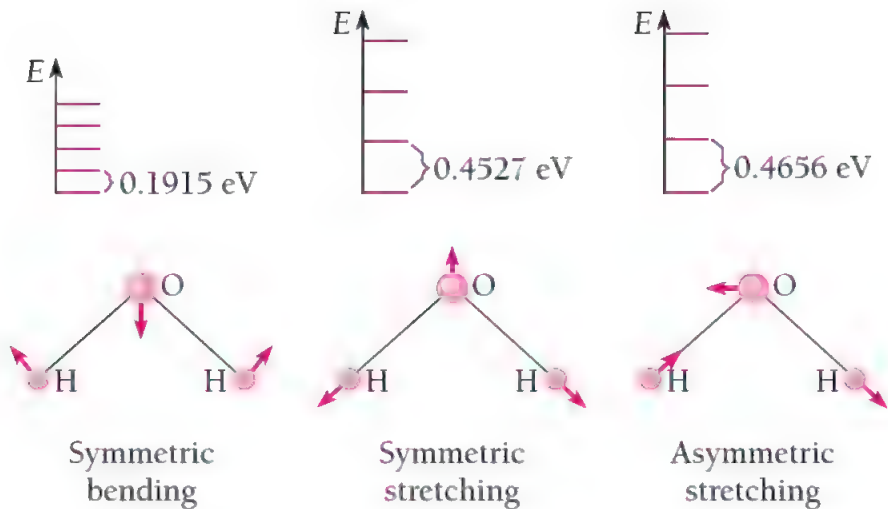
الشكل (٨-٢٦) خطوط الامتصاص للطيف الدوراني التابع للانتقالات $v=0 \rightarrow v=1$ لجزيئة ثنائية الذرات . نلاحظ انه ليس هناك خط امتصاص عند $\nu = \nu_0$ (المجموعة Q) وذلك نتيجة لقاعدة الاختيار $\Delta J = \pm 1$.

ليس هناك خط طيف عند $\nu = \nu_0$ ، ذلك لان الانتقالات التابعة لـ $\Delta J = 0$ هي ممنوعة forbidden في جزيئات ثنائية الذرات . فالفاصل بين الخطوط في كل من المجموعتين P و R تكون $\Delta \nu = \hbar/2\pi I$. وعلى هذا ، فيمكن حساب عزم القصور الذاتي لجزيئة من طيف الدوران - الاهتزاز في منطقة الاشعة تحت الحمراء . او من طيف الدوران النقي في منطقة الموجات الدقيقة .

الشكل (٨ - ٢٧) يوضح حزمة الامتصاص لجزيئة CO. لطيف الدوران - الاهتزاز vibration-rotation spectrum التابع للانتقال $v = 0 \rightarrow v = 1$. ان جزيئة تتألف من عدد كبير من الذرات يمكن ان يكون لها عدد مختلف من الاهتزازات الاساس . قسم من هذه الاهتزازات يشمل الجزيئة ككل . قسم آخر يخص مجموعة من الذرات ، من دون ان يؤثر على بقية الجزيئة . فمثلاً ان المجموعة (-OH) . في جزيئة ، لها تردد خاص مقداره 1.1×10^{14} Hz والمجموعة (-NH₂) لها تردد خاص مقداره 1.0×10^{14} Hz . والتردد الخاص لمجموعة متكونة من ذرتي كربون تعتمد على عدد الاوصار بينهما : المجموعة >C-C< تتذبذب بتردد مقداره 3.3×10^{13} Hz . والمجموعة C=C تتذبذب بتردد مقداره حوالي 5.0×10^{13} Hz . على حين تتذبذب المجموعة $\text{-C}\equiv\text{C-}$ بتردد مقداره حوالي 6.7×10^{13} Hz . (لاحظ الشكلين ٨-٢٨ و ٨-٢٩) . فكما هو متوقع . كلما زاد عدد الاوصار بين ذرتي الكربون زاد ثابت القوة k . وبالتالي تردد المجموعة (. ففي كل حالة لا يعتمد التردد على الجزيئة او على موقع المجموعة في الجزيئة . وهذه الصفة تجعل اطيف التذبذب وسيلة ثمينة لتحديد تركيب الجزيئات

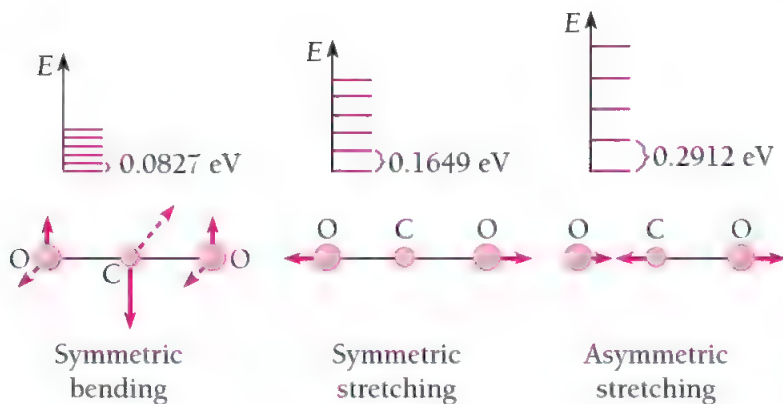


الشكل (٨ - ٢٧) التحليل الدقيق لحزمة امتصاص طيف الدوران - الاهتزاز التابعة للانتقال $v = 0 \rightarrow v = 1$ لجزيئة CO للخطوط مؤشرة بـ قيم CO للمعالة الدورانية الابتدائية .



الشكل (٢٨-٨) الاهتزازات الاساس لجزيئة H_2O ومستويات الطاقة لكل اهتزاز .

ومثال ذلك ، حامض الخليك الكبريتي thioacetic acid ، الذي نتوقع أن يكون تركيبه إما CH_3CO-SH أو CH_3CS-OH . إن طيف الامتصاص في المنطقة تحت الحمراء لحامض الخليك الكبريتي ، يتضمن خطوطاً عند ترددات تساوي تردد اهتزاز المجموعتين $>C=O$ و $-SH$ ولكن ليس هناك خطوط تابعة للمجموعة $>C=S$ او المجموعة $-OH$. وعليه فان الاحتمال الاول لتركيب حامض الخليك الكبريتي هو الصحيح .



الشكل (٢٩-٨) الاهتزازات الاساس لجزيئة CO_2 ومستويات الطاقة لكل اهتزاز . ان اهتزاز الانحناء يمكن أن يحدث في مستويين متعامدين .

٨-١٠ الأطياف الالكترونية للجزيئات

ELECTRONIC SPECTRA OF MOLECULES

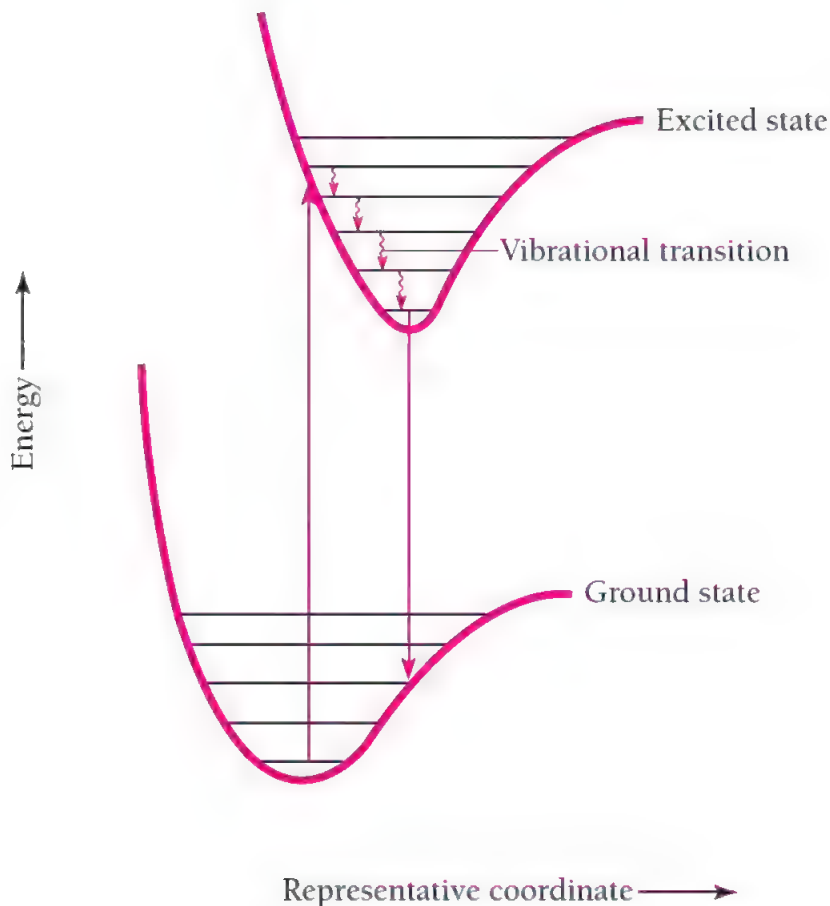
أنّ الطاقات الدورانية والاهتزازية في جزيئة ، تخص حركة نوى الذرات فقط ؛ ذلك لان هذه النوى تمتلك تقريباً جميع كتلة الجزيئة . ومن ناحية أخرى ، يمكن أيضاً للالكترونات الجزيئة ، أن تنتهيج الى مستويات طاقة اعلى بالنسبة الى الحالة الارضية للجزيئة . ولكن الفواصل بين مستويات هذه الطاقة اكبر بكثير من الفواصل بين مستويات الطاقة الدورانية أو الاهتزازية ، تؤدي الانتقالات الالكترونية *electronic transitions* الى اشعاعات في منطقة الاشعة المرئية او منطقة الاشعة فوق البنفسجية . وكل من هذه الانتقالات تظهر على شكل سلسلة من الخطوط المتقاربة جداً ، تدعى بالحزم *band* ، وذلك لوجود الحالات الدورانية والاهتزازية المختلفة التي تصحب كل حالة الكترونية (لاحظ الشكل ٤-١٢) . أن جميع الجزيئات ، بضمنها الجزيئات الثنائية المتشابهة النوى ، H_2 و N_2 . التي ليس لها اطياف دورانية واهتزازية ، لعدم امتلاكها عزم ثنائي قطب كهربائي دائم . لها اطياف الكترونية . ذلك لان الانتقالات الالكترونية دائماً تصحبها تغيرات في عزم ثنائي القطب الكهربائي ، الذي بدوره يساعد على الانتقالات بين المستويات الدورانية والاهتزازية المختلفة . وهذا يؤدي الى وجود التراكيب الدقيقة في الاطياف الالكترونية . أن هذه الصفة تساعدنا بصورة خاصة على تحديد عزوم القصور الذاتي ، وثوابت القوى للجزيئات الثنائية المتشابهة النوى .

ان التهيجات الالكترونية في الجزيئات متعددة الذرات *polyatomic molecule* تؤدي دائماً الى تغير في اشكالها . ويمكن تحديد هذه التغيرات من التركيب الدوراني الدقيق في حزم اطيافها الالكترونية . وأساس التغيرات في شكل هذه الجزيئات يرجع الى تباين دالات موجة الالكترونات للحالات المختلفة ، والتي تؤدي الى اواصر مختلفة . مثال ذلك الانتقال الالكتروني المحتمل في جزيئة تتضمن مدارات *sp* الهجينية . نحو مستوى الطاقة الاعلى الذي يتضمن مدارات *p* النقية . ومن الاشكال المبينة في بداية هذا الفصل . نجد ان الزاوية بين الاواصر في المدارات *sp* الهجينية لجزيئة BeH_2 هي 180° . حيث ان الجزيئة تأخذ الشكل الخطي ($H-Be-H$) ، على حين الزاوية بين الاواصر المتكونة من مدارات *p* النقية هي 90° ، وبذلك فأخذ الجزيئة الشكل المنحني $(H-Be)$

$$\begin{array}{c} H \\ | \\ H-Be \end{array}$$

وهناك طرق متعددة للجزيئة ، التي في حالة الكترونية متهيجة ، ان تفقد طاقتها وترجع الى الحالة الارضية . فيمكن للجزيئة بطبيعة الحال ان تبعث فوتون له نفس تردد

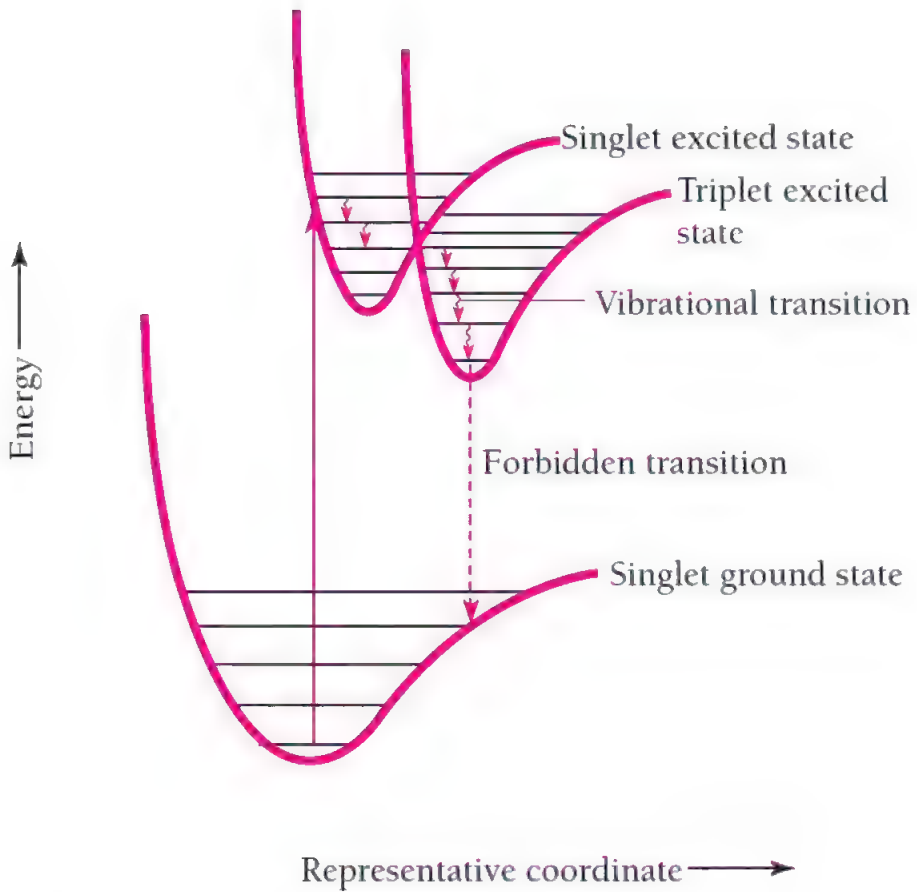
الفوتون الممتص خلال عملية التهيج . وبهذه الوسيلة ترجع الجزيئة الى الحالة الارضية بقفزة واحدة . والاحتمالية الاخرى هي التفسفر *fluorescence* : يمكن للجزيئة ان تفقد بعض طاقتها الاهتزازية بالتصادم مع جزيئات أخرى ، وبذلك فان الانتقال الاشعاعي *radiative transition* يبدأ من مستويات اهتزازية دنيا تابعة للمستوى الالكتروني الاعلى (الشكل ٨-٣٠) . ولذا فان اشعاعات التفسفر تكون ذات ترددات أقل من تردد



الشكل (٨-٣٠) منشأ التفسفر

الاشعاعات الممتصة . الى مستوى ثلاثي *triplet* متتهيج ($S = 1$) ، من غير ان تبعث اشعاعات . وتصادمات اضافية للجزيئة وهي في الحالة الثلاثية ، تجلبها الى وضعية غير

متداخلة مع الحالة الاحادية ، حيث تصل الجزيئة بالتالي الى الحالة ($S = 0$) . وعند ذلك تبقى الجزيئة مقيدة trapped في الحالة الثلاثية ، ولا يستطيع الانتقال الى الحالة الاصلية بواسطة اصطدامات اضافية . ووفق قاعدة الاختيار ، يكون الانتقال اشعاعي ، من الحالة الثلاثية الى الحالة الاحادية ، ممنوعا (لاحظ البند (٧-١١)) معنى هذا ، في الحقيقة ، ان هناك احتمالا ضئيلا جداً لحدوث هذا الانتقال . اي ان مثل هذه الانتقالات لها عمر نصف طويل جدا . ونتيجة لذلك فان الاشعاعات الفوسفورية تبعث بدقائق ، حتى وساعات ، بعد الامتصاص الاولي للاشعاعات .



الشكل (٨-٣١) منشأ التفسفر ، تأخر الانتقالات النهائية ذلك لأنها تناقض قاعدة الاختيار للانتقالات الالكترونية .

تمرينات

٨-١ ما درجة الحرارة التي عندها يكون معدل الطاقة الحركية لجزيئات الهيدروجين يساوي طاقة ترابطها ؟

٨-٢ على الرغم من انه ليس هناك جزيئة He_2 مستقرة ، فان من الممكن ان يوجد أيون H_2^+ مستقر ، حيث ان طاقة ترابطه تساوي تقريبا طاقة ترابط He_2^+ . فسر هذه الظاهرة .

٨-٣ أي من F_2 ، او F_2^+ ، او F_2^- تتوقع ان يمتلك أعلى طاقة ترابط ؟ أقل طاقة ترابط ؟ .

٨-٤ طاقة تأين H_2 تساوي 15.7 eV في حين طاقة تأين H تساوي 13.6 ماسبب هذا التباين ؟ .

٨-٥ خط الامتصاص التابع للطيف الدوراني الناتج عن الانتقال $J=0 \rightarrow J=1$ في جزيئة $^{12}\text{C}^{16}\text{O}$ يكون عند التردد $1.153 \times 10^{11} \text{ Hz}$. على حين يكون هذا الخط في جزيئة $^{13}\text{C}^{16}\text{O}$ عند التردد $1.102 \times 10^{11} \text{ Hz}$ ، جد العدد الكلي لنظير الكربون المجهول .

٨-٦ أحسب مستويات الطاقة الدورانية الاربعة الدنيا للجزيئين H_2 و D_2 ، حيث تمثل ذرة الديوتريوم (الهيدروجين الثقيل ^2H) .

٨-٧ الطيف الدوراني لجزيئة HCl يتضمن الاطوال الموجية التالية :

$$12.03 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$9.60 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$8.04 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$6.89 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$6.04 \times 10^{-5} \text{ m}$$

فاذا كانت النظائر المتضمنة في الجزيئة هي ^1H و ^{35}Cl ، جد المسافة بين نواة الهيدروجين ونواة الكلور في هذه الجزيئة (لاحظ ان كتلة ^{35}Cl تساوي $5.81 \times 10^{-26} \text{ kg}$)

٨-٨ أحسب التردد الكلاسيكي classical frequency لدوران جسم صلب طاقته E_J (المعادلة ٨-٨) للحالتين $J=J$ و $J=J+1$ ، ثم أثبت أن تردد خط الطيف الناتج من الانتقال بين هاتين الحالتين يتوسط التردد الدوراني للحالتين .

٨-٩ جزيئة $^{200}\text{Hg}^{35}\text{Cl}$ تبعث فوتونا طول موجته 4.4-cm ، عندما تنتقل من الحالة الدورانية $J=1$ الى $J=0$. جد المسافة بين ذرتي هذه الجزيئة . (لاحظ ان كتلة كل من ^{35}Cl و ^{200}Hg هما $3.32 \times 10^{-25} \text{ kg}$ و $5.81 \times 10^{-26} \text{ kg}$) . على التوالي) .

٨ - ١٠ تصور ان جزيئة H_2 تشبه تماما مندبذب توافقي بسيط بثابت قوة 573 N/m .
فاذا علمت ان طاقة ترابط H_2 تساوي 4.5-eV ، احسب العدد الكمي الاهتزازي الذي يحصل عنده تفكك الجزيئة .

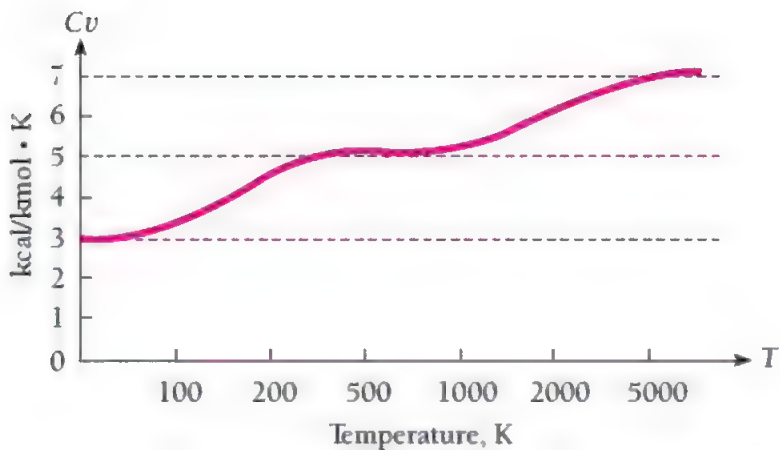
٨ - ١١ آصرة الترابط بين ذرة الهيدروجين والكلور في جزيئة $^1H^{35}Cl$ لها ثابت قوة 516 N/m . هل من الممكن ان تكون هناك حالات اهتزازية متهيجة لجزيئة HCl في درجة حرارة الغرفة ؟

٨ - ١٢ الوزن الذري للديوتريوم D الذي هو نظير الهيدروجين يساوي تقريبا ضعف الوزن الذري للهيدروجين الاعتيادي . أي الجزيئين H_2 او HD تكون طاقتها الدنيا (طاقة الصفر المطلق zero-point energy) أكبر ؟ كيف يؤثر هذا على طاقة الترابط لكل من الجزيئين ؟

٨ - ١٣ اذا علمت ان ثابت قوة $^1H^{19}F$ يساوي 966 N/m ، جد تردد اهتزاز الجزيئة .
٨ - ١٤ الشكل (٨ - ٣٢) يبين تغير الحرارة النوعية لجزيء غرامي molar specific (لاحظ ان مقياس احداثي درجات الحرارة هولوغارتمي) . ولما كانت كل درجة انطلاقة each degree of freedom (أي كل امكانية حركة تكتسب فيها الجزيئة طاقة) لجزيئة غاز ، تساهم تقريبا بـ 1 kcal/kmol K في الحرارة النوعية للغاز ، فيمكننا تفسير المنحني على ان الحركة

الانتقالية فقط ، بدرجات انطلاقتها الثلاث ، هي ممكنة لجزيئات الهيدروجين عند درجات الحرارة الواطئة جدا . وفي درجات حرارة أعلى نسبيا ، ترتفع الحرارة النوعية تقريبا الى 5 kcal/kmol K . وهذا يعني انه تتوفر الان درجتي انطلاقة اخرى . وعند درجات الحرارة العالية جداً ، تصبح الحرارة النوعية تقريبا 7 kcal/kmol K . التي تشير الى ان جزيئة الهيدروجين تكتسب درجتي انطلاقة اضافيتين . فالزوج الاول من درجات الانطلاقة الاضافية يمثل حركتين دورانيتين حول محورين عموديين على محور تناظر الجزيئة . في حين يمثل الزوج الثاني ، الحركة الاهتزازية التي فيها تكون الطاقة على شكلين : طاقة كامنة وطاقة حركية . (١) اثبت التفسير في اعلاه لشكل المنحني (٨ - ٣٢) ، وذلك بحساب درجتي الحرارة التي عندها kT تساوي اوطأ مستوى متهيج للطاقة الدورانية ، واطأ مستوى متهيج للطاقة الاهتزازية لجزيئة H_2 . افترض ان ثابت قوة الاصرة في H_2 يساوي 573 N/m ، والمسافة بين ذرتي الهيدروجين تساوي $7.42 \times 10^{-11} \text{ m}$. (عند درجة الحرارة الاولى ، تكون نصف الجزيئات تقريبا في حالة دورانية متهيجة ، على حين في درجة الحرارة الثانية تكون نصف الجزيئات تقريبا في حالة اهتزازية متهيجة) ، (ب) ولتبرير اهمال الطاقة الدورانية حول محور التناظر ، اخذ درجتي انطلاقة دورانية فقط ، احسب

درجة الحرارة التي عندها kT تساوي اوطاً طاقة دورانية منتهجة لجزيئة H_2 حول محور تناظرها . (ج) ما عدد الدورات التي تعملها جزيئة H_2 عند $J = 1$ و $v = 1$ لكل ذبذبة ؟



الشكل (٨ - ٣٢) الحرارة النوعية لجزيء غراممي من الهيدروجين عند حجم ثابت .

الفصل التاسع

الميكانيك الاحصائي

ان الميكانيك الاحصائي *statistical mechanics* يحاول ايجاد العلاقة بين الصفات العيانية *macroscopic* ، لمجموعة من الجسيمات والصفات المجهرية *microscopic* لنفس الجسيمات . وهذا الحقل من الفيزياء ، وكما يستدل من تسميته ، لا يهتم بالحركات الحقيقية أو التفاعلات بين الجسيمات المختلفة ، بل يدرس السلوك الأكثر احتمالاً لهذه الجسيمات . ففي الوقت الذي لا يدلنا الميكانيك الاحصائي على تاريخ حركة الجسيم ، فإنه يخبرنا عن احتمال وجوده في موقع وزخم معينين في لحظة معينة . ولما كان في الطبيعة عدد كبير من الظواهر تتضمن مجموعات كبيرة جداً من الجسيمات ، لذلك تتضح أهمية الوصف الاحصائي في الفيزياء . ونتيجة للاسس العامة للميكانيك الاحصائي . يمكن تطبيقه في المسائل الكلاسيكية : كحالة الجزيئات في غاز ، وفي مسائل ميكانيك الكم : كحالة الالكترونات الطليقة في المعادن أو فوتونات في حيز مغلق . والحقيقة هي ان الميكانيك الاحصائي يعد أحسن الوسائل المهمة في الفيزياء النظرية .

٩-١ قوانين التوزيع الاحصائي STATISTICAL DISTRIBUTION LAWS

سنستخدم الميكانيك الاحصائي لايجاد الطريقة الأكثر احتمالاً لتوزيع كمية معينة من الطاقة بين عدد من جسيمات متشابهة ، أي ايجاد عدد الجسيمات التي من المحتمل أن تكون عند طاقة ϵ_1 وعدد الجسيمات عند طاقة ϵ_2 ، وهكذا ، نفترض ان الجسيمات يتفاعل بعضها مع بعض أو مع جدران الوعاء الذي تكون موجودة فيه . بحيث يتكون توازن حراري *thermal equilibrium* . ولكن من دون أن نتيج علاقة محددة بين حركة الجسيمات المنفردة . ندرس هنا مجاميع لثلاثة أنواع مختلفة من الجسيمات .

١- جسيمات متشابهة لها أي برم كان ، لكنها متباعدة بعضها عن بعض بمسافات كافية ، بحيث يمكن تميز بعضها عن البعض الآخر ، ومثال ذلك هو الجزيئات الغازية . فهذه الجسيمات تتبع توزيع ماكسويل وبولتزمان *Maxwell-Boltzmann*

٢- جسيمات متشابهة ذات برم يساوي صفراً أو عدداً كاملاً ، ولا يمكن تميز بعضها عن الآخر . هذه الجسيمات لا تخضع لمبدأ الانفراد ولذا تتبع توزيع بوز وآينشتين Bose-Einstein . ان الفوتونات هي جسيمات بوز أو بوزونات ، ولذلك ستمكن من اشتقاق طيف الاشعة المنبعثة من جسم أسود black body باستخدام هذا التوزيع .

٣- جسيمات متشابهة ذات برم يساوي $\frac{1}{2}$ ، ولا يمكن تميز بعضها عن الآخر ، هذه الجسيمات تخضع لمبدأ الانفراد ، ولذا تتبع فيرمي وديراك Fermi-Dirac . والالكترونات هي جسيمات فيرمي او فيرميونات . ومن هذا ستمكن من دراسة حالة الالكترونات المطلوبة في المعادن باستخدام توزيع فيرمي وديراك .

٩-٢ فضاء الحالة PHASE SPACE

ان الحالة الكلاسيكية لنظام من جسيمات في لحظة معينة ، تتحدد بموقع وزخم كل من الجسيمات المكونة في تلك اللحظة . وبما أن كلاً من موقع وزخم جسيم هو متجه vectors بثلاث مركبات ، لذا علينا ان نعرف ست كميات لتحديد حالة كل جسيم .

$$x, y, z, p_x, p_y, p_z$$

ان موقع جسيم في الفضاء الاعتيادي ذي الابعاد الثلاثة ، يتحدد بالاحداثيات x, y, z . ومن الملائم أن نعلم هذه الفكرة بأن تصور فضاء ذا ستة ابعاد ، كل نقطة فيه لها ستة احداثيات هي : x, y, z, p_x, p_y, p_z . ان ادخال فكرة هذا الفضاء ، والذي يدعى بفضاء الحالة . سيساعدنا على دراسة الميكانيك الاحصائي بطريقة هندسية بسيطة ويجنبنا استخدام تحليلات خيالية . نقطة في فضاء الحالة تمثل موقعاً وزخماً معينين للجسيم ، على حين تمثل نقطة في الفضاء الاعتيادي موقع الجسيم فقط . وعليه فحالة كل جسيم تتحدد كلياً بنقطة في فضاء الحالة ، وحالة نظام من جسيمات تتحدد بتوزيع معين من النقاط في فضاء الحالة .

ان مبدأ عدم التحديد uncertainty principle يلزمنا توضيح معنى نقطة في فضاء الحالة . دعنا نقسم فضاء الحالة الى خلايا صغيرة ذات ستة ابعاد بطول أضلاع فتصغير الخلايا نصل تدريجياً الى نقطة في فضاء الحالة . ولكن حجم الخلية هو

$$\tau = dx dy dz dp_x dp_y dp_z$$

على حين لدينا ، حسب مبدأ عدم التحديد :

$$dx dp_x \geq \hbar$$

$$dy dp_y \geq \hbar$$

$$dz dp_z \geq \hbar$$

$$\tau \geq \hbar^3$$

ولذا نجد أن :

أي أن نقطة في فضاء الحالة هي في الحقيقة خلية حجمها الأدنى بحدود \hbar^3 . ومن هذا يتضح أنه علينا أن نتصور موقع الجسم في فضاء الحالة في خلية ذات حجم أدنى \hbar^3 مركزها النقطة x, y, z, p_x, p_y, p_z ، وليس بالضبط عند تلك النقطة .

ان تحليلات الخلية أكثر تفصيلاً تشير إلى أن حجم الخلية الدنيا هو \hbar^3 . وهذه النتيجة لا تتناقض مع مبدأ التحديد . لأن $\hbar^3 > \hbar^3$. وبصورة عامة . كل خلية في فضاء الحالة ذات عدد k من أحداثيات الموقع و k من أحداثيات الزخم ، تشغل حجماً \hbar^3 . ان مهمة الميكانيك الاحصائي هي تحديد كيفية توزيع الجسيمات المكونة لنظام معين بين خلايا فضاء الحالة .

ان مفهوم نقطة في فضاء الحالة ، باعتبارها حجماً غير متناه بالصغر ، ليس له معنى فيزيائي ؛ ذلك لأنه يناقض مبدأ عدم التحديد ، لكن تمثيل نقطة في فضاء الموقع أو فضاء الزخم كل على انفراد ، بحجم غير متناه بالصغر هو مقبول تماماً ؛ اذ يمكننا من حيث المبدأ أن نحدد موقع جسيم بدرجة غير متناهية في الدقة ، اذا قبلنا خطأ غير محدود في زخم الجسيم ، وبالعكس .

٩-٣ توزيع ماكسويل - بولتزمان MAXWELL-BOLTZMANN DISTRIBUTION

دعنا ندرس مجموعة N من الجزيئات تتحدد طاقتها بالقيم $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_i, \dots$ فهذه الطاقات يمكن أن تمثل حالات كمية منفصلة أو معدلات فترات طاقات مستمرة . وبصورة عامة يمكن لأكثر من خلية واحدة في فضاء الحالة أن تعود إلى طاقة معينة . والمطلوب ايجاد التوزيع الأكثر احتمالاً للجزيئات بين الطاقات المختلفة .

وهناك قاعدة اساس في الميكانيك الاحصائي تنص على أنه كلما زاد العدد W للطرق المختلفة لتوزيع الجزيئات بين الخلايا في فضاء الحالة عند طاقة كلية معينة ، كان احتمال التوزيع أكبر . وعليه فأعلى احتمال للتوزيع يكون عند القيمة القصوى لـ W . فخطوتنا الاولى هي ايجاد الصيغة العامة لـ W . ولنفترض أن هناك نفس الاحتمال لكل خلية في فضاء الحالة لأن تكون مشغولة . ان هذا الافتراض معقولاً ومع هذا فنتبره النهائي (كما هي الحال لمعادلة شرودينكر) يأتي من كون نتائج هذا الافتراض تتفق مع النتائج العملية .

اذا كان هناك عدد g_i من الخلايا تمتلك طاقة ϵ_i ، فعدد الحالات المختلفة التي فيها طاقة جزيئية تساوي ϵ_i هو g_i . عدد الطرق التي فيها جزيئتان يمتلكان طاقة ϵ_i هو g_i^2 ، وعدد طرق لـ n_i من الجزيئات أن تأخذ كل منها طاقة هو $(g_i)^{n_i}$. وعليه فعدد الطرق المختلفة لتوزيع N جزيئة بين طاقات مختلفة هو حاصل ضرب كميات ذات الصيغة

$(g_i)^{n_i}$ أي

$$(g_1)^{n_1}(g_2)^{n_2}(g_3)^{n_3} \dots$$

(١-٩)

في حين أن

$$\sum n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \dots = N$$

(٢-٩)

ان الكمية في المعادلة (١-٩) لاتساوي W ، ذلك أن علينا أن نأخذ بنظر الاعتبار التبادل الممكن permutations للجزيئات بين مستويات الطاقة المختلفة . والعدد الكلي للتبادل الممكن لـ N من الجزيئات هو $N!$ وعلى سبيل المثال ، لنأخذ أربع جزيئات a, b, c و d . فقيمة المقدار $4!$ هو

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

أي أن هناك أربعاً وعشرين طريقة لترتيب الجزيئات الأربع ، وهذه الطرق هي

| | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| $abcd$ | $bacd$ | $cabd$ | $dabc$ |
| $abdc$ | $badc$ | $cadb$ | $dacb$ |
| $acbd$ | $bcad$ | $cbad$ | $dbac$ |
| $acdb$ | $bcda$ | $cbda$ | $dbca$ |
| $adbc$ | $bdac$ | $cdab$ | $dcab$ |
| $adcb$ | $bdca$ | $cdba$ | $dcba$ |

وعندما يكون هناك أكثر من جزيئة في مستوى معين من الطاقة فإن تبادل بعضها مع بعض ليس له أهمية فيزيائية . فمثلا ، اذا كانت الجزيئات b, a, c في نفس مستوى الطاقة i ، فليس هناك فارق بين ترتيبها بالشكل cab, bac, bca, abc, cba ، إذ أن هذه الترتيبات الستة متكافئة ، وكل ما يهمنا هو أن $n_i = 3$. وعليه فكل n_i من الجزيئات في نفس المستوى i ، يتضمن $n_i!$ من التبادلات غير المهمة . فلو كان هناك n_1 من الجزيئات في المستوى ١ ، n_2 من الجزيئات في المستوى ٢ ، وهكذا ، لوجدنا أن هناك $n_1!n_2!n_3! \dots$ من التبادلات غير المهمة . فعدد التبادلات المهمة هو $N!$ مقسوما على عدد التبادلات غير المهمة في أعلاه ، أي :

$$\frac{N!}{n_1!n_2!n_3! \dots} \quad (٣-٩)$$

ان العدد الكلي للطرق المختلفة لتوزيع N من الجزيئات بين مستويات الطاقة الممكنة هو حاصل ضرب المعادلة (١-٩) والمعادلة (٣-٩) :

$$W = \frac{N!}{n_1!n_2!n_3! \dots} (g_1)^{n_1}(g_2)^{n_2}(g_3)^{n_3} \dots$$

نحسب الآن التوزيع الأكثر احتمالا ، والذي يتضمن أكبر قيمة لـ W . وكخطوة أولى نجد صيغة تقريبية ملائمة لمضروب عدد كبير . فمن العلاقة :

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots (4)(3)(2)$$

نجد أن اللوغاريتم الطبيعي لـ $n!$ هو

$$\ln n! = \ln 2 + \ln 3 + \ln 4 + \dots + \ln(n-1) + \ln n$$

الشكل (٩-١) يوضح تغير $\ln n$ مع n . إن المساحة تحت المنحني المدرج تمثل $\ln n!$.
 وحين يكون n عددا كبيرا جدا ، ينطبق المنحني المدرج والمنحني المستمر $\ln n$ بعضهما على بعض . وبذلك يمكننا حساب $\ln n!$ بتكامل $\ln n$ من $n=1$ الى $n=n$

$$\begin{aligned}\ln n! &= \int_1^n \ln n \, dn \\ &= n \ln n - n + 1\end{aligned}$$

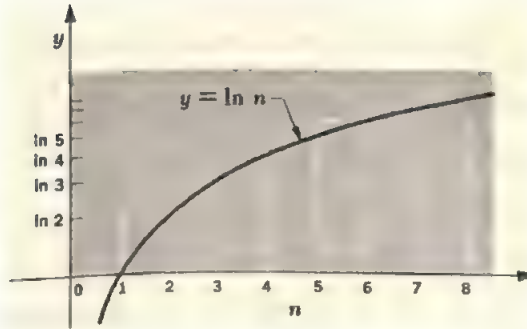
ولما كان $n \gg 1$ فيمكن إهمال 1 من العلاقة التي في أعلاه لنحصل على :

$$(٩-٥) \quad \ln n! = n \ln n - n \quad n \gg 1 \quad \text{معادلة سترلنك}$$

والمعادلة (٩-٥) تعرف بمعادلة سترلنك *Stirling*

فبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للمعادلة (٩ - ٤) نجد

$$\ln W = \ln N! - \sum \ln n_i + \sum n_i \ln g_i$$



الشكل (٩ - ١) المساحة تحت المنحني المدرج تساوي $\ln n!$ نلاحظ أنه عندما تكون n كبيرة جداً ، يقترب المنحني المدرج من المنحني المستمر . وبذلك يمكن إيجاد n من تكامل $\ln n!$ من $n=1$ الى $n=n$

وتساعدنا علاقة سترلنك على كتابة هذه المعادلة بالصيغة

$$\ln W = N \ln N - N - \sum n_i \ln n_i + \sum n_i + \sum n_i \ln g_i$$

ولكن :

$$\sum n_i = N,$$

لذلك نجد :

$$(٩-٦) \quad \ln W = N \ln N - \sum n_i \ln n_i + \sum n_i \ln g_i$$

ان المعادلة (٧-٩) تعطينا $\ln W$ بدلا من W نفسها ، الا ان هذه لا تشكل عقبة في حساباتنا ؛ لأن

$$(\ln W)_{\max} = \ln W_{\max}$$

ان التوزيع الأكثر احتمالا يتميز بـ $\delta W = 0$ ، عندما يتغير كل من n_i بمقدار صغير جداً : δn_i . (لو كانت كل من n_i تأخذ قيما مستمرة بدلا من اعداد صحيحة ، لكان شرط الحصول على أعلى احتمال هو أن $\partial W / \partial n_i = 0$) . واذا كان التغير في $\ln W$ الناتج عن التغير δn_i في n_i ، هو $\delta \ln W$ فإن

$$\delta \ln W_{\max} = -\sum n_i \delta \ln n_i - \sum \ln n_i \delta n_i + \sum \ln g_i \delta n_i = 0 \quad (٧-٩)$$

(لاحظ أن كل من $N \ln N$ كمية ثابتة ولذا يساوي تغيرهما صفراً) . ولكن :

$$\delta \ln n_i = \frac{1}{n_i} \delta n_i$$

وعليه فإن :

$$\sum n_i \delta \ln n_i = \sum \delta n_i$$

ومن ناحية أخرى ، ان العدد الكلي للجزيئات ثابت ، لذلك فإن المجموع $\sum \delta n_i$ ، لتغير اعداد الجزيئات في مستويات الطاقة المختلفة ، يجب أن يساوي صفراً . وهذا يعني أن :

$$\sum n_i \delta \ln n_i = 0$$

لذلك تأخذ المعادلة (٧-٩) الصيغة :

$$(٨-٩)$$

$$-\sum \ln n_i \delta n_i + \sum \ln g_i \delta n_i = 0$$

إن المعادلة (٨-٩) لا تحدد بصورة كاملة التوزيع المطلوب للجزيئات بين مستويات الطاقة . ولايجاد هذا التوزيع ، علينا أيضاً أن نأخذ بنظر الاعتبار كون عدد الجزيئات ثابتا :

$$\sum n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \dots = N \quad (٩-٩)$$

وكذلك قانون حفظ الطاقة :

$$\sum n_i \varepsilon_i = n_1 \varepsilon_1 + n_2 \varepsilon_2 + n_3 \varepsilon_3 + \dots = E \quad (٩-٩)$$

حيث أن E تمثل الطاقة الكلية للجزيئات . لذلك فالتغيرات δn_1 ، δn_2 ، في عدد الجزيئات في مستويات الطاقة المختلفة يعتمد بعضها على الآخر بحيث :

$$\sum \delta n_i = \delta n_1 + \delta n_2 + \delta n_3 + \dots = 0 \quad (١٠-٩)$$

$$\sum \varepsilon_i \delta n_i = \varepsilon_1 \delta n_1 + \varepsilon_2 \delta n_2 + \varepsilon_3 \delta n_3 + \dots = 0 \quad (١١-٩)$$

ولادخال هذين الشرطين في المعادلة (٨-٩) ، نستعمل طريقة لكرانج Lagrange وذلك باستعمال معاملات غير محددة . فنضرب المعادلة (١٠-٩) بـ $-\alpha$ والمعادلة (١١-٩)

بـ $-\beta$ (حيث α و β كميتان ثابتتان لا تعتمدان على n_i) ، ثم نجتمع المعاملات الناتجة مع المعادلة (٩-٨) ، حيث نحصل على :

$$\Sigma(-\ln n_i + \ln g_i - \alpha - \beta \epsilon_i) \delta n_i = 0 \quad (٩-١٢)$$

ففي هذه المعادلة نستطيع اعتبار δn_i غير معتمد بعضها على بعض . وبذلك نستنتج أن

$$-\ln n_i + \ln g_i - \alpha - \beta \epsilon_i = 0$$

ومنها نحصل على قانون توزيع ماكسويل - بولتزمان :

$$n_i = g_i e^{-\alpha} e^{-\beta \epsilon_i} \quad (٩-١٣)$$

وهذه العلاقة تعطينا عدد الجزيئات n_i التي تمتلك طاقة ϵ_i ، بدلالة عدد الخلايا g_i في فضاء الحالة ، التابعة للطاقة ϵ_i ، والثابتين α و β . وبقي علينا حساب β ، α ، و β .

* ٩ - ٤ حساب الثوابت : EVALUATION OF CONSTANTS

ان تكم quantization الطاقة لا يكون واضحاً في الحركة الانتقالية لجزيئات غاز . وان هناك اعتياداً عدد كبير جداً من الجزيئات في عينة من غاز . وعليه فمن الملائم ان ندرس حالة التوزيع المستمر للطاقة ، بدلا من وجود طاقات منفصلة $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots$. فلو كان $n(\epsilon) d\epsilon$ يمثل عدد الجزيئات التي طاقاتها محصورة بين ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ ، لأخذت المعادلة (٩-١٣) الصيغة :

$$n(\epsilon) d\epsilon = g(\epsilon) e^{-\alpha} e^{-\beta \epsilon} d\epsilon \quad (٩-١٤)$$

$$\epsilon = \frac{p^2}{2m}$$

ولكن

حيث p زخم الجزيئة . ولذلك يمكن اعادة كتابة المعادلة (٩-١٤) بالصيغة :

$$n(p) dp = g(p) e^{-\alpha} e^{-\beta p^2/2m} dp \quad (٩-١٥)$$

فالمقدار $g(p) dp$ يساوي عدد الخلايا في فضاء الحالة ، التابعة للزخم بين p و $p + dp$. ولما كان حجم كل خلية هو h^3 فان

$$g(p) dp = \frac{\iiint dx dy dz dp_x dp_y dp_z}{h^3}$$

حيث ان البسط يمثل حجم فضاء الحالة المشغول من قبل الجزيئات ذات الزخم المحدد لدينا

$$\iiint dx dy dz = V$$

$$\iiint dp_x dp_y dp_z = 4\pi p^2 dp$$

التي تساوي حجم الغاز ، وان :

تمثل حجم قشرة كروية في فضاء الزخم momentum space نصف قطرها p ومسكها dp .
وعليه :

$$\epsilon(p) dp = \frac{4\pi V p^2 dp}{h^3} \quad (٩ - ١٦)$$

$$n(p) dp = \frac{4\pi V p^2 e^{-\alpha} e^{-\beta p^2/2m}}{h^3} dp$$

ومن هنا نحصل على
ويمكننا الآن إيجاد قيمة $e^{-\alpha}$. فلما كان :

$$\int_0^\infty n(p) dp = N$$

عليه فإن :

$$N = \frac{4\pi e^{-\alpha} V}{h^3} \int_0^\infty p^2 e^{-\beta p^2/2m} dp$$

$$= \frac{e^{-\alpha} V}{h^3} \left(\frac{2\pi m}{\beta} \right)^{3/2}$$

حيث قد استخدمنا في هذه النتيجة ، العلاقة :

$$\int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}}$$

$$e^{-\alpha} = \frac{N h^3}{V} \left(\frac{\beta}{2\pi m} \right)^{3/2}$$

وبذلك :

$$n(p) dp = 4\pi N \left(\frac{\beta}{2\pi m} \right)^{3/2} p^2 e^{-\beta p^2/2m} dp \quad (٩ - ١٨)$$

ولايجاد قيمة β ، نحسب الطاقة الكلية E للجزيئات . وبما ان :

$$p^2 = 2m\epsilon \quad , \quad dp = \frac{m d\epsilon}{\sqrt{2m\epsilon}}$$

فيمكن كتابة المعادلة (٩ - ١٨) بالصيغة :

$$n(\epsilon) d\epsilon = \frac{2N\beta^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\epsilon} e^{-\beta\epsilon} d\epsilon \quad (٩ - ١٩)$$

فالطاقة الكلية للجزيئات تكون :

$$E = \int_0^\infty \epsilon n(\epsilon) d\epsilon$$

$$= \frac{2N\beta^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \epsilon^{3/2} e^{-\beta\epsilon} d\epsilon$$

$$= \frac{3}{2} \frac{N}{\beta} \quad (٩ - ٢٠)$$

حيث قد استخدمنا في هذه النتيجة العلاقة

$$\int_0^\infty x^{3/2} e^{-ax} dx = \frac{3}{4a^2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

وبناء على النظرية الجزيئية للغازات ، فإن الطاقة الكلية E لمجموعة N من الجزيئات من غاز مثالي (كالغاز الذي نتكلم عليه هنا) في درجة حرارة مطلقة هي :

$$E = \frac{3}{2} NkT \quad (٢١ - ٩)$$

حيث k هو ثابت بولتزمان Boltzmann's constant

$$k = 1.380 \times 10^{-23} \text{ J molecule-degree}$$

ولذلك نجد من المعادلتين (٢٠ - ٩) و (٢١ - ٩) أن

$$\beta = \frac{1}{kT}$$

(٢٢ - ٩)

٩ - ٥ طاقة الجزيئات في غاز مثالي :

MOLECULAR ENERGIES IN AN IDEAL GAS

الآن وبعد ان حصلنا على قيمة الثابتين α و β ، نستطيع أن نكتب قانون توزيع

بولتزمان بصيغته النهائية :

$$n(\epsilon) d\epsilon = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{3/2}} \sqrt{\epsilon} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon \quad (٢٣ - ٩)$$

ان هذه المعادلة تعطينا عدد الجزيئات بطاقات محصورة بين ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ في عينة من غاز مثالي ، درجة حرارته المطلقة T . والشكل (٢ - ٩) يوضح توزيع بولتزمان للطاقة

مقاسة بوحدات kT . فنلاحظ ان المنحنى غير متناظر ، ذلك لأن هناك حد ادنى للطاقة ϵ هو $\epsilon = 0$ ، على حين ليس هناك - عملياً - حد أعلى لهذه الطاقة (هذا على الرغم من ان احتمال اكتساب طاقة عدة مرات أكبر من kT هو قليل جدا) .

وبناء على المعادلة (٢٠ - ٩) ، فالطاقة الكلية E لمجموعة N من الجزيئات هي

$$E = \frac{3}{2} \frac{N}{\beta}$$

ونستنتج من ذلك ان معدل الطاقة $\bar{\epsilon}$ لكل جزيئة هو

$$\bar{\epsilon} = \frac{3}{2} \frac{1}{\beta}$$

$$\text{معدل الطاقة الجزيئية} = \frac{3}{2} kT \quad (٢٤ - ٩)$$

ففي درجة حرارة 300 K ، التي تمثل تقريبا درجة حرارة الغرفة ، نجد ان

$$\bar{\epsilon} = 6.21 \times 10^{-21} \text{ J/molecule}$$

$$\approx \frac{1}{25} \text{ eV/molecule}$$

وعلىنا ان نتذكر ان معدل الطاقة هو نفسه لكل الجزيئات ، بغض النظر عن كتلتها . ويمكن ايجاد توزيع بولتزمان لزخم الجزيئات وكذلك توزيع سرعتها من المعادلة (٢٣-٩) ، وذلك بعد ملاحظة :

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}mv^2$$

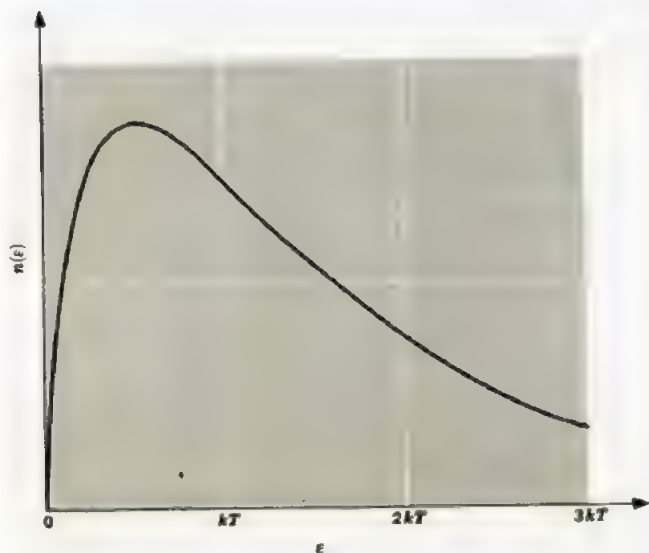
$$d\varepsilon = \frac{p}{m} dp = mv dv$$

حيث نجد

$$(٢٥ - ٩) \quad n(p) dp = \frac{\sqrt{2\pi}N}{(\pi mkT)^{3/2}} p^2 e^{-p^2/2mkT} dp$$

قانون توزيع بولتزمان للزخم

فهذه المعادلة تعطينا عدد الجزيئات بزخم محصورين p و $p + dp$



الشكل (٢-٩) توزيع ماكسويل - بولتزمان للطاقة

وكذلك يمكننا ايجاد عدد الجزيئات ذات السرعة المحصورة بين v و $v + dv$ ، حيث

$$(٢٦ - ٩) \quad n(v) dv = \frac{\sqrt{2\pi}Nm^{3/2}}{(\pi kT)^{3/2}} v^2 e^{-mv^2/2kT} dv$$

وقد استنتج ماكسويل هذه المعادلة في عام 1859 وهذه المعادلة موضحة في الشكل (٣-٩)

ان الجذر التربيعي لمعدل مربع سرعة root-mean-square speed جزيئة . معدل طاقتها $\frac{3}{2}kT$ ، هو :

$$v_{rms} = \sqrt{\bar{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (٢٧ - ٩)$$

حيث $\frac{1}{2}m\bar{v^2} = \frac{3}{2}kT$. ان v_{rms} لاتساوي المعدل الحسابي للسرعة \bar{v} . والعلاقة بين v_{rms} و \bar{v} تعتمد على قانون توزيع السُرّ للجزيئات المعمول به . ففي حالة توزيع بولتزمان

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3\pi}{8}} \bar{v} \approx 1.09 \bar{v}$$

اي ان v_{rms} أكبر من v بحوالي ٩%

ونتيجة لعدم تناظر بولتزمان نجد ان السرعة الاكثر احتمالا للجزيئات ، v_p . هي أصغر من \bar{v} و v_{rms} . ولإيجاد v_p علينا ان نساوي مشتقة $n(v)$ ، بالنسبة لـ v ، صفرا ، ثم حل المعادلة الناتجة لـ v_p . فبهذه الطريقة نحصل على :

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (٢٨ - ٩)$$

وتغير سرع جزيئات غاز تغيرا ملحوظا على جهتي v_p . فالشكل (٩-٤) يوضح توزيع سرع جزيئات غاز الاوكسجين عند درجة حرارة $73 \text{ K } (-200^\circ\text{C})$ ، وجزيئات غاز

الاوكسجين عند درجة حرارة $273 \text{ K } (0^\circ\text{C})$ ، وجزيئات الهيدروجين عند درجة حرارة

273 K . فنلاحظ ان السرعة الاكثر احتمالا للجزيئة تزداد مع ارتفاع درجة الحرارة . وتقل

مع زيادة كتلة الجزيئة .

وعليه فان السرع الجزيئية للاوكسجين عند 73 K - على العموم - أقل من السرع الجزيئية

عند 273 K . على حين عند 273 K ، تكون السرع الجزيئية للهيدروجين - على العموم -

أكبر من السرع الجزيئية للاوكسجين عند نفس درجة الحرارة (لاحظ ان معدل طاقة

الجزيئات هو نفسه لكل من الاوكسجين والهيدروجين عند كل درجة حرارة T)

٩ - ٦ الاطيفاء الدورانية : ROTATIONAL SPECTRA

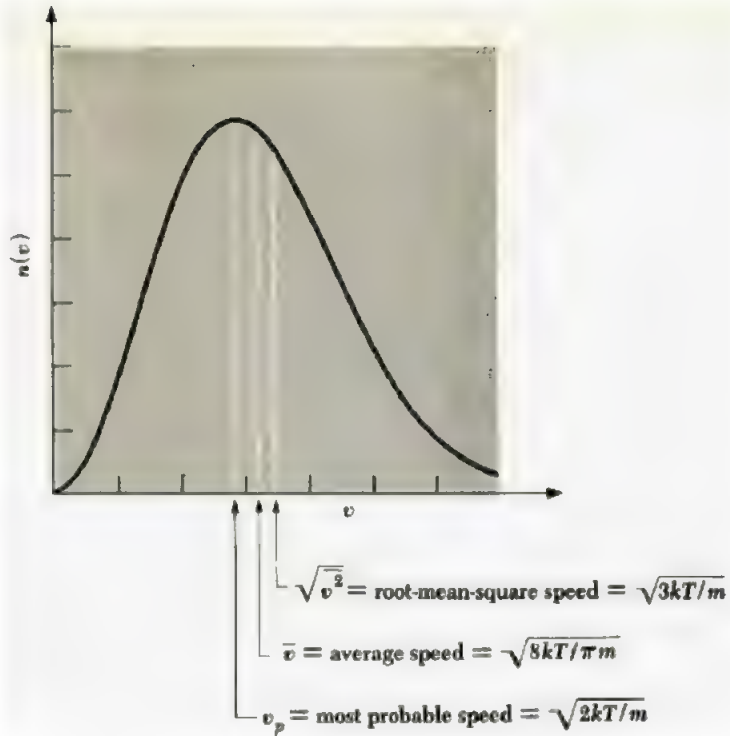
ان التوزيع المستمر للطاقة يحدث في حالة الحركة الانتقالية للجزيئات فقط . في حين .

وكما لاحظنا في الفصل الثامن ، ان طاقة الحركات الدورانية والاهتزازية للجزيئات تكون

مكممة quantized ، حيث تأخذ الجزيئة طاقات معينة E_i فقط . فقانون توزيع

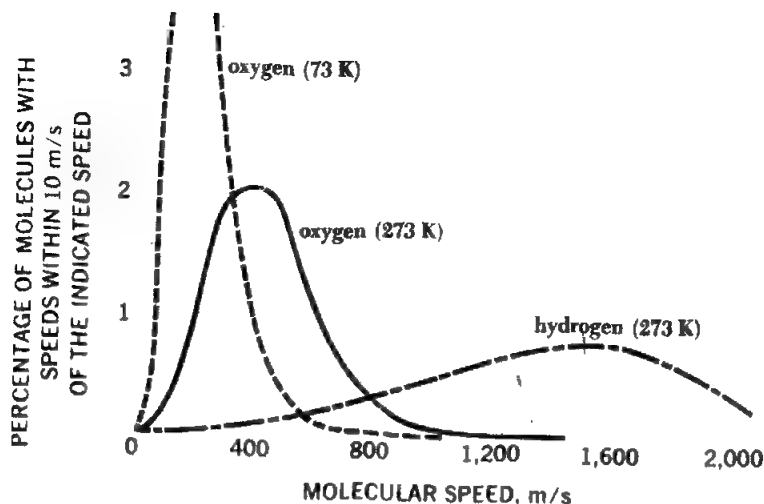
بولتزمان لاكتساب طاقات منفصلة ، يأخذ الصيغة :

$$n_i = n_0 g_i e^{-E_i/kT} \quad (٢٩ - ٩)$$



الشكل (٩-٣) توزيع ماكسويل - بولتزمان للسرعة .

التي هي في الحقيقة نفس المعادلة (٩-١٣) بعد التعويض عن $e^{-\alpha}$ بـ n_0 و Bu_i بـ $E_i kT$ فالمعامل $e^{-E_i/kT}$ ، الذي يسمى - اعتماديا - بمعامل بولتزمان Boltzmann factor يمثل الاحتمال النسبي لتهييج حالة كمية ذات طاقة E_i عند درجة الحرارة T . والمعامل g_i ، يدعى بتعداد المستوي E_i (او الوزن الاحصائي statistical weight) ، وهذا يمثل عدد الحالات الكمية ذات نفس الطاقة E_i . فدعنا نطبق المعادلة (٩-٢٩) على مستويات الطاقة الدورانية للجزيئات (ويمكننا استخدام نفس الطريقة لمعالجة التعداد النسبي لمستويات الطاقة الذرية) . وكما نعلم انه بصورة عامة هناك أكثر من حالة دورانية واحدة تعود الى عدد كمي دوراني J . وهذا التضاعف degeneracy ينشأ من كون ان مركبة الزخم الزاوي L_z تأخذ مضاعفات \hbar محصورة بين $J\hbar$ الى $-J\hbar$ مارة بالقيمة ٠ ، وبذلك يكون العدد الكلي للقيم الممكنة لـ J هو $2J+1$. فمن هذا ينتج ان هناك عدد $2J+1$ من الاتجاهات المختلفة للزخم الزاوي الكلي J للجزيئة . كل من هذه الاتجاهات تمثل حالة كمية مختلفة . لهذا



الشكل (٩ - ٤) توزيع السرع الجزيئية للأكسجين عند درجة ٧٣ ك ، للأكسجين عند درجة ٢٧٣ ك وللهيدروجين عند درجة ٢٧٣ ك

فإن مستوى طاقة دورانية تابع لعدد كمي J له وزن احصائي

$$g_J = 2J + 1$$

ومن ناحية أخرى ، تساوي طاقة جزيئة صلبة ثنائية الذرات

$$E_J = J(J + 1) \frac{\hbar^2}{2I}$$

وعليه فإن معامل بولتزمان التابع للعدد الكمي J هو

$$e^{-J(J+1)\hbar^2/2IkT}$$

وبذلك يكون توزيع بولتزمان لاشغال مستويات الطاقة الدورانية المختلفة من قبل جزيئة

ثنائية الذرات هو

$$n_J = (2J + 1) n_0 e^{-J(J+1)\hbar^2/2IkT}$$

(٩ - ٣٠)

حيث n_0 عدد الجزيئات عند الحالة الدورانية $J = 0$

ولقد وجدنا في البند (٨ - ٨) ان عزم القصور الذاتي لجزيئة CO يساوي

$1.46 \times 10^{-46} \text{ kg-m}^2$ لذلك ففي حالة عينة من غاز أول اوكسيد الكربون عند

درجة حرارة الغرفة (٢٩٣ ك اي ٢٠°C) فإن

$$\frac{\hbar^2}{2IkT} = \frac{(1.054 \times 10^{-34} \text{ J-s})^2}{2 \times 1.46 \times 10^{-46} \text{ kg-m}^2 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K} \times 293 \text{ K}} = 0.00941$$

ومنها

$$n_J = (2J + 1) n_0 e^{-0.00941 J(J+1)}$$

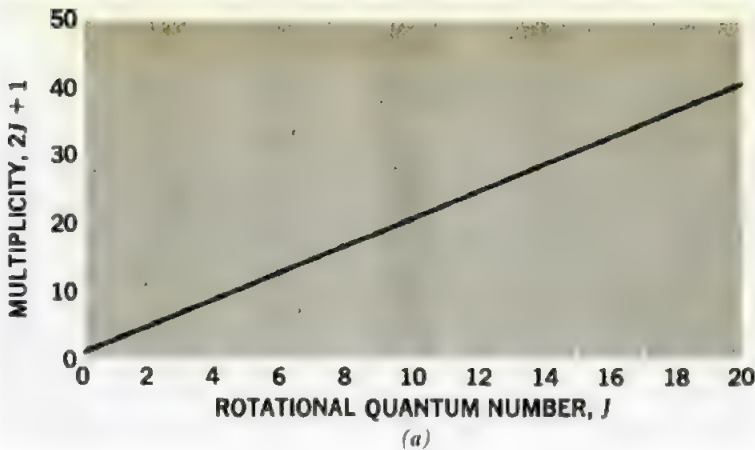
والشكل (٩-٥) يبين منحنى الوزن الاحصائي $2J + 1$ ، معامل بولتزمان $e^{-0.00941 J(J+1)}$ والتعداد النسبي n_J/n_0 كدالة لـ J ، لحالة جزيئة CO عند درجة حرارة 20°C . نلاحظ في هذه الدرجة الحرارية ان مستوى الطاقة التابع لـ $J = 7$ هو أكثر تعدادا ، في حين هناك نفس عدد الجزيئات عند $J = 19$ و $J = 0$.

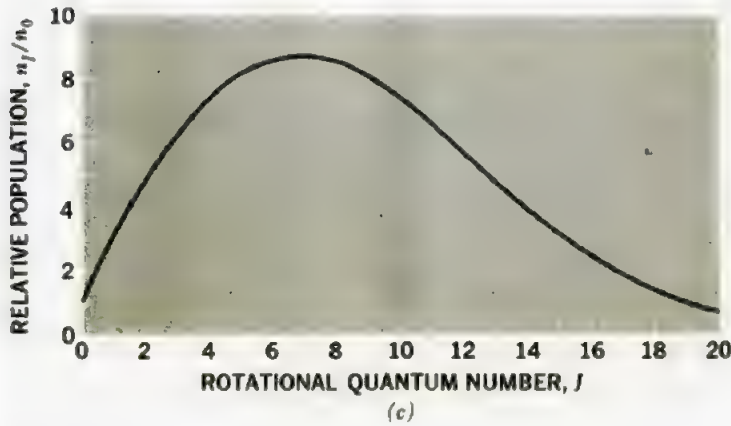
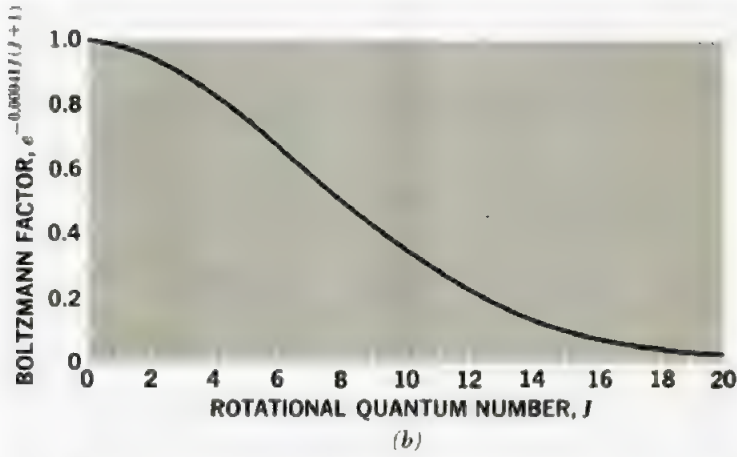
ان شدة خطوط الطيف الدوراني تتناسب مع التعداد النسبي لمستويات الطاقة الدورانية المختلفة . فالشكل (٨-٢٧) يوضح التحليل الدقيق لحزمة طيف الدوران - التذبذب CO ، الناتج عن الانتقال $v = 0 \rightarrow v = 1$. نميز هذه الخطوط تبعاً لقيمة J الابتدائية للحالات الدورانية . كما يتوقع ان كلا من المجموعتين P و R لهما شدة قصوى عند $J = 7$.

BOSE-EINSTEIN DISTRIBUTION

* ٩-٧ توزيع بوز - اينشتين :

ان الفرق الاساس بين احصاء ماكسويل - بولتزمان واحصاء بوز - آينشتين هو ان الاول يخص جسيمات متشابهة يمكن تمييزها ، بطريقة ما ، بعضها عن بعض ، على حين يخص الأخير جسيمات متشابهة لا يمكن التمييز فيما بينها ، ولكن يمكن احصائها . ونفترض في احصاء بوز - آينشتين Bose-Einstein statistics كما في الحالة السابقة ، ان جميع الحالات الكمية لها نفس احتمال الانشغال وان g_i تمثل عدد الحالات التي لها نفس الطاقة ϵ_i . ان كل حالة كمية مختلفة تعود الى خلية في فضاء الحالة phase space .





الشكل (٩-٥): (أ) التضاعف ، (ب) معامل بولتزمانو (ج) التعداد النسبي ، للطاقة الدورانية لجزيئة CO عند 20°C

وبذلك تكون خطوتنا الاولى ايجاد عدد الطرق التي فيها n_i من الجسيمات غير المتميزة بعضها عن بعض* ، لأن تتوزع بين g_i من الخلايا

ولاجراء الحسابات اللازمة ، نأخذ سلسلة $n_i + g_i - 1$ من الاشارات على خط مستقيم (الشكل ٩-٦) . فنلاحظ من الشكل أنه يمكن اعتبار $(g_i - 1)$ من الاشارات كفاصل لـ g_i من القطع . وعليه يمكن تصور السلسلة بأنها تمثل n_i من الجسيمات داخل g_i من الخلايا . في الشكل $g_i = 12$ و $n_i = 20$ ، فهناك أحد عشر فاصلاً يقسم عشرين جسيماً في اثنتي عشرة خلية . فالخلية الاولى تحوى على جسيمين ، والثانية فارغة ، والثالثة تحوى جسيماً واحداً ، والرابعة تحوى ثلاثة جسيمات ، وهكذا . ولما كان هناك $(n_i + g_i - 1)!$ من

التبادلات (permutations) الممكنة بين $(n_i + g_i - 1)$ من الاشارات ، ومن بين هذه التبادلات هناك $n_i!$ من التبادلات غير المهمة للجسيمات التي عددها n_i ، و $(g_i - 1)!$

تبادلاً غير مهم للفواصل التي عددها $(g_i - 1)$ ، عليه فهناك فقط

$$\frac{n_i!(g_i - 1)!}{n_i! + (g_i - 1)!}$$

ترتيب مختلف لـ n_i من الجسيمات غير المتميزة في g_i من الخلايا .

ومما تقدم يكون عدد الطرق W لتوزيع N من الجسيمات هو :

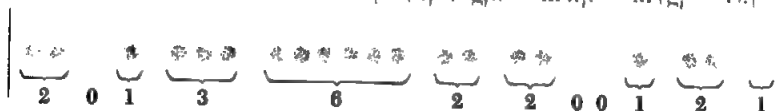
$$W = \prod \frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i!(g_i - 1)!} \quad (٣١-٩)$$

الذي يساوي حاصل ضرب التوزيعات المتميزة للجسيمات بين الطاقات المختلفة . ونفترض الآن أن :

$$(n_i + g_i) \gg 1$$

وعليه يمكن تقريب $(n_i + g_i - 1)$ بـ $(n_i + g_i)$. لذلك لو أخذنا اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة (٣١-٩) حصلنا على :

$$\ln W = \sum [\ln(n_i + g_i)! - \ln n_i! - \ln(g_i - 1)!]$$



particle
partition

number of indistinguishable particles = $n_i = 20$

number of partitions = $g_i - 1 = 11$

number of cells = $g_i = 12$

الشكل (٩-٦) مجموعة n_i من الجسيمات غير المتميزة في g_i من الخلايا تفصلها $g_i - 1$ من الحواجز .

Stirling

ويساعدنا قانون ستيرلنك

$$\ln n! = n \ln n - n$$

على كتابة $\ln W$ بالصيغة

$$\ln W = \sum [(n_i + g_i) \ln(n_i + g_i) - n_i \ln n_i - \ln(g_i - 1)! - g_i] \quad (٣٢-٩)$$

وكما في الحالة السابقة ، فالشرط الذي عنده يكون التوزيع ذا أكبر احتمال ، وهو أن تغيرات

صغيرة δn_i في n_i المختلفة لا تؤثر على قيمة W . فلو كان $\delta \ln W$ يمثل التغير في $\ln W$ الناتج من التغيرات δn_i في n_i ، فإن الشرط الذي في أعلاه يكافئ :

$$\delta \ln W_{\max} = 0$$

وعليه عند القيمة القصوى لـ $\ln W$ في المعادلة (٣٢-٩) ، فإن :

$$\delta \ln W_{\max} = \sum [\ln (n_i + g_i) - \ln n_i] \delta n_i = 0 \quad (٣٩-٩)$$

حيث هنا قد استخدمنا الحقيقة

$$\delta \ln n = \frac{1}{n} \delta n$$

وكما في البند (٣-٩) نأخذ بنظر الاعتبار قانون حفظ الجسيمات المعبر عنه بـ

$$\sum \delta n_i = 0$$

وقانون حفظ الطاقة المعبر عنه بـ

$$\sum \varepsilon_i \delta n_i = 0$$

وبضرب المعادلة الاولى بـ $(-\alpha)$ والثانية بـ $(-\beta)$ ، ثم جمعها مع المعادلة (٢٣-٩) .
نحصل على :

$$\sum [\ln (n_i + g_i) - \ln n_i - \alpha - \beta \varepsilon_i] \delta n_i = 0$$

ففي هذه المعادلة ، يمكن اعتبار δn_i غير معتمد بعضها على البعض . وعليه فالكميات التي في داخل الاقواس يجب أن تساوى صفراً كل على انفراد . أي أن :

$$\ln \frac{n_i + g_i}{n_i} - \alpha - \beta \varepsilon_i = 0$$

$$1 + \frac{g_i}{n_i} = e^{\alpha} e^{\beta \varepsilon_i}$$

ومنها

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\beta \varepsilon_i} - 1} \quad (٤-٩)$$

وبالتعويض عن β من المعادلة (٢٢-٩) .

$$\beta = \frac{1}{kT} \quad (٢٢-٩)$$

نحصل على قانون توزيع بوز- آينشتين

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT} - 1} \quad (٣٥-٩) \quad \text{قانون توزيع بوز- آينشتين}$$

BLACK-BODY RADIATION

٨-٩ اشعاعات الجسم الاسود :

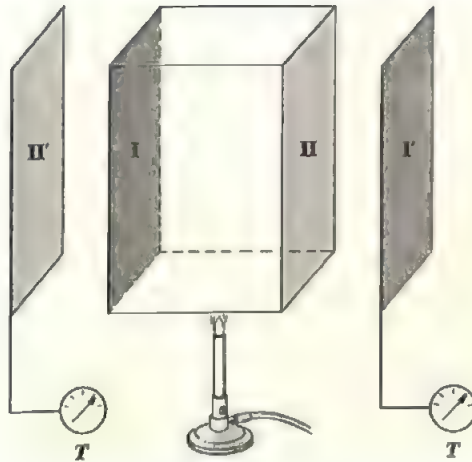
ان صفات الاشعاعات الكهرومغناطيسية التي تبعث من جسم ، تعتمد على طبيعة ودرجة حرارة الجسم . وقد ناقشنا في الفصول السابقة ، الاطيف غير المتواصلة discrete spectra المنبعثة من غازات متهيجة والناجمة من الانتقالات اللاكترونية في الذرات . ومن ناحية أخرى ، فان الاجسام الكثيفة كالاكاسام الصلبة ، تبعث اشعاعات متواصلة تتضمن جميع الترددات . ذلك لأن الذرات في المواد الصلبة تكون متقاربة جداً

بعضها من بعض بحيث ان التفاعلات فيما بينها تؤدي الى مستويات طاقة متعددة متقاربة جدا ولا يمكن تمييزها عن حزمة band متواصلة من الطاقة .

ان قابلية الجسم للاشعاع ، مرتبطة جوهريا بقابليته للامتصاص . وهذا متوقع ؛ اذ ان جسما في حالة توازن حراري مع محيطه يجب ان يمتص طاقة بنفس المعدل الذي يبعث به الطاقة ومن الملائم ان ندرس جسما مثاليا يمتص جميع الاشعاعات الساقطة عليه بغض النظر عن ترددها ومثل هذا الجسم يدعى بالجسم الاسود *black body*

ويمكننا عمليا ان نثبت ان الجسم الاسود له قابلية اشعاع اكبر من اي جسم آخر. فالتجربة الموضحة في الشكل (٩-٧) تتضمن زوجين من السطوح كل زوج منها متشابه ويختلف عن الزوج الآخر . درجة حرارة السطحين I و II' متساويتان . وعند درجة حرارية معينة يشع كل من السطحين I و II' بنفس المعدل $e_1 \text{ W/m}^2$ ، ويشع كل من السطحين II و II' بمعدل آخر e_2 . السطحان I و II' يمتصان جزء a_1 ، والسطحان II و II' يمتصان جزء a_2 ، من الطاقة الساقطة عليهما . وعليه يمتص I طاقة من II بمعدل يتناسب مع $a_1 e_2$ و II' طاقة من II بمعدل يتناسب مع $a_2 e_1$. ولما كان كل من السطحين I و II' يحتفظان بنفس درجة الحرارة ، ولذا نجد

$$a_1 e_2 = a_2 e_1$$



الشكل (٩-٧) : السطحان I و II متشابهان فيما بينهما ومختلفان من سطحين II و II' المتشابهين فيما بينهما .

$$\frac{e_1}{a_1} = \frac{e_2}{a_2}$$

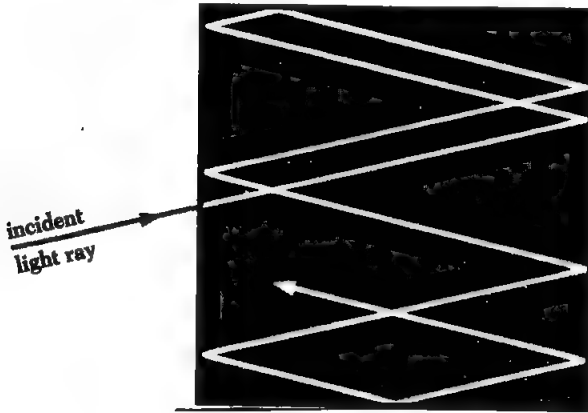
أي أن

وهذه النتيجة توضح أن قابلية جسم لاشعاع كهرومغناطيسية مع قابلية امتصاصه للطاقة.
والآن نفترض أن السطحين I و I' هما سوداوان ، أي أن $a_1 = 1$ ، في حين أن السطحين II و II' ليس سوداوين ، حيث $a_2 < 1$. وعليه :

$$e_1 = \frac{e_2}{a_2}$$

ولما كان $a_2 < 1$ فإن $e_1 > e_2$ ، ونستنتج من هذا أن جسما اسود عند درجة حرارة معينة يشع طاقة بمعدل أكبر من أي جسم آخر .

ان سبب استخدام جسم أسود مثالي idealized black body في معالجتنا للاشعاعات الحرارية ، هو لتجنب الصفات الدقيقة للجسم المشع . فجميع الاجسام السود لها نفس الصفة ، ويمكن عمليا تقرب الجسم الأسود بتجويف ذي فتحة صغيرة جدا (الشكل ٩-٨) . حيث ان جميع الاشعاعات التي تسقط على فتحة التجويف تدلحل التجويف وتمتصها جدرانها ، بعد أن تنعكس عدة مرات هناك .

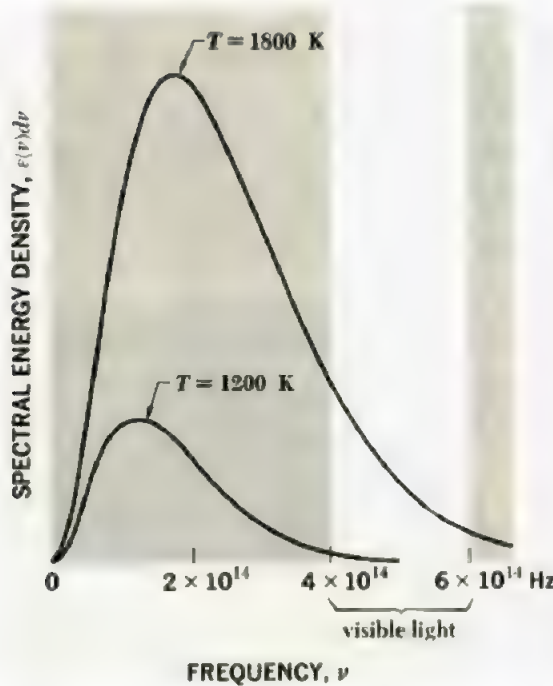


الشكل (٩ - ٨) فتحة صغيرة في جدار تجويف هي تقرب ممتاز للجسم الاسود

ان جدران التجويف تبعث وتمتص الاشعاعات بصورة مستمرة والاشعاعات التي هي في حالة توازن حراري مع جدران تجويف ، تدعى باشعاعات الجسم الاسود black-body radiation . وهذه الاشعاعات نحن بصدد دراستها هنا . فيمكن عمليا دراسة اشعاع الجسم الاسود بتحليل طيف الاشعة الخارجة من التجويف . والنتائج التي نحصل عليها تتفق مع ملاحظتنا اليومية ، أن الجسم الاسود يشع أكثر عندما يكون حاراً مما هو عليه عندما يكون بارداً ، وان ذروة peak طيف الاشعة المنبعثة من جسم حار تكون عند تردد اعلى من ذروة طيف الاشعة المنبعثة من جسم بارد . ويمكن توضيح هذه الظاهرة بسلوك قضيب

حديد يسخن تدريجيا الى درجات حرارة عالية ؛ ففي البداية يتوهج القضيبي بلون احمر كامد dull -red ، ثم احمر برتقالي ساطع orange red وبالنهاية يصبح حارا بدرجة الابيضاض "white hot." والشكل (٩-٩) يبين طيف اشعاع جسم اسود عند درجتين حراريتين مختلفتين .

ان الفيزياء الكلاسيكية لا تستطيع ان تفسر طيف الجسم الاسود المبين في الشكل . والحقيقة هي ان هذا الفشل بالذات قد ادى بماكس بلانك Max Planck في عام 1900 ان يقترح بان اشعاع الضوء يتم بصورة كمية . وسوف نستخدم ميكانيك الاحصاء الكمي quantum-statistical mechanics لاشتقاق قانون بلانك للاشعاع الذي يعطينا نفس الطيف الملاحظ عمليا .



الشكل (٩ - ٩) طيف اشعاع الجسم الاسود . ان توزيع طاقة الطيف تعتمد كلياً على درجة حرارة الجسم .

ندرس طيف الجسم الاسود نظرياً بدراسة طيف الاشعة في حالة توازن حراري مع جدران تجويف ما ، نفترض ان حجم التجويف هو V ، ويحوي عدداً كبيراً من الفوتونات غير المتميزة indistinguishable ، ذوات الترددات المختلفة . ان الفوتونات لا تخضع لمبدأ الانفراد ، وعليه فانها بوزونات وتتبع قانون توزيع بوز آينشتين . ان عدد الحالات $g(p)$ فيها فوتون زخمه محصور بين p و $p + dp$ ، يساوي ضعف عدد الخلايا في فضاء الحالة

التابعة لنفس فترة الزخم. والسبب في تضاعف انشغال كل خلية هو ان فوتونات بنفس التردد يمكن ان يكون لها استقطابان مختلفان (مثلا ، استقطاب دائري باتجاه حركة عقرب الساعة واستقطاب دائري معاكس لحركة الساعة). فباستخدام التحليلات التي قادتنا الى المعادلة (٩ - ١٦) نحصل على :

$$g(p) dp = \frac{8\pi V p^2 dp}{h^3}$$

ولما كان زخم الفوتون هو :

$$p = h\nu/c.$$

لذا نجد :

$$p^2 dp = \frac{h^3 \nu^2 d\nu}{c^3}$$

ومنها :

$$g(\nu) d\nu = \frac{8\pi V}{c^3} \nu^2 d\nu$$

(٩ - ٣٦)

وعلينا الان أن نحسب معامل لاكرانج (Lagrangian) α في المعادلة (٩-٣٥). ولهذا الهدف ، علينا أن نلاحظ أولاً أن عدد الفوتونات في التجويف يمكن أن يتغير ، حيث خلافا لحالة جزيئات الغاز او الالكترونات ، يمكن للفوتونات أن تخلق أو تفتنى . ولكن الطاقة الكلية للاشعاعات داخل التجويف يجب أن تبقى ثابتة . فمثلاً ، فوتونان بطاقة $h\nu$ يمكن أن تنبعث آنيا في حين يمتص فوتون واحد بطاقة $2h\nu$. وبذلك : $\sum \delta n_i \neq 0$

ونأخذ هذه الصفة بنظر الاعتبار لجعل $\alpha = 0$ ، لكي يكون لدينا $\sum \delta n_i \neq 0$

وبالتعويض عن g_i من المعادلة (٩-٣٦) في المعادلة (٩-٣٥) وعن ϵ_i بـ $h\nu$ ، وجعل $\alpha = 0$ ، نجد أن عدد الفوتونات ذات ترددات محصورة بين ν و $\nu + d\nu$ في تجويف حجمه V ودرجة حرارة جدرانه T هو

$$n(\nu) d\nu = \frac{8\pi V}{c^3} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (٩-٣٧)$$

توزيع طاقة الاشعاع $\epsilon(\nu) d\nu$ ، أي طاقة الاشعاع لوحدة الحجم ذات ترددات محصورة بين ν و $\nu + d\nu$ هو

$$\epsilon(\nu) d\nu = \frac{h\nu n(\nu) d\nu}{V} = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (٩-٣٨)$$

قانون بلانك للاشعاع

فالمعادلة (٩-٣٨) تمثل قانون بلانك للاشعاع Planck radiation formula . فهناك تيجتان مهمتان يمكن الحصول عليهما وهذا القانون يتفق مع نتائج التجارب العملية . نجد أولاً طول موجة الاشعاع الذي عنده تكون كثافة الطاقة من قانون بلانك للاشعاع . لهذا الهدف نكتب المعادلة (٩-٣٨) بدلالة طول الموجة λ ، ثم نجعل :

$$\frac{d\epsilon(\lambda)}{d\lambda} = 0$$

وبإيجاد $\lambda = \lambda_{\max}$ التي تحقق هذه المعادلة نحصل على :

$$\frac{hc}{kT\lambda_{\max}} = 4.965$$

ويمكن إعادة كتابة هذه المعادلة بصيغة أكثر ملاءمة، حيث

$$\lambda_{\max} T = \frac{hc}{4.965k} = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m K} \quad (9 - 39)$$

والمعادلة (9 - 39) تعرف بقانون ازاحة واين *Wien's displacement law* وهذا القانون يعبر بصورة كمية عن الحقيقة التجريبية بأن ذروة طيف الجسم الأسود تنحرف تدريجياً نحو أطوال موجية أقصر (ترددات أعلى) ، كلما ارتفعت درجة الحرارة .
والنتيجة المهمة الثانية التي يمكن الحصول عليها من المعادلة (9 - 38) هو حساب كثافة الطاقة الكلية ϵ في داخل التجويف . وهذه تمثل مجموع كثافة الطاقات عند جميع الترددات . أي :

$$\begin{aligned} \epsilon &= \int_0^{\infty} \epsilon(\nu) d\nu \\ &= \frac{8\pi^5 k^4}{15c^3 h^3} T^4 \\ &= aT^4 \end{aligned}$$

حيث a هو ثابت عام universal constant . لذا فإن كثافة الطاقة الكلية تتناسب مع القوة الرابعة لدرجة الحرارة المطلقة لجدران التجويف . وعليه نتوقع بأن الطاقة ϵ المنبعثة في وحدة الزمن ووحدة المساحة من سطح اسود ، تتناسب أيضاً مع T^4 وهذا الاستنتاج يتفق مع قانون

ستيفان وبولتزمان *Stefan-Boltzmann*

$$\epsilon = \sigma T^4 \quad (9 - 40)$$

وفيه الثابت σ يدعى ثابت ستيفان ويساوي :

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$$

الشكل (9 - 9) يوضح كلاً من قانون واين للازاحة وقانون ستيفان وبولتزمان . نلاحظ أن ذروة الطيف تنحرف تدريجياً نحو ترددات أعلى ، وأن المساحات الكلية تحت المنحنيات تزداد بسرعة بزيادة درجة الحرارة .

FERMI-DIRAC DISTRIBUTION

9 - 9 توزيع فيرمي وديراك

إن احصاء فيرمي وديراك ينطبق على جسيمات غير متميزة ، تخضع لمبدأ الانفراد . ولذا

فإن اشتقاقنا لقانون توزيع فيرمي وديراك سوف يتم بنفس طريقة اشتقاق قانون توزيع بوز واينشتين ، عدا أن الآن كل خلية (أي ، حالة كمية) يمكن أن تشغل بجسيم واحد في الأكثر

ولو كان هناك g_i من الخلايا تابعة لنفس الطاقة ϵ_i وكان هناك n_i من الجسيمات ، فإن n_i من الخلايا سوف تشغل على حين $(g_i - n_i)$ تبقى فارغة . ويمكن ترتيب الخلايا g_i بـ g_i من الطرق المختلفة . ولكن التبادلات $n_i!$ للخللايا المشغولة و $(g_i - n_i)!$

للخلايا الفارغة هي غير مهمة ، ذلك لأن الجسيمات غير متميزة بعضها عن بعض والخللايا الفارغة متكافئة . ومن هنا فإن عدد الترتيبات المتميزة للجسيمات في الخلايا هو

$$\frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!}$$

الاحتمال W للتوزيع الكلي للجسيمات هو حاصل الضرب

$$W = \prod \frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!} \quad (9-41)$$

نأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي هذه المعادلة ، نجد :

$$\ln W = \sum [\ln g_i! - \ln n_i! - \ln (g_i - n_i)!]$$

وباستخدام قانون ستيرلنك :

$$\ln n! = n \ln n - n$$

ينتج لدينا :

$$\ln W = \sum [g_i \ln g_i - n_i \ln n_i - (g_i - n_i) \ln (g_i - n_i)] \quad (9-42)$$

لكي يكون هذا التوزيع ذا احتمال أكبر ، يجب أن تبقى W ثابتة عند تغيير كل من n_i بـ δn_i

$$\delta \ln W_{\max} = \sum [-\ln n_i + \ln (g_i - n_i)] \delta n_i = 0 \quad (٩ - ٤٣) \text{ اي}$$

وكما مرّ في الحالة السابقة ، نأخذ بنظر الاعتبار قانون حفظ الطاقة وأن العدد الكلي للجسيمات ثابت ، ذلك بجمع .

$$-\alpha \sum \delta n_i = 0$$

و

$$-\beta \sum \varepsilon_i \delta n_i = 0$$

مع المعادلة (٩ - ٤٣) . حيث ينتج

$$\sum [-\ln n_i + \ln (g_i - n_i) - \alpha - \beta \varepsilon_i] \delta n_i = 0 \quad (٩ - ٤٤)$$

هنا يمكن اعتبار δn_i غير معتمد بعضها على بعض ، وبذلك فإن الكميات داخل الأقواس يجب أن تساوي صفراً . أي أن :

$$\ln \frac{g_i - n_i}{n_i} - \alpha - \beta \varepsilon_i = 0$$

$$\frac{g_i}{n_i} - 1 = e^{\alpha} e^{\beta \varepsilon_i}$$

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\beta \varepsilon_i} + 1}$$

$$(٩ - ٤٥)$$

$$\beta = \frac{1}{kT}$$

وبتعميق

نحصل على قانون توزيع فيرمي وديراك :

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT} + 1} \quad (٩ - ٤٦) \text{ قانون توزيع فيرمي — ديراك}$$

ان اهم تطبيقات قانون توزيع فيرمي وديراك هونظرية الالكترونات التطبيق في المعادن ، الذي سوف ندرسه في الفصل القادم .

COMPARISON OF RESULTS

٩-١٠ مقارنة النتائج

ومما تقدم تكون قوانين التوزيع الاحصائي الثلاثة هي :

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT}} \quad \text{ماكسويل — بولتزمان}$$

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT} - 1} \quad \text{بوز — آينشتاين}$$

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT} + 1} \quad \text{فيرمي — ديراك}$$

ففي هذه العلاقات n_i تمثل عدد الجسيمات التي طاقاتها ε_i ، و g_i تمثل عدد الحالات التابعة لنفس الطاقة ε_i . ان الكمية :

$$f(\varepsilon_i) = \frac{n_i}{g_i} \quad (٩ - ٤٧) \text{ نسبة الانشغال}$$

تدعى بنسبة الانشغال *occupation index* للحالة التابعة للطاقة ϵ_i ، وهذه تمثل معدل عدد الجسيمات في كل حالة عند تلك الطاقة. ان نسبة الانشغال لا تعتمد على توزيع مستويات طاقة الجسيمات ، وعليه فان هذه الكمية مناسبة لتمييز الفروقات الاساس بين قوانين التوزيع الثلاثة . ان نسبة الانشغال في قانون توزيع ماكسويل وبولتزمان ياخذ شكلا اسيا بحيث ، يتناقض بنسبة $1/e$ لكل زيادة kT في الطاقة ϵ_i . وبينما $f(\epsilon_i)$ تعتمد على قيمة α ، نجد النسبة بين $f(\epsilon_i)$ و $f(\epsilon_j)$ ، التابعة لمستويات الطاقة ϵ_i و ϵ_j ، لا تعتمد على هذه القيمة ، حيث ان :

$$\frac{f(\epsilon_i)}{f(\epsilon_j)} = e^{(\epsilon_j - \epsilon_i)/kT} \quad (48-9) \quad \text{معامل بولتزمان}$$

ان هذه العلاقة مفيدة عندما يكون $f(\epsilon) \ll 1$ ، فان كلا من قانوني توزيع بوز وآينشتين ، وفيرمي ، وديراك تعطينا ايضا هذه الصيغة ، وهذه تساعدنا على تحديد نسبة الانشغال النسبي بين مستويين كميين ، بصورة سهلة .

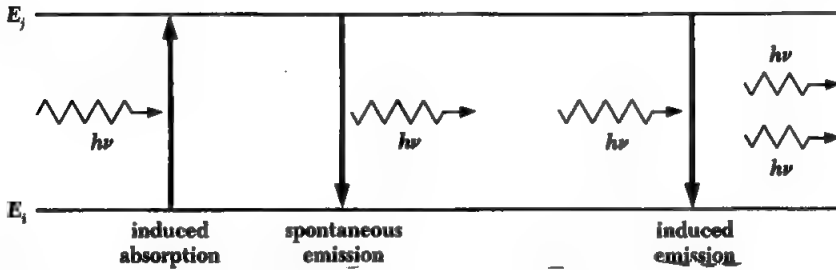
ولحالة غاز من الفوتونات لدينا $\alpha = 0$. ولذا عندما تكون $\epsilon_i \gg kT$ ، فان نسبة الانشغال في قانون توزيع بوز وآينشتين تأخذ صيغة نسبة الانشغال في قانون توزيع ماكسويل وبولتزمان . على حين عندما $\epsilon_i \ll kT$ ، فان الحد (-1) في مقام قانون توزيع الأول يجعل الانشغال النسبي لهذا القانون أكبر من الأنشغال النسبي لقانون توزيع ماكسويل وبولتزمان . وفي حالة قانون توزيع فيرمي وديراك ، لارتفاع نسبة الانشغال عن الواحد قطعاً . وهذه الصفة هي نتيجة خضوع الجسيمات المتضمنة لمبدأ الأفراد . فعند درجات حرارة واطنة تكون جميع مستويات الطاقة الدنيا تقريباً مشغولة ، على حين فوق طاقة حرجة معينة تهبط نسبة الانشغال بسرعة الى الصفر . وهذه الطاقة الحرجة تسمى طاقة فيرمي *Fermi energy* ولكن عند درجات حرارية عالية تكون نسبة الانشغال لجميع مستويات الطاقة صغيرة جداً ، وبذلك يصبح مبدأ الأفراد ليس ذا تأثير . وعليه فإنه عند درجات حرارية عالية ، يأخذ قانون توزيع فيرمي وديراك صيغة قانون توزيع ماكسويل وبولتزمان .

٩ - ١١ أشعة الليزر THE LASER

هناك ثلاثة أنواع من الانتقالات تتضمن اشعاعات كهرومغناطيسية تحدث بين مستويي طاقة i و j (الشكل ٩-١٠) . فاذا كانت الذرة في البداية عند الحالة i ، فيمكنها أن تنتقل الى حالة أعلى بامتصاص فوتون طاقته $h\nu = E_j - E_i$. وتدعى هذه العملية بالامتصاص المحث *induced absorption* . في حين أنه اذا كانت الذرة في البداية عند حالة عليا i ، يمكنها أن تنتقل الى حالة أوطأ j باشعاع فوتون طاقته $h\nu$.

وهذه العملية تدعى بالانبعاث التلقائي *spontaneous emission*.

وهناك احتمال ثالث يدعى بالانبعاث المحث *induced emission* ، فيه فوتون ساقط طاقته $h\nu$ يسبب انتقال الذرة من حالة أعلى الى حالة أوطأ . والحقيقة أن الانبعاث المحث لا يتضمن مفاهيم جديدة . فمثال قريب لهذه الظاهرة هو مذبذب الاهتزازات التوافقية *harmonic oscillator* ، كالبندول البسيط . عند تسليط قوة متغيرة مع الزمن بشكل جيبسي على بندول ، بحيث ان تردد وطور القوة يساويان تردد وطور البندول ، فان سعة البندول تزداد باستمرار مع الزمن . وهذه النتيجة تشبه الامتصاص المحث للطاقة . واذا كان طور القوة المسلطة يختلف بزاوية 180° عن طور البندول ، فان سعة البندول سوف تتناقص مع الزمن . وهذه الحالة تشبه الاشعاع المحث للطاقة .



الشكل (٩ - ١٠) : يمكن أن تحدث انتقالات بين مستويين في ذرة بواسطة امتصاص محث ، او انبعاث تلقائي ، أو انبعاث محث .

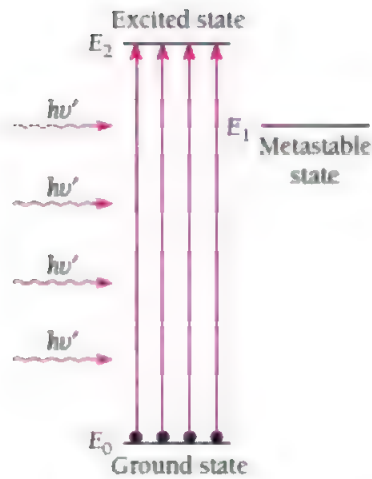
ولما كانت $h\nu$ للذرات أو الجزيئات التي هي في حالة توازن حراري أكبر - اعتيادياً - من kT ، فان تعداد الذرات في مستويات الطاقة العالية يكون أصغر بكثير من تعدادها في مستويات الطاقة الواطئة . وهب اننا سلطنا ضوءاً تردده ν على نظام ذري ، فرق الطاقة بين حالته الأرضية وحالة متهيجة يساوي $h\nu$. ونتيجة لكون الحالات العالية فارغة نسبياً ، يكون الانبعاث المحث معدوماً تقريباً . فأغلب الحوادث تتضمن امتصاص فوتونات ساقطة من قبل ذرات في الحالة الأرضية وانتقالها الى حالات متهيجة ، ومن ثم ابعث اشعاعات عشوائية للفوتونات بنفس تردد الفوتونات الساقطة . (وبطبيعة الحال هناك نسبة معينة من الذرات المتهيجة تفقد طاقتها عن طريق التصادم) .

وفي حالات خاصة تستطيع الذرات أن تظهر تعداداً معكوساً ، فيها تكون مستويات الطاقة العالية أكثر انشغالاً من مستوى الطاقة الأرضية . فالشكل (٩ - ١١) يبين نظاماً ذرياً ذات ثلاثة مستويات ، فيه المستوى الوسطي 1 هو شبه مستقر *metastable* . وهذا يعني أن الانتقال من الحالة الوسطية الى الحالة الأرضية ممنوع ، ضمن نطاق قاعدة الاختيار

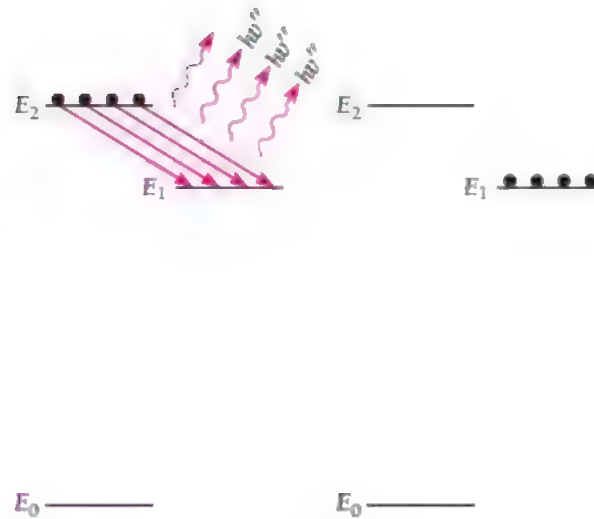
ويمكن رفع النظام الى الحالة العالية 2 بتسليط أشعة بتردد $\nu = (E_2 - E_0)/h$. (وهناك طريقة أخرى لرفع النظام ، بواسطة تصادم الكترونات مع النظام) . ان الذرات في الحالة 2 لها عمر نصفي حوالي $10^{-8} s$ بالنسبة للانتقالات الاشعاعية المسموحة . ولذا تهبط هذه الذرات الى الحالة شبه المستقرة 1 (أو الى الحالة الأرضية) تقريباً لحظياً . وبما أنه يمكن أن يكون العمر النصفي للحالات شبه المستقرة أكبر بكثير من ثانية واحدة ، لذا نستطيع الاستمرار برفع الذرات للحالة 1 حتى يكون انشغال هذه الحالة أكبر من انشغال الحالة 2 فعند هذه الحالة اذا سلطنا اشعاعا على النظام بتردد $\nu = (E_1 - E_0)/h$ ، فالانبعاث المحث سيزيد بكثير على امتصاص الفوتونات ؛ ذلك لأن معظم الذرات تكون موجودة في الحالة العالية . وهذا يعني أن الأشعاعات الخارجة تكون أشد من الاشعاعات الداخلة . ان هذه العملية هي أساس عمل الميزر *maser* . (تضخيم الموجات الدقيقة بالاشعاع المستحث (microwave amplification by stimulated emission of radiation)

والليزر *laser* (تضخيم الضوء بالاشعاع المستحث amplification by stimulated emission of radiation).

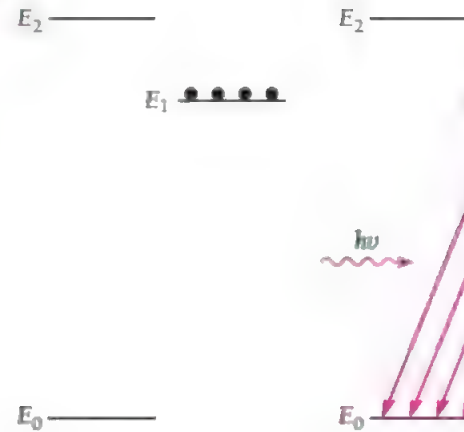
وكما هو متوقع ، ان الموجات المنبعثة في الانبعاث التلقائي لها أطوار عشوائية بالنسبة لبعضها الآخر ؛ اذ ليس هناك أي تنسيق بين الذرات المعنية . ولكن في حالة الانبعاث المحث تكون الموجات المنبعثة بنفس طور الموجات المحثة . هذه الصفة تساعد كلاً من الميزر والليزر أن يكونا حرماً متوافقة الطور *coherent* . وكأن نموذج لجهاز الليزر ، فانه انبوب مملوء بغاز أو مادة صلبة شفافة ، له مرآة عند كل من نهايتيه . واحد من المرآتين تكون نصف شفافة لتسمح لجزء من الضوء الناتج بالخروج ويسلط الضوء الذي يرفع الذرات الى الحالة شبه المستقرة من خلال الجدار الجانبي للانبوب . ان الضوء المحصور المتحرك ذهاباً وإياباً بين المرآتين يحفز على انبعاث اشعاعات اضافية تكون مصدراً للحزمة الضوئية المسددة من الجهاز . وهناك أنواع متعددة من أجهزة الميزر والليزر ، غالباً تستخدم فيها طرق أخرى غير المبينة في أعلاه للحصول على توزيع الطاقة المعكوس .



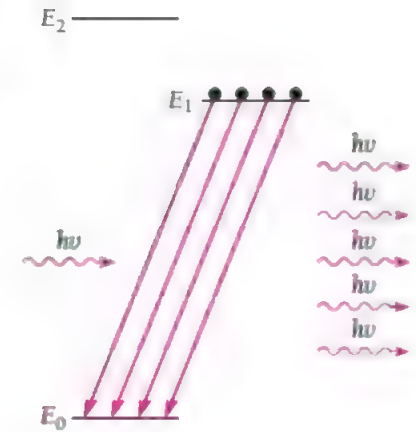
Atoms in ground state are pumped to state E_2 by photons of $h\nu' = E_2 - E_0$ (or by collisions).



Rapid transition to metastable state E_1 by spontaneous emission of photons of $h\nu'' = E_2 - E_1$ (or in some other way).



Metastable states occupied in many atoms.



Stimulated emission occurs when photons of $h\nu = E_1 - E_0$ are incident, with the secondary photons themselves inducing further transitions to produce an avalanche of coherent photons.

الشكل (٩ - ١١) اساس عمل الميزر والليزر .

تمريعات

١. اثبت ان معدل سرعة جزيئة غاز مثالي تساوي : $\sqrt{2kT/m}$.
٢. جد معدل $1/v$ لجزيئة غاز يتبع احصاء ماكسويل وبولتزمان .
٤. ما نسبة جزيئات غاز مثالي ، مركبة سرعها باتجاه معين أكبر من ضعف السرعة الاكثر احتمالاً ؟
٥. فبض نيوترونات مقداره 10^{12} neutrons/m² يخرج من فتحة مغاغل نووى . اذا كان توزيع طاقة هذه النيوترونات يتبع قانون توزيع ماكسويل وبولتزمان الخاص لـ $T = 300$ K ، احسب كثافة النيوترونات في الحزمة .
٦. ان تردد اهتزاز جزيئة 1.32×10^{14} Hz . (أ) جد التعداد النسبي للحالات الاهتزازية $v = 0, 1, 2, 3$ عند درجة حرارة 5000 K . (ب) هل من الممكن ان يكون تعداد الحالتين $v = 2$ و $v = 3$ متساوياً ؟ اذا كان الجواب نعم ، فحدد أي درجة حرارة يمكن ان يحدث ذلك ؟
٧. عزم القصور الذاتي لجزيئة H_2 يساوي 4.64×10^{-48} kg-m² . (أ) جد التعداد النسبي للحالات الدورانية $J = 0, 1, 2, 3, 4$ عند درجة حرارة 300 K . (ب) هل من الممكن ان يكون تعداد الحالتين $J = 2$ و $J = 3$ متساوياً ؟ اذا كان الجواب نعم ، فحدد أي درجة حرارة يمكن ان يحدث ذلك ؟
٨. جزيئة N_2O تأخذ شكلاً خطياً ، طول الآصرة N—N يساوي 1.126 Å وطول الآصرة N—O يساوي 1.191 Å . ان كتلة ذرة ^{18}O 2.66×10^{-26} kg وكتلة ذرة ^{14}N 2.32×10^{-26} kg . (أ) ما العدد الكمي للحالة الدورانية الاكثر تعداداً عند درجة حرارة 300 K . (ب) ارسم النسبة n_J/n_0 عند 300 K كدالة لـ J .
٩. درجة حرارة الكروموسفير chromosphere للشمس تساوي تقريباً 5000 K . جد التعداد النسبي للذرات الهيدروجين في الكروموسفير في مستويات الطاقة $n = 1, 2, 3, 4$ (ملاحظة ، خذ بنظر الاعتبار تضاعف كل من هذه المستويات) .
١٠. فتيلة التنكستن في مصباح ضوئي تكافيء جسماً أسود عند درجة حرارة 2900 K . جد نسبة الاشعاع المنبعث في المنطقة المرئية الى الاشعاع الكلي (تنحصر المنطقة المرئية بين الترددات 4×10^{14} Hz و 7×10^{14} Hz) .

١١ . ضوء الشمس يصل الى الارض بمعدل $1,400 \text{ W/m}^2$ ، عندما تكون الشمس فوق سمت الرأس تماماً . نصف قطر الشمس $6.96 \times 10^8 \text{ m}$ ، ومعدل نصف قطر فلك الارض حول الشمس $1.49 \times 10^{11} \text{ m}$. افترض أن الشمس تشع كجسم أسود ، جد درجة حرارة سطح الشمس . ان درجة الحرارة الحقيقية لسطح الشمس هي أقل بكثير من درجة الحرارة المحسوبة بهذه الطريقة .

١٢ . لقد درست مسألة طيف اشعاع الجسم في نهاية القرن التاسع عشر من قبل رالي Rayleigh وجينز Jeans باستخدام الفيزياء الكلاسيكية ، حيث ان مفهوم الفوتونات لم يكن معروفاً في ذلك الوقت . وقد حصل هذان العالمان على الصيغة

$$\epsilon(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT d\nu}{c^3}$$

- (أ) وضح لماذا لا يمكن ان تكون هذه المعادلة صحيحة عند جميع الترددات ؟
 (ب) أثبت أنه عند الغاية $\nu \rightarrow 0$ يأخذ قانون بلانك للاشعاع صيغة قانون رالي وجينز .
 ١٣ . عند درجة حرارة معينة ، أي من الغازات التالية لها ضغط أعلى ، وأي منها لها ضغط أوطأ : غاز اعتيادي ، أو غاز جسيمات بوز (جسيمات تتبع قانون توزيع بوز وآينشتين) ، أو غاز جسيمات فيرمي (جسيمات تتبع قانون توزيع فيرمي وديرال ؟)

هلمذا ؟

اشتق قانون ستيفان وبولترمان بالطريقة التالية . تصور أن ماكينة كارنو Carnot engine تتكون من اسطوانة ومكبس سطوحها الداخلية عاكسة مثالية ، وتستعمل الاشعة الكهرومغناطيسية في عملها . تتألف دورة هذه الماكينة من اربع عمليات :
 (١) تمدد مع ثبوت درجة حرارة T والضغط P ، (٢) تمدد كظيم تهبط خلاله درجة الحرارة بمقدار dT والضغط بمقدار dp . (٣) تقلص مع ثبوت درجة الحرارة $T - dT$ وثبوت الضغط عند $p - dp$ وأخيراً (٤) تقلص كظيم تنتقل فيه الاشعاعات الى درجة الحرارة والضغط والحجم الابتدائية . أي ضغط الاشعاع المحصور الذي كثافته طاقته u هو $u/3$. على حين كفاءة ماكينة كارنو هي $dW/Q = 1 - (T - dT)/T$ ، حيث Q الحرارة المكتسبة خلال التمدد عند ثبوت درجة الحرارة و dW الشغل المنجز من قبل الماكينة خلال دورة كاملة . أحسب كفاءة هذه الماكينة بدلالة u و T ، مستعينا برسم العلاقة بين P و V ، ثم انت أن $u = aT^4$ ، حيث a هي كمية ثابتة .

١٥ في جهاز أشعة الليزر يحتوي على مزيج الهيليوم والنيون ، ترتفع الذرات He و Ne الى المستويات شبه المستقرة 20.61 و 20.66 eV ، على التوالي ، فوق طاقتها الأرضية ، بواسطة قذفها بالكثرونات. وتمنح بعض ذرات He المتهيجة طاقتها الى ذرات Ne بواسطة التصادم ، حيث يتم التعويض عن الفرق بين طاقتي تهيج الذرتين والمساوي 0.05 eV من الطاقة الحركية للذرات . ثم تبعث ذرات Ne المتهيجة فوتونات بطول موجي 6328-Å ، في انتقال ممنوع ، مكونة بذلك أشعة ليزر . وبعد ذلك تبعث هذه الذرات فوتونات بطول موجي 6680-Å عن طريق انتقال مسموح بالانتقال ، الى مستوي شبه مستقر آخر ، ومن ثم تبقى هناك متهيجة حتى تفقد طاقتها عن طريق التصادم مع جدران الانبوب . جد طاقة التهيج للمستويين الوسطيين في Ne . لماذا نحتاج الى ذرات He ؟

الفصل الخامس

فيزياء الحالة الصلبة

تتكون المواد الصلبة من ذرات او ايونات او جزيئات متراس بعضها مع بعض . وهذا التقارب هو سبب الصفات الاساس لهذه المواد . وتكون الاواصر التساهمية المسببة في تكوين الجزيئات ، موجودة ايضا في بعض المواد الصلبة . وبالإضافة الى ذلك فالروابط الايونية ، وقوى فاندر ولز *van der Waals* والروابط المعدنية *metallic bonds* تؤدي ايضا الى تكوين قوى التماسك *cohesive forces* في المواد الصلبة . ومكونات هذه المواد هي الايونات ، والجزيئات ، والذرات المعدنية ، على التوالي . وتنشأ جميع هذه الروابط من قوى كهربائية ، وعليه فالفرق الاساس بينهم ينشأ من كيفية توزيع الالكترونات حول الجزيئات المختلفة المكونة للمادة الصلبة .

١٠-١ المواد الصلبة المتبلورة وغير المتبلورة

CRYSTALLINE AND AMORPHOUS SOLIDS

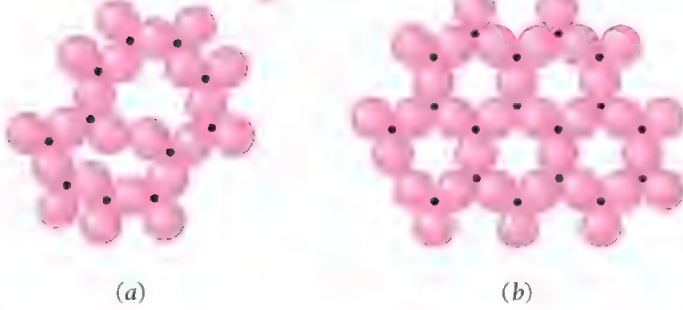
تكون معظم المواد الصلبة متبلورة *crystalline* ، حيث تصطف مكوناتها الذرية ، او الايونية او الجزيئية بصورة منتظمة ومتكررة في نسق ذي ثلاثة ابعاد . ان النسق الكبير يدعى بالتبلورة . وهناك مواد صلبة اخرى لاتتصف بهذا التنظيم الواسع لمكوناتها ، حيث يمكن اعتبارها سوائل مبردة . على حين يمكن فهم صلابة *stiffness* هذه المواد على اساس وجود لزوجة *viscosity* عالية . ان الزجاج ، والقيز وانواعا كثيرة من المواد البلاستيكية هي امثلة لمواد صلبة غير متبلورة *amorphous* (بدون تنسيق ثابت)

وتظهر المواد الصلبة غير المتبلورة بعض التنظيمات الضيقة في تركيبها . ويعطينا ثالث اوكسيد البورون (B_2O_3) ، الذي يمكن ان يكون في حالة متبلورة وغير متبلورة ، فكرة واضحة عن الفرق بين النسق البلوري والتنظيمات الصغيرة المميزة للمواد غير المتبلورة . فتكون ذرات الاوكسجين في بلورة B_2O_3 منتظمة في صفوف سداسية تستمر لمدى واسع (الشكل ١٠-١) ، في حين لايتصف B_2O_3 غير المتبلور (الذي يكون على شكل زجاجي *vitreous*) بهذا التكرار في ترتيب ذراته . وهناك مثال واضح لترتيب قصير المدى في السوائل وهو الماء عند درجة حرارة من الانجماد . لكثافة الماء عند هذه الدرجة تكون اقل من كثافته عند درجات

حرارية اعلى ؛ والسبب في ذلك هو انه عندما تكون جزيئات الماء منسقة في بلورات صغيرة تكون اقل تراصا فيما بينها مما لو كانت طليقة الحركة . ولكي نفهم حالي المادة بصورة واضحة ، من الملائم ان ندرس التشابه بين المواد الصلبة المتبلورة والمواد السائلة ببعض التفصيل . فالمواد السائلة تشبه الغازات اكثر مما تشبه المواد

• Boron atom

Oxygen atom



الشكل (١٠-١) شكل في بعدين لـ B_2O_3 . (أ) B_2O_3 غير المتبلور يظهر تنظيمات قصيرة المدى . (ب) B_2O_3 متبلور يظهر تنظيمات بعيدة المدى .

الصلبة ، حيث ان كلا من السوائل والغازات هي موائع fluids ولا يمكن تمييز بعضها عن بعض عند الدرجة الحرارية الحرجة . ومع هذا فالصفات المجهرية microscopic للسوائل تشبه كثيرا صفات المواد الصلبة . فكثافة سائل تساوي تقريبا كثافة نفس المادة في حالة الانجماد . وهذه الصفة توضح ان تقارب جزيئات المادة يكون متساو تقريبا في الحالتين السائلة والصلبة . ان دراسة قابلية الانضغاط compressibilities لتلك المواد تؤكد هذه الصفة . وبالإضافة الى ذلك فان حيود الاشعة السينية X-ray يظهر بان هناك سوائل كثيرة لها تراكيب منسقة قصيرة المدى تشبه تماما تراكيب المواد الصلبة غير المتبلورة ، عدا ان تراكيب المواد السائلة تتغير باستمرار مع الزمن .

ولما كانت المواد الصلبة غير المتبلورة تشبه السوائل ، لذلك فانها لا تظهر درجات انصهار متميزة . ونستطيع ان نفسر هذه الصفة في ضوء التركيب المجهرى لتلك المواد . فالمواد الصلبة غير المتبلورة لا تمتلك تنظيما بعيد المدى ولذا فالروابط بين جزيئات تلك المواد تتباين فيما بينها . وعند تسخين المادة الصلبة نجد الروابط الضعيفة تنفك عند درجات حرارة اوطأ مما تحتاجه الروابط الاقوى . ولذلك فالمادة غير متبلورة تتمتع تدريجيا . اما في المواد الصلبة المتبلورة فيتضمن الانتقال من الترتيب المنتظم البعيد المدى الى الترتيب القصير المدى (اوعدم الترتيب) ، كسر الروابط المتساوية القوة . وعليه نجد ان انصهارها يحدث عند درجة حرارة محددة .

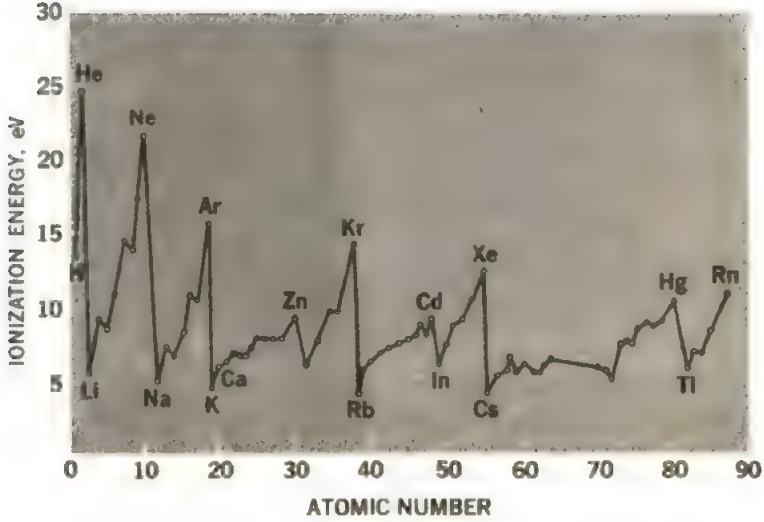
١٠ - ٢ البلورات الأيونية IONIC CRYSTALS

تتكون الأواصر التساهمية من تشارك الذرات بزوج أو أكثر من الإلكترونات . حيث تتولد عن ذلك قوة تجاذبية بين هذه الذرات . وتتكون الأواصر الأيونية من تفاعل ذرات ذات طاقة تأين واطئة (اذ تفقد الكترونا أو أكثر بسرعة) مع ذرات تميل الى اكتساب الإلكترونات الفائضة . وتعطي الذرات الأولى إلكترونات للذرات الأخيرة لتصبح أيونات موجبة وسالبة ، على التوالي . وتأخذ الأيونات في البلورات الأيونية حالة التوازن عندما تتعادل قوى التجاذب بين الأيونات الموجبة والسالبة مع قوى التنافر بين الأيونات المتشابهة . وكما هي حال للجزيئات ، لا تنهار البلورات تحت تأثير قوى التماسك ، ذلك لوجود مبدأ الانفراد exclusion principle . فعندما تتقارب الذرات بعضها من بعض ينتج تداخل بين المدارات الإلكترونية للذرات المختلفة . وهذا يؤدي حسب مبدأ الانفراد الى انتقال بعض الإلكترونات الى مدارات أعلى ، حيث يتولد عن ذلك قوة تنافر بين تلك الذرات .

ويحتوي الجدول (١٠ - ١) على طاقات تأين العناصر ويوضح الشكل (١٠ - ٢) تغير هذه الطاقة مع العدد الذري atomic number . انه من السهل أن نفهم لماذا تتغير طاقات التأين للعناصر بهذه الصورة ؟ فمثلا ، ذرة معدن قلوي في المجموعة الأولى من الجدول الدوري تحتوي على إلكترون s واحد خارج مدارات نووية مغلقة . فالإلكترونات في المدارات تحجب جزئيا شحنة النواة $+Ze$ عن الإلكترون الخارجي . ولذلك ان الشحنة الفعلية التي تؤثر على الإلكترون الخارجي تساوي فقط $+e$ بدلا من $+Ze$. ويتج من ذلك أننا نحتاج الى شغل قليل نسبيا لفصل الإلكترون الخارجي من هذه الذرة لتكوين أيون قلوي موجب . وكلما كبرت الذرة ابتعد الإلكترون الخارجي عن النواة وقلت القوة المؤثرة عليه (الشكل ١٠ - ٣) . وهذا هو السبب ، بصورة عامة ، في قلة طاقة التأين كلما توغلنا ضمن كل مجموعة في الجدول الدوري . وان سبب زيادة طاقة التأين من اليسار الى اليمين عبر كل دورة او مجموعة في الجدول الدوري ، هي زيادة شحنة النواة مع بقاء عدد الإلكترونات في المدارات الداخلية ثابتاً . هناك إلكترونان في المدارات الداخلية لعناصر المجموعة الثانية ، وعليه فالشحنة الفعلية المؤثرة على الإلكترونات الخارجية في هذه الذرات تكون $(z - 2)e$.

ويكون الإلكترون الخارجي في ذرة الليثيوم متأثرا بفعل شحنة $+e$ ، على حين تكون كل من الإلكترونات الخارجية في كل من ذرات البريليوم beryllium ، البورون boron ، الكربون carbon ، ... متأثرة بشحنة فعلية $+2e$ ، $+3e$ ، $+4e$. على التوالي .

وعلى نقبض ذرات المعادن القلوية ، تميل الذرات الهلوجينية halogen atoms



الشكل (١٠-٢) تغير طاقة التأين مع العدد الذري .

الى اشباع مدارها الثانوي p بالنقاطها الكرونا واحدا . و تُعرَّف أُلْفَةُ الكُتْرُون *electron affinity* لذرة عنصر بانها الطاقة المتحررة عندما يضاف الكُتْرُون لهذه الذرات . فكلما زادت اللفة الكُتْرُون ، زادت قوة ترابط الالكُتْرُون المضاف للذرة . والجدول (١٠-٢) يوضح الفات الالكُتْرُون مع الذرات الهلوجينية . وبصورة عامة تقل اللفة الالكُتْرُون كلما انحدرنا الى الاسفل في كل مجموعة في الجدول الدوري ، في حين تزداد اللفة من اليسار الى اليمين عبر كل دورة . والقياسات العملية لأُلْفَةُ الكُتْرُون هي مُصعبة نسبيا ، فهذه الكميات معروفة بصورة دقيقة لعدد محدود من العناصر فقط .

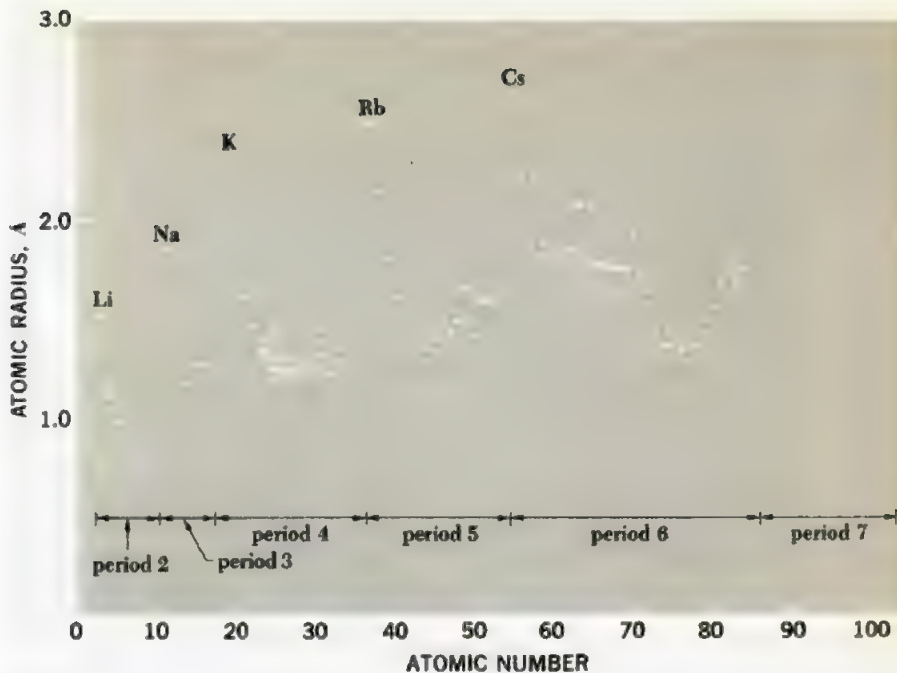
نشأ آصرة أيونية بين ذرتين احدهما لها طاقة تأين صغيرة وعليه تميل الى فقدان الكُتْرُون لتصبح ايونا موجبا ، على حين تمتلك الذرة الثانية اللفة الكُتْرُونية عالية وبالتالي تميل الى ان تصبح ايونا سالبا . وبشكل الصوديوم ، الذي طاقة تأينه 5.14 eV ، مثالا للذرات الاولى .

على حين الكلور ، الذي الفته الالكُتْرُونية 3.61 eV ، هو مثال للذرات الاخيرة . وعند وجود أيون Na^+ قرب أيون Cl^- تنتج قوة جذب الكُتْرُوناتية بين الأيونين تساعد على ربطهما . والشرط اللازم لتكوين جزيئة NaCl مستقرة هو أن الطاقة الكلية للأيونين أقل من الطاقة الكلية للذرتين Na و Cl ، والا فالالكُتْرُون الاضافي في Cl^- سوف ينتقل الى الايون Na^+ ولا تتولد آصرة . فدعنا نشاهد كيف تتحقق هذه القاعدة في حالة NaCl .

فبصورة عامة كل أيون في البلورات يكون محاطا بأكبر عدد ممكن من الايونات المعاكسة حيث بذلك نحصل على أقصى استقرارية للنظام . وعليه فاحجام الايونات في البلورات

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|------|------|------|------|-----|
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 | |
| H | | | | | | | | | | | | | | | | | He | |
| 13.6 | | | | | | | | | | | | | | | | | 24.6 | |
| 3 | 4 | | | | | | | | | | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
| Li | Be | | | | | | | | | | | B | C | N | O | F | Ne | |
| 5.4 | 9.3 | | | | | | | | | | | 8.3 | 11.3 | 14.5 | 13.6 | 17.4 | 21.6 | |
| 11 | 12 | | | | | | | | | | | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | |
| Na | Mg | | | | | | | | | | | Al | Si | P | S | Cl | Ar | |
| 5.1 | 7.6 | | | | | | | | | | | 6.0 | 8.1 | 11.0 | 10.4 | 13.0 | 15.8 | |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | |
| K | Ca | Sc | Ti | V | Cr | Mn | Fe | Co | Ni | Cu | Zn | Ga | Ge | As | Se | Br | Kr | |
| 4.3 | 6.1 | 6.6 | 6.8 | 6.7 | 6.8 | 7.4 | 7.9 | 7.9 | 7.6 | 7.7 | 9.4 | 6.0 | 7.9 | 9.8 | 9.8 | 11.8 | 14.0 | |
| 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | |
| Rb | Sr | Y | Zr | Nb | Mo | Tc | Ru | Rh | Pd | Ag | Cd | In | Sn | Sb | Te | I | Xe | |
| 4.2 | 5.7 | 6.5 | 7.0 | 6.8 | 7.1 | 7.3 | 7.4 | 7.5 | 8.3 | 7.6 | 9.0 | 5.8 | 7.3 | 8.6 | 9.0 | 10.5 | 12.1 | |
| 55 | 56 | • | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | |
| Cs | Ba | | Hf | Ta | W | Re | Os | Ir | Pt | Au | Hg | Tl | Pb | Bi | Po | At | Rn | |
| 3.9 | 5.2 | | 5.5 | 7.9 | 8.0 | 7.9 | 8.7 | 9.2 | 9.0 | 9.2 | 10.4 | 6.1 | 7.4 | 7.3 | 8.4 | — | 10.7 | |
| 87 | 88 | † | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Fr | Ra | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| — | 5.3 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | |
| | | | La | Ce | Pr | Nd | Pm | Sm | Eu | Gd | Tb | Dy | Ho | Er | Tm | Yb | Lu | |
| | | | 5.6 | 6.9 | 5.8 | 6.3 | — | 5.6 | 5.7 | 6.2 | 6.7 | 6.8 | — | 6.1 | 5.8 | 6.2 | 5.0 | |
| | | | † | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 |
| | | | Ac | Th | Pa | U | Np | Pu | Am | Cm | Bk | Cf | Es | Fm | Md | No | Lw | |
| | | | — | 7.0 | — | 6.1 | — | 5.1 | 6.0 | — | — | — | — | — | — | — | — | |

الجدول (١٠-١) طاقات التأين للعناصر مقاسة بالالكترون - فولت .



الشكل (١٠-٣) : انصاف اقطار ذرات العناصر المختلفة . نلاحظ أن بعض الذرات لها أكثر من قيمة واحدة لنصف قطرها . وذلك تبعاً للتركيب البلوري الذي تكون فيه .

In electron volts.

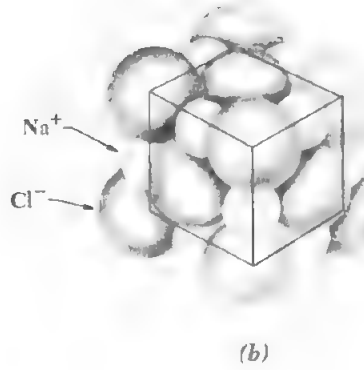
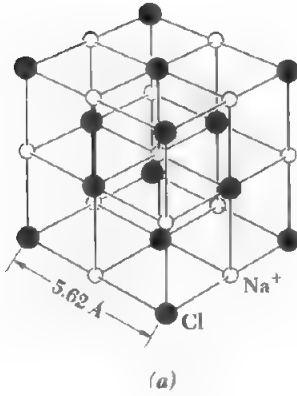
| | |
|----------|------|
| Fluorine | 3.45 |
| Chlorine | 3.61 |
| Bromine | 3.36 |
| Iodine | 3.06 |

الجدول (١٠-٢) : القات الإلكترون للهالوجينات

مقاسة بوحدة الإلكترون - فولت .

الايونية تحدد تركيب تلك البلورات . وهناك تركيبان شائعان للبلورات (لاحظ الشكلين (١٠-٤) و (١٠-٥) . ففي بلورة كلوريد الصوديوم ، يمكن تصور ايونات كل من الصوديوم والكلور متمركزة عند زوايا ومراكز اوجه سلسلة من المكعبات . بحيث ان ايونات Na^+ و Cl^- تكون متبادلة في الترتيب . ولذا فان هناك ستة ايونات تحيط كل أيون ذي شحنة معاكسة . وسبب هذا الترتيب هو الفرق الكبير بين حجم ايونات الصوديوم والكلور . ومثل هذا التركيب البلوري يدعى بمكعب متمركز الوجه *face-centered cubic* وبلورة كلوريد السيزيوم *cesium chloride* تركيب مختلف ، حيث أن كل ايون يكون متمركزاً في مركز مكعب ، على حين تنتظم الايونات المعاكسة عند زوايا هذا المكعب . وعلى هذا فكل ايون يكون محاطاً

بثمانية ايونات معاكسة مكونا ما يدعى بمكعب متمرکز *body-centered cubic* . وتنتج هذه التراكيب البلورية في حالة أن أحجام الأيونات متقاربة . وتعرف طاقة تماسك *cohesive energy* بلورة أيونية بأنها الطاقة المتحررة عند تكوين البلورة من ذراتها المنفصلة . واعتبارياً تقاس طاقة التماسك بـ eV/atom ، أو eV/molecule ، أو بوحدة kcal/mol . حيث نقصد بالجزئـة *molecule* والجزء الغرامى *mol* ، بأنه مجاميع الذرات المحددة بالقانون الكيميائي للمركب المتضمن ، (مثلاً NaCl في حالة بلورة كلوريد الصوديوم) . هذا على الرغم من أن هذه التراكيب لا توجد بصورة مسقطة في داخل البلورات

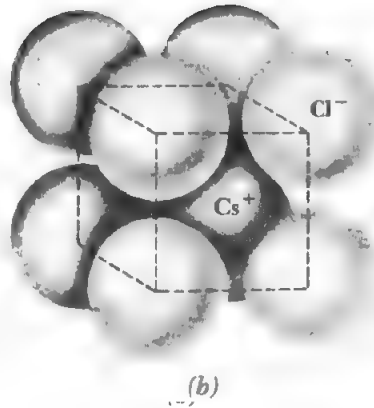
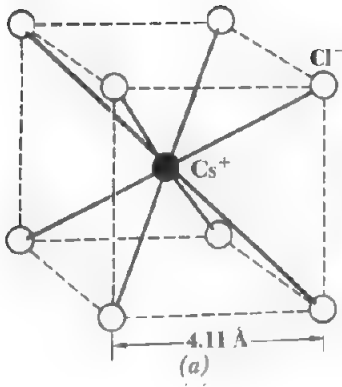


الشكل (١٠-٤) (أ) مكعب متمرکز الوجه لبلورة كلوريد الصوديوم . إن العدد التنسيقي للبلورة يساوي ستة . (ب) أنموذج بلورة كلوريد الصوديوم .

والمصدر الرئيسى لطاقة تماسك ذرة أيونية هو الطاقة الكامنة الالكتروستاتيكية V_{coulomb} للأيونات . فدعنا ندرس أيون Na^+ في NaCl . ويعرف العدد التنسيقي *coordination number* لبلورة بأنه عدد أقرب الذرات أو الأيونات أو الجزيئات المحيطة بكل ذرة أو أيون أو جزيئة في البلورة والعدد التنسيقي لبلورة NaCl هو ستة ، إذ أن هناك ستة أقرب أيونات Cl^- لكل أيون Na^+ ، بحيث إن كلاً منها تقع على نفس أقرب مسافة r من الأخير . وعليه فالطاقة الكامنة لأيون Na^+ نتيجة لأيونات Cl^- الستة هي :

$$V_1 = -\frac{6e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

وأيونات Cl^- القريبة التالية ، والتي عددها إثنا عشر ، كل منها تقع على مسافة $\sqrt{2}r$ من أيون Na^+ قيد الدرس ؛ ذلك أن قطر مربع طول ضلعه r يساوي $\sqrt{2}r$. وعليه فالطاقة



الشكل (١٠-٥) (أ) مكعب متمركز لبلورة كلوريد السيزيوم . هناك ثمانية أقرب أيونات لكل أيون معاكس (أي أن العدد التنسقي للبلورة يساوي ثمانية) . (ب) نموذج بلورة CsCl

الكامنة لأيون Na^+ نتيجة لأيونات Na^+ الاثني عشر التالية تساوي :

$$V_2 = + \frac{12e^2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{2} r}$$

وعندما نستمر في حساب الطاقة الكامنة لأيون Na^+ نتيجة للأيونات الموجبة والسالبة في البلورة ، نجد :

$$V_{\text{coulomb}} = - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \left(6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \dots \right)$$

$$= -1.748 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$(١٠-١) \quad \text{الطاقة الالكتروستاتيكية لبلورة أيونية} = -\alpha \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

وبطبيعة الحال تنطبق هذه النتيجة لحالة الطاقة الكامنة لأيون Cl^- أيضا . وتدعى الكمية α بـ ثابت ماديلونك *Madelung* للبلورة . وله نفس القيمة لجميع البلورات التي لها نفس التركيب . وتمطينا حسابات مشابهة لبلورات مختلفة قيما مختلفة لـ α ؛ فمثلاً لحالة بلورة ذات تركيب مكعب متمركز ، كبلورات كلوريد السيزيوم في الشكل (١٠-٥) . أن $\alpha = 1.763$. على حين $\alpha = 1.638$ في حالة بلورة ذات تركيب يشبه بلورة كبريتيد الزنك *zinc blende* (أحد أشكال المركب ZnS) . وبصورة عامة يتراوح ثابت ماديلونك للتركييب البلورية البسيطة بين 1.6 و 1.8 .

ويمكننا تقرب الطاقة الكامنة الناتجة من قوة التنافر بين الأيونات نتيجة مبدأ الأنفرداد *exclusion principle* بالصيغة :

$$V_{\text{repulsive}} = \frac{B}{r^n} \quad (١٠ - ٢)$$

فأشارة $V_{\text{repulsive}}$ موجبة ؛ لأنها تنتج عن قوة تنافر . ان تعبير الطاقة الكامنة مع يكون على شكل r^{-n} (حيث ان n عدد كبير) يعبر عن قصر مدى القوة الناتجة . أي أن هذه القوة تقل بسرعة بزيادة r . فالطاقة الكامنة الكلية V لكل أيون نتيجة للتفاعلات مع الأيونات المجاورة هي :

$$\begin{aligned} V &= V_{\text{coulomb}} + V_{\text{repulsive}} \\ &= -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{B}{r^n} \end{aligned} \quad (١٠ - ٣)$$

وعند مسافة التوازن r_0 (equilibrium separation) بين الأيونات المتجاورة تكون قيمة V بالتعريف دنيا . أي أن $(dV/dr) = 0$ عندما $r = r_0$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dV}{dr}\right)_{r=r_0} &= \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} - \frac{nB}{r_0^{n+1}} = 0 \\ \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} &= \frac{nB}{r_0^{n+1}} \\ B &= \frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 n} r_0^{n-1} \end{aligned} \quad (١٠ - ٤)$$

وبذلك فالطاقة الكامنة الكلية تكون

$$V = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (١٠ - ٥)$$

ومن الممكن حساب n عن طريق قياس قابلية انضغاط compressibilities البلورات الأيونية . ومتوسط قيم n للبلورات الأيونية يساوي تقريبا 9 . وهذا يعني أن قوة التنافر تتغير بسرعة مع r ولذلك فإن البلورات الأيونية تكون قاسية hard وليست لينتة soft . وتمايع رصها بصورة أكثر . وعند موقع التوازن يكون تأثير قوة التنافر الناتجة من مبدأ الأفراد هو تقليل الطاقة الكامنة الكلية بحوالي 11 % بالنسبة للطاقة الكامنة الناتجة من القوى الالكتروستاتيكية . وليس من الضروري أن تعرف n بصورة دقيقة . فمثلا ، لو كانت $n = 10$ بدلا من $n = 9$ فإن V سوف تتغير بمقدار 1 % فقط .

وفي بلورة NaCl . تساوي مسافة التوازن r_0 بين الأيونات 2.81 \AA . ولما كانت $\alpha = 1.748$ و $n = 9$ عليه فإن الطاقة الكامنة لكل أيون من Na^+ أو Cl^- هي :

$$\begin{aligned} V &= -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \\ &= -\frac{9 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2 \times 1.748 \times (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{2.81 \times 10^{-10} \text{ m}} \left(1 - \frac{1}{9}\right) \\ &= -1.27 \times 10^{-18} \text{ J} \\ &= -7.97 \text{ eV} \end{aligned}$$

والحقيقة هي أن احصاء الأيونات في حساباتنا السابقة متكرر مرتين : مرة عندما نحسب الطاقة الكامنة للأيون ومرة أخرى عندما نحسب تأثير الأيون على الطاقة الكامنة للأيونات الأخرى . وعليه فإن الطاقة الكامنة لكل أيون تساوي نصف الكمية التي في أعلاه . أي -3.99 eV . وتمثل هذه الطاقة مساهمة كل أيون لطاقة تماسك البلورة .

وعلينا أيضا أن نأخذ بنظر الاعتبار الطاقة اللازمة لنقل الكترون من ذرة Na الى ذرة Cl لتكوين $\text{Na}^+ - \text{Cl}^-$. وتساوي هذه الطاقة الفرق بين طاقة تأين Na $+5.14 \text{ eV}$ ولفة الالكترتون -3.61 eV مع Cl . أي أن الطاقة اللازمة لنقل الالكترتون تساوي $+1.53 \text{ eV}$. ومن هذا ينتج أن كل ذرة تساهم بـ $+0.77 \text{ eV}$ في طاقة التماسك نتيجة لأنتقال الالكترونات . وعليه فإن طاقة التماسك الكلية لكل ذرة هي

$$E_{\text{cohesive}} = (-3.99 + 0.77) \text{ eV/atom} = -3.22 \text{ eV/atom}$$

ويمكننا حساب طاقة التماسك لبلورة أيونية عن طريق قياس الحرارة الكامنة للتبخير heat of vaporization ، أو طاقة تحليلها dissociation energy أو من طاقة تبادل exchange energy الالكترونات . ولقد وجد باستخدام هذه الطرق أن طاقة التماسك لـ NaCl تساوي 3.28 eV ، والتي هي على توافقي مع النتيجة النظرية التي في أعلاه .

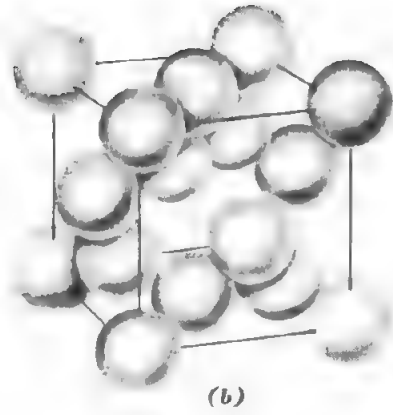
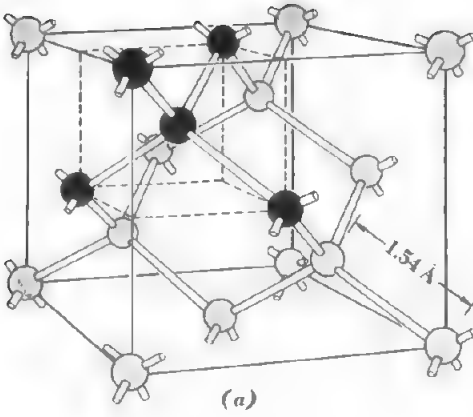
وتكون معظم المواد الصلبة الأيونية قاسية ؛ وذلك بسبب متانة الأواصر الأيونية فيها . وهذه المواد درجة انصهار عالية . ومن المتبادر أن تكون المواد الصلبة سهلة الانكسار ؛ لأن ذراتها لا يستطيع بعضها الانزلاق على بعض بسهولة . وتستطيع السوائل القطبية Polar liquids (كالماء) إذابة البلورات الأيونية ، على حين السوائل التساهمية covalent liquids (كالبزيرين) لا تستطيع ذلك .

١٠ - ٣ البلورات التساهمية COVALENT CRYSTALS

إن قوى التماسك في البلورات التساهمية تنشأ من وجود الكترونات مشتركة بين الذرات المتجاورة . كل ذرة مشتركة بأصرة تساهمية تساهم بالكترون واحد في الأصرة . ويكون الالكترونات مشتركين بين الذرتين ، بدلاً من أن يكون كل منها ملكية خاصة لأحدى الذرتين كما في حالة الأواصر الأيونية .

ويشكل الألماس مثلاً لبلورة تربط ذراتها بأواصر تساهمية . والشكل (١٠-٦) يوضح التركيب البلوري للألماس . والترتيب الرباعي الأوجه هو نتيجة قابلية كل ذرة كربون بأن تكون أربع أواصر تساهمية مع أربع ذرات كربون أخرى (لاحظ الشكل ٨ - ١٦) .

وهناك عدد قليل جداً من البلورات التساهمية . ومن أمثلة هذه البلورات هي السليكون والجرمانيوم وكربيد السليكون SiC والألماس . ففي بلورة SiC تكون كل ذرة محاطة بأربع



الشكل (١٠-٩) (أ) تركيب رباعي الأوجه لبورة الألماس . والعدد التنسيقي للبلورة يساوي أربعة . (ب) نموذج بلورة الألماس .

ذرات من النوع الآخر مشكلة بذلك نفس التركيب الرباعي الأوجه لحالة الألماس . ويكون جميع البلورات التساهمية قاسية (فالألماس هو أصلب مادة معروفة ، و SiC هي مادة تستخدم في الصناعة لأغراض البرد) . وهذه البلورات لها درجات انصهار عالية ولا تذوب في السوائل الاعتيادية . وتعكس الصفة الأخيرة قوة الأواصر التساهمية لهذه البلورات . وتنحصر قيم أنموذجية لطاقات تماسك هذه البلورات بين 3 و 5 eV/atom ، التي تساوي تقريباً طاقات تماسك البلورات الأيونية .

وهناك عدة طرق للتحقق من أن الأواصر في البلورات غير المعدنية وغير الجزيئية هي غالباً أيونية أو تساهمية . وبصورة عامة ان المركبات المتكونة من عناصر من المجموعة الأولى I أو الثانية II في الجدول الدوري ، وعناصر من المجموعة السادسة VI أو السابعة VII . تظهر أواصر أيونية في حالتها الصلبة . ان دراسة العدد التنسيقي coordination number للبلورة أي عدد أقرب الذرات في النسق البلوري من كل ذرة . هي طريقة أخرى للتحقق من نوعية الأصرة . فعدد تنسيقي كبير يشير أن الأصرة أيونية ؛ ذلك لأن من الصعب أن نفسر كيف أن

ذرة معينة تستطيع أن تكون أواصر تساهمية مع ست ذرات متجاورة (كما في حالة بلورات ذات تركيب مكعب متمركز الوجه كـ NaCl) ، أو مع ثمان ذرات متجاورة (كما في حالة بلورات ذات تركيب مكعب متمركز كـ CsCl) . ومن ناحية أخرى ، فإن عدداً تنسيقياً يساوي 4 في تركيب الألماس يتفق تماماً مع وجود روابط تساهمية بحتاً . وكما في حالة الجزيئات ، لا يمكن تصنيف الأواصر إلى أيونية بحتاً أو تساهمية بحتاً .

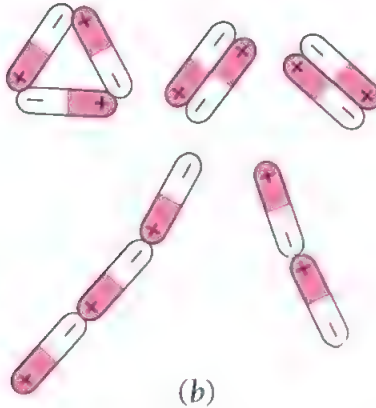
ان بلورة AgCl التي لها نفس تركيب NaCl ، و CuCl التي لها نفس تركيب الألماس كلتاهما تتضمن أواصر متوسطة بين الأواصر الأيونية والتساهمية . وهناك مواد صلبة كثيرة تشكل أمثلة أخرى لهذه الأواصر .

١٠ - ٤ قوى فاندرولز VAN DER WAALS FORCES

ان جميع الذرات أو الجزيئات ، حتى ذرات الغازات الخاملة كالهيليوم والاركون ، تظهر قوة تجاذب ضعيفة قصيرة المدى short-range فيما بينها تدعى بقوى فاندرولز *van der Waals forces* . وتكون هذه القوى مسؤولة عن تكثيف الغازات الى سوائل وتجميد السوائل الى مواد صلبة على الرغم من عدم وجود روابط أيونية ، أو تساهمية أو معدنية بين مكوناتها . والصفات المعروفة للمادة كالاحتكاك ، والشد السطحي ، واللزوجة ، والالتصاق ، والتماسك ، ... جميعها تنشأ من قوى فاندرولز . ان قوة تجاذب فاندرولز بين جزيئين على مسافة r بعضها على بعض تتناسب مع r^{-7} . وعليه فان هذه القوى تكون مهمة عندما تكون المسافة بين الجزيئات صغيرة جداً .

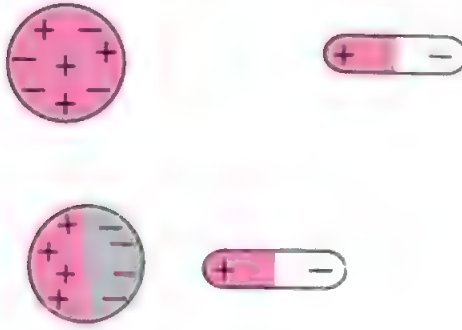
نبدأ دراسة قوة فاندرولز بالإشارة الى أن كثيراً من الجزيئات (التي تدعى بالجزيئات القطبية) تمتلك عزم ثنائي قطبي كهربائي دائماً permanent electric dipole moments . مثال ذلك جزيئة الماء H_2O التي فيها تركيز الالكترونات حول ذرة الأوكسجين يجعل تلك النهاية سالبة أكثر من النهايتين اللتين عندهما تقع ذرتا الهيدروجين . تميل هذه الجزيئات الى ترتيب نفسها بحيث تكون نهاياتها المختلفة متجاورة (لاحظ الشكل ١٠-٧) . بهذا الترتيب تكون قوة الترابط بين الجزيئات قصوى .

وتستطيع كذلك جزيئة قطبية أن تجذب جزيئة لا تمتلك عزماً ثنائي قطب كهربائي دائماً . والشكل (١٠-٨) يوضح هذه العملية . فيعمل المجال الكهربائي الناشئ من الجزيئة القطبية على فصل الشحنة في الجزيئة الأخرى ، وبذلك يتم حث عزم ثنائي قطب كهربائي في الجزيئة الأخيرة بنفس اتجاه عزم الجزيئة القطبية . ونتيجة لهذا تتولد قوة تجاذب بين الجزيئين .



الشكل (١٠-٧) جزيئات قطبية تجذب بعضها بعضاً .

وهذه الحالة تشبه تماماً انجذاب قطعة حديد غير ممغنطة من قبل مغناطيس .
 مما يجلب الانتباه هو أن جزيئتين تستطيع أحدهما جذب الآخر ، على الرغم من أن
 متوسط توزيع الإلكترونات في هذه الجزيئات هو متجانس .



الشكل (8-10) جزيئة قطبية تجذب جزيئة قابلة للاستقطاب

فعند لحظة معينة يمكن ان يكون هناك توزيع غير متجانس للإلكترونات بحيث أن الجزيئة
 تظهر قطبية آتية . ان ثنائيات الاقطاب الآتية هذه تتغير بالاتجاه والقيمة مع الوقت ، ذلك
 عكس ما هي عليه بالنسبة للجزيئات القطبية الحقيقية . وعندما تقترب جزيئتان غير قطبيتين
 بعضهما من بعض يتولد توافق في تغير توزيع الشحنة في كلتا الجزيئتين ، بحيث ان نهاياتها
 المختلفة تميل الى أن تتجاوز فيما بينها (الشكل ٩-١٠) ، وبذلك تنتج قوة تجاذب بين
 الجزيئتين . وهذه القوة تدعى بأسم العالم الهولندي فاندرولز van der Waals ، الذي
 اكتشفها قبل اكثر من قرن من الزمن لتفسير ، سلوك الغازات غير المثالية . لكن بطبيعة الحال
 ان التفسير الذي في اعلاه لهذه القوة هو حديث نسبياً . ان قوى فاندرولز أضعف بكثير من
 قوى الترابط الايونية والتساهمية . ونتيجة لذلك فإن البلورات الجزيئية لها درجة انصهار وغلbian
 واطئة وتكون متانتها الميكانيكية قليلة . وطاقات تماسك هذه البلورات هي صغير جداً ، اذ
 تساوي 0.08 eV/atom للاركون الصلب (الذي درجة انصهار -189°C) و
 0.01 eV/molecule للهيدروجين الصلب (الذي درجة انصهاره -259°C) و
 0.1 eV/molecule للميثان الصلب ، CH_4 (الذي درجة انصهاره -183°C) .
 وهناك نوع قوى من روابط فاندرولز ، يدعى : الروابط الهيدروجينية hydrogen bond .
 ويحدث بين جزيئات معينة تحوى ذرات الهيدروجين . ففي هذه الجزيئات يحدث
 تحوير كبير في توزيع الإلكترونات نتيجة للألفة الالكترونية العالية للذرة الأم (أي الذرة

الرئيسة في الجزيئة) . فكل ذرة هيدروجين في هذه الجزيئات تعطي معظم شحنتها السالبة

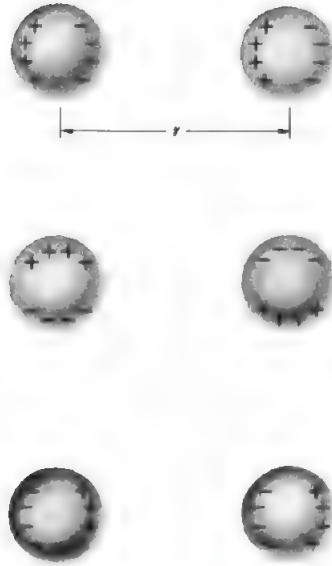
لذرة الام وبذلك تظهر نواتها عارية نسبياً ، ونتيجة لذلك تنشأ جزيئة مستقطبة قطبها الموجب يرتبط مع القطب السالب للجزيئة المجاورة . والصفة الخاصة لهذه الحالة هو صغر الحجم الفعلي للبروتون المحجوب جزئياً . بحيث تكون القوة الكهربائية المتولدة في هذه المراكز كبيرة ؛ ذلك لأن هذه القوة تتغير مع المسافة r من مركز الشحنة على شكل r^{-2} وتميل جزيئات الماء بصورة استثنائية لتكوّن أواصر هيدروجينية قوية ؛ ذلك لأن أزواج الالكترونات الاربعة حول ذرة الاوكسجين تشغل مدارات sp^3 الهجينية التي تمتد نحو رؤوس رباعي أوجه المبين في (الشكل ١-١٠) . فنلاحظ من الشكل أن ذرتي الهيدروجين تتمركزان عند رأسين من رؤوس رباعي الواجه ، لتظهر شحناً موجبة متمركزة عند هذه النقاط . على حين يظهر الرأسان الآخران لرباعي الواجه شحناً سالبة منتشرة نسبياً . وعليه فكل جزيئة H_2O تستطيع تكوين روابط هيدروجينية مع أربع جزيئات H_2O مجاورة . وفي هذه الروابط ، تساهم الجزيئة المركزية بشحنتين ربط موجبة ، في حين تساهم جزيئتان من جزيئات H_2O الاربعة المجاورة بشحنتي الربط الموجبة الأخرى . وفي الحالة السائلة نجد أن الأواصر الهيدروجينية بين جزيئات H_2O المتجاورة تنكسر وتعيد تكوينها باستمرار نتيجة للتهديج الحراري . ومع هذا نلاحظ الجزيئات عند كل لحظة تتجمع في مجاميع متميزة . في الحالة الصلبة تكون هذه المجاميع كبيرة ومستقرة كما في بلورات الجليد .

وينشاء الشكل السداسي لبلورة الجليد (لاحظ الشكل ١٠-١١) من الترتيب الرباعي للأواصر الهيدروجينية في جزيئات H_2O . ولما كان هناك فقط أربع اقرب جزيئات تحيط كل جزيئة ، لذا نجد أن بلورة الجليد تكون متخلخلة . هذا هو السبب في أن كثافة الجليد أقل من كثافة الماء ؛ ذلك أن حجم مجاميع الجزيئات في الماء أصغر وأقل استقراراً مما هي عليه في حالة الجليد ، لذلك فإن جزيئات الماء في الحالة السائلة يكون بعضها بالمعدل أقرب من البعض وبالنتيجة تكون كثافة الماء أكبر من كثافة الجليد . (ان هذه الصفة واضحة من طفر الجليد على الماء) .

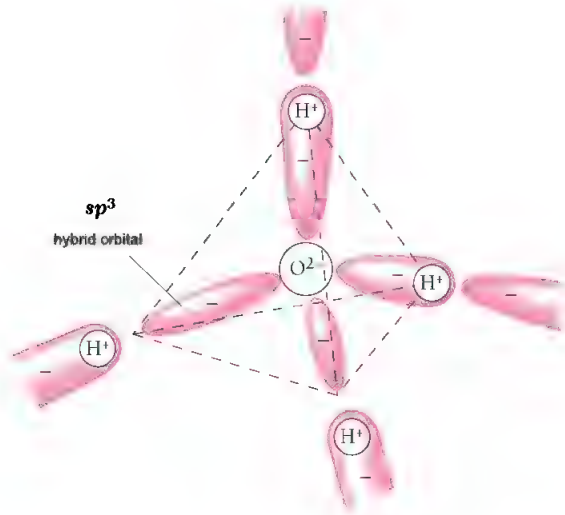
وتزداد كثافة الماء من $0^{\circ}C$ الى قيمة عظمى عند $4^{\circ}C$ ، وذلك بسبب تحطّم مجاميع H_2O الكبيرة الى مجاميع أصغر تشغل حيزاً أضيق . وبعد درجة الحرارة $4^{\circ}C$ ، يزداد حجم السائل مع ارتفاع درجة الحرارة تبعاً لقانون التمدد الحجمي .

١٠-٥ الأصرة المعدنية THE METALLIC BOND

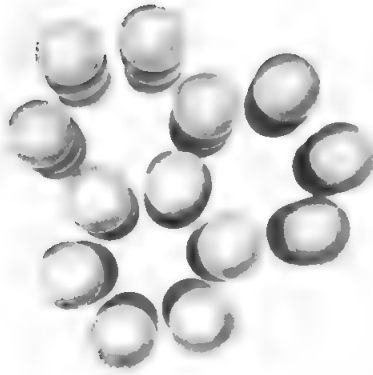
تنص النظرية الحديثة للمعادن بأن الالكترونات التساهمية للذرات المكونة للمعدن تكون مشتركة بين جميع الذرات ، حيث ينتج ما يسمى « بغاز الالكترونات الطليقة » . ويؤدي التفاعل بين غاز الالكترونات وايونات المعدن الموجبة الى قوة تماسك قوية . ان وجود



الشكل (٩-١٠) : يكون معدل توزيع الشحنة في الجزيئات غير القطبية متجانسا . على حين عند لحظة معينة يكون توزيع الشحنة غير متجانس. ان تغير توزيع الشحنة في الجزيئات المتجاورة يكون متوافقا . وهذا يؤدي الى قوة تجاذب بين هذه الجزيئات تتناسب مع $1/r^2$.



الشكل (١٠-١٠) : تشغل ازواج الالكترونات التساهمية الاربعة حول ذرة الاوكسجين في جزيئة الماء (ستة الكترونات تشغل من ذرة الاوكسجين وكل من ذرتي الهيدروجين تسهم بالكترون واحد) ، المدارات sp^3 الهجينية الاربعة . مكونة بذلك شكلا رباعي الوجة . فستطيع كل جزيئة H_2O ان تكون روابط هيدروجينية مع أربع جزيئات H_2O مجاورة



الشكل (١٠-١١) : منظر علوي لبلورة الجليد يوضح الترتيب السداسي المتخلخل لبلورة H_2O . ان كل جزيئة لها أربع الرتب جزيئات تشترك معها بأواصل هيدروجينية .

الالكترونات الطليقة يفسر بصورة جيدة قابلية التوصل الكهربائي والحراري للمعادن ، وعدم شفافيتهما ، ولمعان سطوحها والعديد من صفاتها الأخرى . وعلينا ان نذكر بأن ليس هناك الكترون في جسم صلب او معدن يستطيع أن يتحرك بطلاقة كاملة . ان جميع الالكترونات تتأثر بوجود الجسيمات الأخرى . وعند الأخذ بنظر الاعتبار هذه الصفة نحصل على صورة متكاملة لصفات المعادن تتفق بصورة جيدة مع النتائج العملية .

ونستطيع فهم قابلية ذرات المعادن لترتبط بعضها مع بعض لتكوين بلورات غير متناهية الحجم ، على أساس أن الآصرة المعدنية هي آصرة تساهمية غير مشبعة . فدعنا نقارن بين عملية الترابط في جزيئة الهيدروجين والليثيوم (كلاهما من المجموعة I في الجدول الدوري) فتتكون جزيئة H_2 من الكترونين في الحالة $1s$ يمتلكان برمين متعاكسين . ان هذا العدد من الالكترونات ، أكبر ما يمكن ان يوجد في المدار K . وعليه فجزيئة H_2 مشبعة . وحسب مبدأ الأنفراد ، أي الكترون اضافي يجب أن يكون في مستوى طاقة أعلى . ولذلك لا يمكن دمج ذرة هيدروجين ثالثة لتكوين نظام مستقر . ومبدئياً يبدو أن الليثيوم يتصف بنفس الصفة ، ذلك لأن له توزيع الكتروني $electron\ configuration\ 1s^2 2s$ ولكن توجد في ذرة Li ستة مدارات $2p$ غير مشغولة طاقاتها قريبة جداً من طاقة الحالة $2s$. ف عندما تقترب ذرة Li من جزيئة Li_2 ، تستطيع أن ترتبط بسهولة مع Li_2 بواسطة آصرة تساهمية من دون أن تخرق مبدأ الأنفراد . وتكون جزيئة Li_3 الناتجة مستقرة ؛ ذلك لأن جميع الالكترونات التساهمية تكون في المدار L . وليس هناك حدا لعدد ذرات Li التي تستطيع أن ترتبط بعضها مع بعض بهذه الصورة . ومن هذا ينتج أن الليثيوم يكون بلورة مكعبة متمركزة ؛ إذ أن العدد التنسيقي للتركيب يساوي ثمانية (الشكل ١٠-٥) . ولما كانت كل ذرة ليثيوم تشارك

بالكترون تساهمي واحد ، فان كل آصرة تحتوي بالمعدل على ربع الكترون بدلا من الكترونين . كما في حالة الأصرة التساهمية الاعتيادية . ولذا نجد أن أواصر الليثيوم ليست مشبعة . وهذه الحالة تبقى صحيحة في جميع المعادن الأخرى .

ان احدى نتائج عدم اشباع الأواصر المعدنية هي أن صفات مزيج من معادن مختلفة لا تعتمد بصورة كبيرة على نسبة كل معدن في المزيج ، بشرط أن تكون حجوم ذرات معادن الخليط متقاربة . وعليه فان صفات السبائك alloy غالبا ما تتغير تدريجيا مع نسبة الخليط . هذا على نقيض المواد الصلبة الأيونية والمواد الصلبة التساهمية كـ SiC ، التي تكون صفاتها حساسة لنسبة المزيج .

وتمخض نتيجة مهمة لوجود الأواصر غير المشبعة في المعادن ، وهي أن الالكترونات التساهمية في المعادن تكون شبه طليقة الحركة . ونستطيع فهم هذه الظاهرة على أساس أن الالكترون التساهمي يتحرك باستمرار من آصرة الى أخرى . ففي حالة الليثيوم الصلب مثلا ، يشترك كل الكترون تساهمي بثمان أواصر ، وعليه فهو يقضي وقتا قصيرا نسبيا جوار كل زوج من أيونات Li^+ . واذا صح القول ، لا يستطيع الالكترون أن يتركز زوج الأيونات التي نشأ منها ، ولذلك نجده يتحرك الى اواصر لا تتضمن ذرات الأم . ومن هذا يتضح أن سلوك الالكترونات التساهمية في المعادن يشبه تماما سلوك الجزيئات في غاز .

وكما هي الحال في أي جسم صلب ، تتماسك ذرات المعادن بعضها مع بعض ، لكون أن طاقتها وهي متماسكة أقل من طاقتها عندما تكون منفصلة . ولكي نفهم سبب نقصان الطاقة في البلورات المعدنية ، نلاحظ أنه نتيجة اقتراب الذرات بعضها من بعض ، فان كل الكترون تساهمي يقضي وقتا جوار أكثر من نواة واحدة على حين يبقى الالكترون في حالة الذرات المنفصلة ، جوار نواة واحدة . وعليه تكون الطاقة الكامنة للالكترون في البلورة أقل مما هي عليه في الذرة . وهذا التغير في الطاقة الكامنة هو أساس تكوين الأواصر المعدنية

metallic bond

وهناك نقطة أخرى يجدر الإشارة إليها . فعلى حين أن الطاقة الكامنة للالكترون تقل في البلورات المعدنية ، نجد أن طاقته الحركية تزداد ؛ ذلك أن الالكترونات الطليقة في المعادن تشكل نظاما واحدا ومبدأ الأنفراد يمنع وجود أكثر من الكترونين في حالة مدارية معينة (هناك اتجاهان لبرم spin الالكترون وكل اتجاه يمثل حالة متميزة) . ويبدو لأول وهلة أنه في حالة الليثيوم ، مثلا ، أن ثمانية الكترونات تساهمية فقط من مجموع الالكترونات التساهمية للبلورة ، تشغل الحالة الكمية $n = 2$. في حين تجبر الالكترونات الأخرى أن تشغل مدارات أعلى فأعلى ، مما يؤدي الى عدم استقرارية التركيب البلوري . والحقيقة هي أن الذي يحدث في البلورة أقل تأثيرا . فستويات طاقة الالكترونات التساهمية في ذرات المعدن المختلفة تتغير

قليلا نتيجة التفاعلات بين الذرات ، وبذلك تتكون ما تدعى بحزمة من مستويات الطاقة *energy band* . وتتألف هذه الحزم من مستويات طاقة عديدة متقاربة جدا بعضها من بعض بحيث تتسع لجميع الإلكترونات التساهمية في البلورة . وعليه فالطاقة الحركية للإلكترونات الطليقة تمتد بين ∞ وقيمة عظمى معينة F ، تدعى بطاقة فيرمي *Fermi energy* . ففي حالة الليثيوم ، مثلا ، تساوي طاقة فيرمي 4.72 eV ، على حين يبلغ معدل الطاقة الحركية للإلكترونات الطليقة في معدن الليثيوم 2.8 eV . ولما كانت الطاقة الحركية للإلكترون كمية موجبة ، لذلك فإن زيادة الطاقة الحركية في المعدن بالنسبة للطاقة الحركية في الذرات المنفصلة تؤدي الى تنافر الذرات .

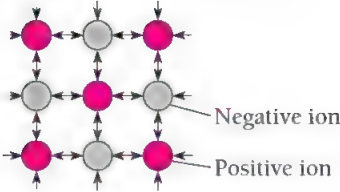
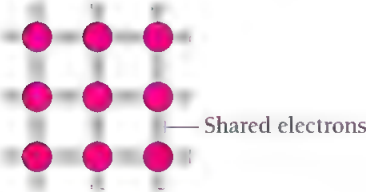
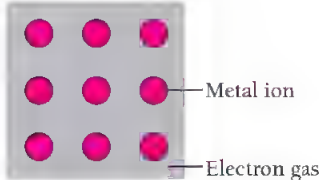
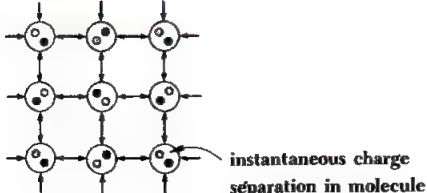
وتنشأ الأواصر المعدنية عندما تكون قوة التجاذب بين الأيونات الموجبة وغاز الإلكترونات

أكبر من قوة التنافر بين الإلكترونات الغاز نفسها . أي ، عندما يكون نقصان الطاقة الكامنة للإلكترونات أكبر من الزيادة في طاقتها الحركية . وكلما زاد عدد الإلكترونات التساهمية في الذرة ، زاد معدل الطاقة الحركية للإلكترونات الطليقة في البلورة المعدنية . على حين تبقى الطاقة الكامنة للإلكترونات ثابتة تقريبا . ولذلك نجد أن العناصر المعدنية تنحصر في المجاميع الثلاثة الأولى من الجدول الدوري . وبعض العناصر تقع على الحد الفاصل ؛ ذلك أنها في بعض الأحيان تكون بلورات معدنية ، وفي أحيان أخرى تكون بلورات تساهمية . وبشكل القصدير *Tin* مثلا أنموذجا لهذه الحالة . فهنالك درجة حرارة 13.2°C ، يتكون معدن القصدير الأبيض *white tin* ، الذي يتميز بكون كل ذرة منه تكون محاطة بست أقرب ذرات . وعند درجات حرارة أقل من 13.2°C يتكون القصدير الرصاصي *gray tin* ، الذي هو عبارة عن مادة صلبة تساهمية تركيبها البلوري يشبه الماس . إن القصدير الرصاصي والقصدير الأبيض هما مادتان مختلفتان تماما ؛ ذلك أن كثافتهما على التوالي 5.8 g/cm^3 و 7.3 g/cm^3 ، وأن القصدير الرصاصي هو شبه موصل *semiconductor* ، على حين تقارب قابلية التوصيل الكهربائي للقصدير الأبيض ، قابلية التوصيل الكهربائي للمعادن .

١٠ - ٦ نظرية الحزمة في المواد الصلبة THE BAND THEORY OF SOLIDS

تكون الذرات في المواد الصلبة المتبلورة المعدنية أو غير المعدنية متقاربة جدا ، بحيث إن إلكتروناتها التساهمية تشكل نظاما واحدا مشتركا بين جميع ذرات البلورة . وهذا النظام يتفق مع مبدأ الأفراد ، ذلك أن مستويات طاقة الإلكترونات الخارجية للذرات تتغير نتيجة للتفاعلات بين الذرات . وبدلا من تكون هناك مستويات طاقة محددة لكل ذرة ، نجد أن البلورة تمتلك حزمة من عدد ضخم من مستويات طاقة قريبة جدا بعضها من بعض . ويساوي عدد مستويات الطاقة المتجاورة عدد الذرات في البلورة ، لذلك فإن حزمة الطاقة تظهر كأنها مستمرة . إن

CRYSTAL TYPES.

| Type | Bond | Example | Properties |
|---|--------------------------|--|--|
| Ionic  | Electrostatic attraction | Sodium chloride <chem>NaCl</chem> $E_{\text{cohesive}} = 3.28 \text{ eV/atom}$ | Hard; high melting points; may be soluble in polar liquids such as water |
| Covalent  | Shared electrons | Diamond <chem>C</chem> $E_{\text{cohesive}} = 7.4 \text{ eV/atom}$ | Very hard; high melting points; insoluble in nearly all solvents |
| Metallic  | Electron gas | Sodium <chem>Na</chem> $E_{\text{cohesive}} = 1.1 \text{ eV/atom}$ | Ductile; metallic luster; high electrical and thermal conductivity |
| Molecular  | Van der Waals forces | Methane <chem>CH4</chem> $E_{\text{cohesive}} = 0.1 \text{ eV/atom}$ | Soft; low melting and boiling points; soluble in covalent liquids |

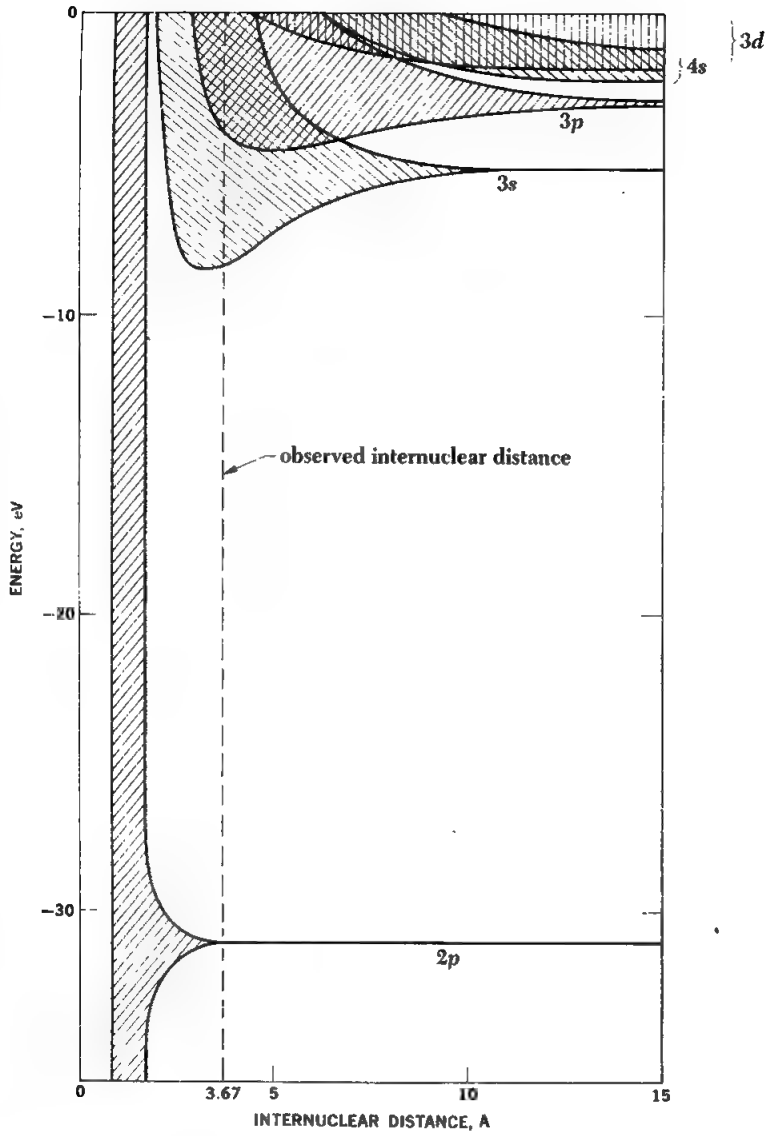
حزم الطاقة ، والفواصل gaps بينها ، ومدى امتلاء كل حزمة ، تحدد صفات عديدة للمادة الصلبة وبضمنها قابليتها على التوصيل الكهربائي .
وهناك طريقتان لفهم منشأ حزم الطاقة ، ابسطهما أن نلاحظ ماذا يحدث لمستويات طاقة الذرات المنفصلة عندما يقترب بعضها تدريجيا من بعض ، ليكون المادة الصلبة .
ونستخدم هذه الطريقة هنا لتعطي فكرة أولية عن تكوين حزم الطاقة وبعض النتائج المترتبة عليها . وفي نهاية الفصل ندرس تكون حزم الطاقة على أساس التحديدات المتولدة من تكرار النسق البلوري crystal lattice على حركة الالكترونات . وهذه الطريقة هي أكثر فعالية وتشكل أساس النظرية الحديثة للمواد الصلبة .

ان الشكل (١٠-١٢) يوضح مستويات الطاقة في الصوديوم كدالة للمسافة بين النوى فالحالة $3s$ هي أول مستوى مشغول في ذرة الصوديوم التي تبدأ بالتوسع لتكون حزمة على حين لا يبدأ المستوى $2p$ بالتوسع ما لم تكن المسافة بين النوى صغيرة جدا . نلاحظ أنه في البداية يقل معدل الطاقة في الحزم $3p$ و $3s$ ، مشيرا الى تكوين قوة تجاذب بين الذرات .
المسافة الحقيقية بين نوى ذرات الصوديوم الصلب تمثل الحالة التي عندها يكون معدل الطاقة أدنى .

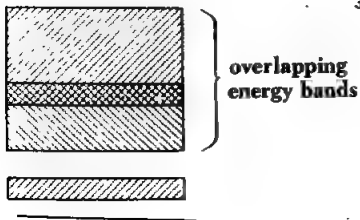
وتنشأ حزم الطاقة في مادة صلبة من مستويات الطاقة لذراتها المنفصلة ، وان الكترونا في مادة صلبة يمكن أن يمتلك طاقات تقع ضمن هذه الحزم فقط . وكما هو مبين في الشكل (١٠-٦٣) ، يمكن أن تتداخل حزم الطاقة المختلفة في مادة صلبة . ففي هذه الحالة تكون طاقة الالكترونات مستمرة . وفي مواد صلبة أخرى تكون حزم الطاقة غير متداخلة (الشكل ١٠-١٤) . والمسافات الفاصلة بين هذه الحزم تمثل الطاقات الممنوعة للالكترونات وتدعى بالـ *forbidden bands* الممنوعة

ان الصفات الكهربائية للمواد الصلبة تتحدد بتركيب حزم طاقاتها ومدى انشغالها بالالكترونات .

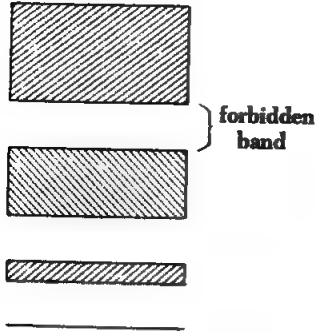
والشكل (١٠-١٥) هو رسم تخطيطي مبسط لمستويات طاقة ذرة الصوديوم وحزم طاقة الصوديوم الصلب . فلكل ذرة صوديوم الكترون واحد في مدارها الخارجي في الحالة $3s$. وهذا يعني أن الحزمة $3s$ في الصوديوم المتبلور نصف مشغولة ؛ ذلك لأن كل مستوي في الحزمة ، كما هو الحال لمستويات الذرة ، يمكن أن يحتوي على الكترونين . فعندما نسلط مجالا كهربائيا على قطعة من الصوديوم الصلب ، تحصل الالكترونات بسهولة على



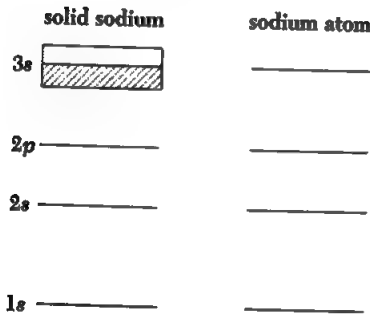
الشكل (١٠-١٢) مستويات طاقة ذرات الصوديوم تصبح حزمًا عندما تقترب الذرات بعضها من بعض
المسافة التجريبية بين نوى ذرات الصوديوم الصلب تساوي : 3.67 Å



الشكل (١٠-١٣) من الممكن تداخل حزم الطاقة في المواد الصلبة .



الشكل (١٠-١٤) حزمة متنوعة تفصل حزم طاقة غير متداخل

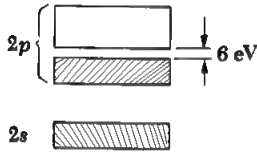


الشكل (١٠-١٥) مستويات طاقة ذرة الصوديوم وما يقابلها في حالة الصوديوم الصلب (ان الشكل لايين التناسب الحقيقي للطاقات) . لاحظ أيضا الشكل (١٠-١٧) .

طاقة اضافية ، ولكن تبقى في نفس الحزمة . فتكون الطاقة الاضافية على شكل طاقة حركية والالكترونات المتحركة تكون تيارا كهربائيا . ومن هذا يتضح أن الصوديوم هو موصل جيد للكهربائية . ونفس الشيء ينطبق على جميع المواد الصلبة المتبلورة ، التي لها حزم طاقة مشغولة جزئيا .

والشكل (١٠-١٦) يمثل رسما تخطيطيا مبسطا لحزم الطاقة في ألماس . فهناك حزمة طاقة مشغولة كليا بالالكترونات تفصل بفواصل (gap) 6 eV من حزمة فارغة تقع فوقها . وهذا يعني أنه يجب أن يكتسب الالكترون في الأقل 6 eV طاقة اضافية لكي يتحرك ؛ ذلك أنه لا يمكن للالكترون أن يمتلك طاقة اضافية ضمن الحزمة الممنوعة ، اذ أن جميع مستويات الطاقة في حزمة الأم مشغولة . أو بعبارة أخرى لا يمكن تعجيل الكترون داخل الحزمة المملوءة بواسطة مجال كهربائي . وسبب ذلك هو أن الالكترون يعاني تصادمات عديدة مع الذرات داخل البلورة (بمتوسط مسار طلق 10^{-8} m) ، وبذلك فالالكترون يفقد معظم طاقته

الحركية المكتسبة من المجال الكهربائي بعد كل تصادم . ولكي يكسب الإلكترون 6 eV خلال مسافة 10^{-8} m ، علينا أن نسلط عليه مجالاً كهربائياً شدته $6 \times 10^8 \text{ V/m}$. وهذا المجال هو أكثر من 10^{10} مرة من شدة المجال اللازم لتكوين تيار داخل الصوديوم . وعليه فإن الماس هو مادة رديئة التوصيل للتيار الكهربائي ويصنف كمادة عازلة *insulator* وللسلكون تركيب بلوري يشبه الماس . ولذا هناك فاصل يفصل الحزمة المملوءة العليا من حزمة فارغة أعلى . لكن عرض الحزمة الممنوعة في السلكون هو 1.1 eV فقط تقابلية توصيل السلكون عند درجات الحرارة الواطئة أحسن بقليل من قابلية توصيل الماس .



الشكل (١٠-١٦) حزم الطاقة في الماس

(لا يبين الشكل تناسب الحقيقي للطاقات) .

1s —————

فنسبة قليلة من الالكترونات في السلكون عند درجة حرارة الغرفة تكسب طاقة حركية نتيجة للتهيج الحواري ، وتستطيع أن تقفز عبر الحزمة الممنوعة الى حزمة طاقة أعلى . وهذه الالكترونات تكون كافية لتوليد تيار كهربائي محسوس عند تسليط مجال كهربائي عليها . وعليه فالتوصيل الكهربائي للسلكون يقع ما بين التوصيل الكهربائي للموصلات الجيدة والموصلات الرديئة ، ولذا يدعى السلكون بشبه موصل *semiconductor*

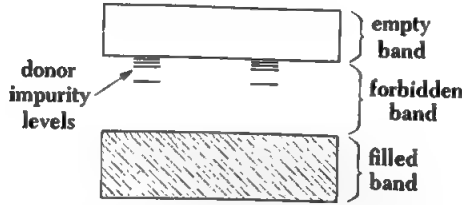
ان المقاومة النوعية *resistivity* لشبه الموصلات تتغير كثيراً بوجود الشوائب *impurities* . فدعنا نتصور ان هناك بضعة ذرات زرنيخ *arsenic* في بلورة السلكون . ان هناك خمسة الكترونات في المدار الخارجي لذرة الزرنيخ ، على حين تحوي ذرة السلكون أربعة الكترونات خارجية . (وتوزيع الالكترونات في المدار الخارجي لذرتي الزرنيخ والسلكون هو $4s^2 4p^3$ و $3s^2 3p^2$. على التوالي) . وعندما تحل ذرة زرنيخ محل ذرة سلكون في بلورة السلكون فإن أربعة الكترونات خارجية من ذرة الزرنيخ تساهم بأربع أو اصر تساهمية مع ذرات السلكون المجاورة . ويحتاج الالكترون الخارجي الخامس لذرة الزرنيخ الى طاقة قليلة فقط لينفصل عن الذرة ويتحرك بطلاقة داخل البلورة (لاحظ التمرنين ٢٣ و ٢٤) . نلاحظ من الشكل (١٠-١٧) أن وجود الزرنيخ كمادة شائبة في بلورة السلكون يولد مستويات طاقة تحت حزمة التوصيل . وهذه المستويات تدعى بمستويات المانح *donor levels* ، والمادة المتكونة تدعى بشبه موصل من نوع n

ذلك لأن الشحنات السالبة تكون مسؤولة عن

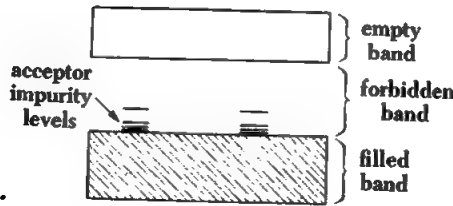
n-type semiconductor

توليد التيار الكهربائي .

والآن لو أضفنا بعض ذرات الجاليوم *gallium* الى بلورة السلكون ، فسوف تحدث ظاهرة مختلفة . ذرات الجاليوم تحوي على ثلاثة إلكترونات في مدارها الخارجي متوزعة على شكل $4s^2 4p$. لذلك فإن وجود هذه الذرات في البلورة يولد مكانات شاغرة في تركيبها الإلكتروني تدعى بالفجوات *holes* . ويحتاج الإلكترون الى طاقة قليلة جداً لكي يدخل في فجوة معينة لكنه بهذه العملية يترك خلفه فجوة جديد . فعند تسليط مجال كهربائي على بلورة سلكون تحوي نسبة قليلة من ذرات الجاليوم ، نجد أن الإلكترونات تتحرك نحو الأنود *anode* ذلك بملء الفراغات بصورة متعاقبة . ومن الملائم ان نعتبر أن التيار المتولد ناتج عن حركة الفجوات ، لأن سلوك الفجوات تشبه تماماً سلوك الشحنات الموجبة حيث انها تتحرك نحو القطب السالب . وهذا النوع من المادة تدعى بشبه موصل من نوع *p-type semiconductor* *p* . (في بعض المعادن أيضاً ، كالحارصين *zinc* ، تعتمد عملية التوصيل الكهربائي على حركة الفجوات) . والشكل (١٠-١٨) يوضح تكوين مستويات طاقة فوق الحزمة المملوءة العليا ، ذلك نتيجة وجود شوائب . وتدعى هذه المستويات



الشكل (١٠-١٧) وجود نسبة صغيرة من ذرات الزرنيخ في بلورة السلكون تساعد على تكوين مستويات طاقة المانح في الحزمة الممنوعة . وبهذه الطريقة ينتج ما يسمى بشبه موصل من نوع *n*



الشكل (١٠-١٨) : وجود نسبة صغيرة من ذرات الجاليوم في بلورة السلكون تساعد على تكوين مستويات طاقة الكاسف في الحزمة الممنوعة . وبهذه الطريقة ينتج ما يسمى بشبه موصل من نوع *p* .

بمستويات الكاسف *acceptor levels* . وأي الكتروليت يتقبل الى حد هذه

المستويات يترك خلفه فجوة في الحزمة المملوءة . وهذه الفجوات تساعد على مرور التيار الكهربائي .

* ٧-١٠ طاقة فيرمي THE FERMİ ENERGY

ندرس هنا بصورة تفصيلية سلوك الالكترونات الطليقة في المعادن . فالالكترونات هي جسيمات فيرمي ، ولذلك فانها تخضع لمبدأ الانفراد exclusion principle . وعليه فان توزيع طاقة غاز الالكترونات الطليقة في معدن يتبع قانون توزيع فيرمي وديراك (البند ٩-٩) . وقانون توزيع فيرمي وديراك الذي يحدد عدد الالكترونات n_i عند مستوى طاقة ϵ_i هو :

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\epsilon_i/kT} + 1} \quad (٦-١٠)$$

ومن الملائم ان ندرس توزيع الالكترونات بين قيم مستمرة للطاقة بدلا من طاقات منفصلة ، كما في المعادلة (٦-١٠) . في هذه الحالة ياخذ قانون توزيع فيرمي وديراك الصيغة التالية :

$$n(\epsilon) d\epsilon = \frac{g(\epsilon) d\epsilon}{e^{\alpha} e^{\epsilon/kT} + 1} \quad (٧-١٠)$$

ونستطيع استخدام نفس الطريقة لحالة فوتونات اشعاعات الجسم الاسود ، لايجاد عدد الحالات الكمية $g(\epsilon) d\epsilon$ المحصورة بين ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ ، المتيسرة للالكترون . وهناك تشابه تام بين هاتين الحالتين . ان حالي بزم الالكترون $m_e = +1/2$ و $m_e = -1/2$ اللتين تؤديان الى تضاعف الحالة في فضاء الحالة phase-space . كتضاعف الحالات في فضاء الحالة لغاز الفوتونات نتيجة وجود اتجاهين ممكنين لاستقطاب الفوتونات . وبدلالة الزخم نجد من البند (٩-٨) ان :

$$g(p) dp = \frac{8\pi V p^2 dp}{h^3}$$

على حين حالة الكترون غير نسبي nonrelativistic لدينا :

$$p^2 dp = (2m^3 \epsilon)^{1/2} d\epsilon$$

$$g(\epsilon) d\epsilon = \frac{8\sqrt{2\pi} V m^{3/2}}{h^3} \epsilon^{1/2} d\epsilon \quad (٨-١٠)$$

والخطوة الثانية هي ايجاد المعامل α ولهذا الهدف ندرس حالة غاز الالكترونات عند درجات حرارة واطئة . فكما لاحظنا في البند (٩-١٠) ان نسبة الانشغال occupation index عندما تكون T صغيرة تساوي 1 من $\epsilon = 0$ ولغاية طاقة فيرمي ϵ_F . حيث بعد ذلك تهبط نسبة الانشغال بسرعة الى 0 وهذه الصفة تعكس تأثير مبدأ الانفراد : اذ لا يمكن اشغال حالة كمية بأكثر من الكترون واحد ، وعليه فان التوزيع الادنى للطاقة لغاز الالكترونات

يتم بملء الحالات الدنيا وترك الحالات المتبقية العالية فارغة . فدعنا نكتب مبدئياً :

$$\alpha = -\frac{\varepsilon_F}{kT}$$

(٩-١٠)

وعليه تصبح نسبة الانشغال :

$$f(\varepsilon) = \frac{n(\varepsilon)}{g(\varepsilon)} = \frac{1}{e^{(\varepsilon - \varepsilon_F)/kT} + 1}$$

(١٠-١٠)

وهذه المعادلة تتفق مع مبدأ الانفراد ، حيث عند : $T = 0 \text{ K}$ نجد

$$f(\varepsilon) = 1 \text{ عندما } \varepsilon < \varepsilon_F$$

$$= 0 \text{ عندما } \varepsilon > \varepsilon_F$$

وعندما تزداد درجة الحرارة تتغير نسبة الانشغال تدريجياً من 1 الى 0 (لاحظ الشكل (١٠-١٠)

(١٩) . وعند جميع درجات الحرارة

$$f(\varepsilon) = 1/2 \text{ when } \varepsilon = \varepsilon_F$$

ونستطيع حساب طاقة فيرمي لعينة من معدن تحتوي على N من الالكترونات الطليقة ، ذلك بملء مستويات الطاقة الدنيا من $\varepsilon = 0$ لغاية $\varepsilon = \varepsilon_F$ المطلوبة ايجادها . ان عدد الالكترونات التي تستطيع ان تاخذ نفس الطاقة ε يساوي عدد الحالات $g(\varepsilon)$ عند الطاقة ε حيث ان كل حالة تستوعب الكترونا واحدا فقط . ولذلك :

$$\int_0^{\varepsilon_F} g(\varepsilon) d\varepsilon = N \quad (١١-١٠)$$

وبتعويض الطرف الايمن في المعادلة (٨-١٠) عن $g(\varepsilon) d\varepsilon$ في المعادلة (١١-١٠) نحصل على :

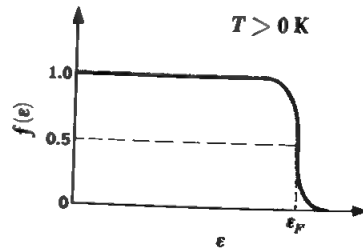
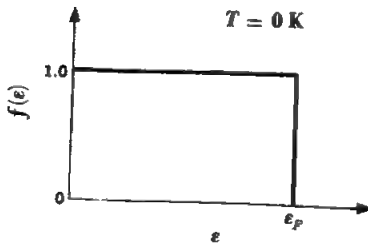
$$N = \frac{8\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{h^3} \int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon$$

$$= \frac{16\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{3h^3} \varepsilon_F^{3/2}$$

$$\varepsilon_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3}$$

ومنها

(١٢-١٠)



الشكل (١٠-١٩) نسبة الانشغال في توزيع فيرمي وديراك عند درجة الصفر المطلق ودرجة حرارة أعلى

ان الكمية N/V تمثل كثافة الالكترونات الطليقة في المعدن . وعليه فان ϵ_F لا تعتمد على حجم العينة تحت الدرس .

فدعنا نستخدم المعادلة (١٠ - ١٢) لحساب طاقة فيرمي للنحاس . فالتركيب الالكتروني لذرة النحاس في الحالة الأرضية ground state هو $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ اي ان هناك الكترونا واحداً فقط في الحالة $4s$ خارج المدارات المشبعة الداخلية . وعليه يمكننا ان نفترض بان كل ذرة نحاس تساهم بالكترون طليق واحد لغاز الالكترونات المعدن . وبذلك فان كثافة الالكترونات الطليقة $\eta = N/V$ تساوي عدد ذرات النحاس لوحدة الحجم . وهذه الكمية تتحدد بالمعادلة .

$$\frac{\text{عدد الذرات}}{\text{الحجم}} = \frac{(\text{عدد الذرات} / \text{كيلو جزيئي غرامي}) \times (\text{كتلة} / \text{حجم})}{(\text{كتلة} / \text{كيلو جزيئي غرامي})}$$

$$\frac{\text{Atoms}}{\text{Volume}} = \frac{(\text{atoms/kmol}) \times (\text{mass/volume})}{\text{mass/kmol}}$$

$$= \frac{N_0 \rho}{w} \quad (١٣ - ١٠)$$

ففي هذه المعادلة

$$N_0 = \text{Avogadro's number} = 6.02 \times 10^{26} \text{ atoms/kmol}$$

$$\rho = \text{density of copper} = 8.94 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$w = \text{atomic mass of copper} = 63.5 \text{ kg/kmol}$$

وعليه

$$\eta = \frac{6.02 \times 10^{26} \text{ atoms/kmol} \times 8.94 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}{63.5 \text{ kg/kmol}}$$

$$= 8.5 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3$$

$$= 8.5 \times 10^{28} \text{ electrons/m}^3$$

ومن المعادلة (١٠ - ١٢) نجد ان طاقة فيرمي تساوي

$$\epsilon_F = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J-s})^2}{2 \times 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg/electron}} \left(\frac{3 \times 8.5 \times 10^{28} \text{ electrons/m}^3}{8\pi} \right)^{2/3}$$

$$= 1.13 \times 10^{-18} \text{ J}$$

$$= 7.04 \text{ eV}$$

فنحدد درجة حرارة الصفر المطلق ($T = 0 \text{ K}$) ، تمتد طاقة الالكترونات الطليقة في النحاس من 0 ولغاية 7.04 eV على حين لحالة جزيئات غاز مثالي عند درجة الصفر المطلق ، تساوي طاقة جميع الجزيئات صفراً . وبسبب هذه الصفة غير الكلاسيكية يدعى غاز الالكترونات

في المعدن غاز منحللاً degenerate gas

١٠-٨ توزيع طاقة الإلكترونات ELECTRON-ENERGY DISTRIBUTION

نستطيع الآن التعويض عن الكميتين $g(\epsilon) d\epsilon$ و α من المعادلتين (١٠-٨) و (١٠-٩) في المعادلة (١٠-٧) لنحصل على قانون توزيع الإلكترونات بين الطاقات المختلفة حيث نجد :

$$n(\epsilon) d\epsilon = \frac{(8\sqrt{2}\pi V m^{3/2}/h^3) \epsilon^{1/2} d\epsilon}{e^{(\epsilon-\epsilon_F)/kT} + 1} \quad (١٠-١٤)$$

ويمكن إعادة كتابة هذه المعادلة بدلالة طاقة فيرمي ϵ_F لنحصل :

$$n(\epsilon) d\epsilon = \frac{(3N/2) \epsilon_F^{-3/2} \epsilon^{1/2} d\epsilon}{e^{(\epsilon-\epsilon_F)/kT} + 1} \quad (١٠-١٥)$$

والشكل (١٠-٢٠) يوضح هذه المعادلة للدرجات الحرارية $T = 0, 300, 1200$ K ومن المناسب أن نحسب معدل طاقة الإلكترونات عند درجة الصفر المطلق . ولهذا الهدف ، نحسب أولاً الطاقة الكلية للإلكترونات U_0 عند 0 K ، حيث

$$U_0 = \int_0^{\epsilon_F} \epsilon n(\epsilon) d\epsilon$$

| Metal | | Fermi energy, eV |
|-----------|----|------------------|
| Lithium | Li | 4.72 |
| Sodium | Na | 3.12 |
| Aluminum | Al | 11.8 |
| Potassium | K | 2.14 |
| Cesium | Cs | 1.53 |
| Copper | Cu | 7.04 |
| Zinc | Zn | 11.0 |
| Silver | Ag | 5.51 |
| Gold | Au | 5.54 |

الجدول (١٠-٤) : طاقات فيرمي لبعض المعادن .

لما كانت جميع الإلكترونات عند $T = 0$ K تمتلك طاقات أقل أو تساوي ϵ_F فعند $T = 0$ K

$$e^{(\epsilon-\epsilon_F)/kT} = 0$$

ولذلك :

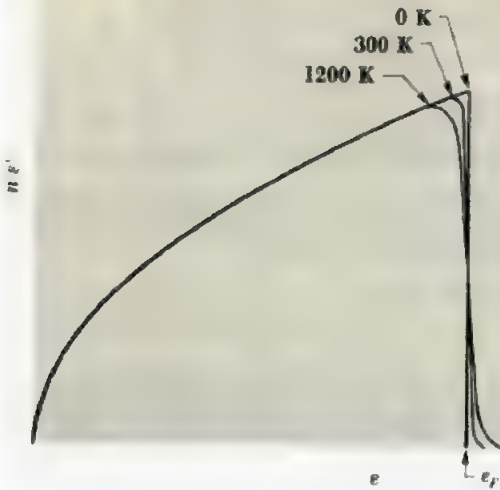
$$\begin{aligned} U_0 &= \frac{3N}{2} \epsilon_F^{-3/2} \int_0^{\epsilon_F} \epsilon^{3/2} d\epsilon \\ &= \frac{3}{5} N \epsilon_F \end{aligned} \quad (١٠-١٩)$$

ان معدل طاقة الإلكترونات $\bar{\epsilon}_0$ يساوي الطاقة الكلية مقسومة على عدد الإلكترونات N الموجودة . أي :

$$\bar{e}_0 = \frac{3}{5} \epsilon_F \quad (١٧-١٠)$$

ولما كانت طاقات فيرمي للمعادن تساوي في العادة بضعة الكترون - فولت ، فإن معدل طاقة الالكترونات عند 0 K هو بتلك الحدود . ان درجة حرارة

غاز مثالي طاقة جزيئاته الحركية 1 eV هي 11,600 K . وهذا يعني أنه لو كان تصرف الالكترونات تصرفاً كلاسيكياً ، لوجب أن تكون درجة حرارة النحاس 50,000 K لكي تكتسب الالكترونات الطليقة معدل الطاقة الفعلية في المعادلة (١٧-١٠) . ان الطاقة الحركية الكبيرة التي تمتلكها الالكترونات التساهمية في غاز الالكترونات تكون قوة تنافر بين ذرات المعدن (لاحظ البند ١٠-٥) . ان تجمع ذرات المعدن لتكوين مادة صلبة يتطلب طاقة اضافية لرفع الالكترونات التساهمية الى مستويات طاقة أعلى لكي تتماشى مع مبدأ الانفراد . ولكن ذرات المعدن الصلب يكون بعضها متقاربة من بعض ، وبذلك فإن الالكترونات التساهمية تكون بالمعدل أقرب الى نوى الذرات عندما تكون في المعادن الصلبة مما هي عليه عندما تكون في الذرات المنفصلة . وعليه فالالكترونات في الحالة الاولى تمتلك طاقة كامنة أعلى مما تمتلكه في الحالة الثانية . وهذا الفرق يكون قوة تماسك بين ذرات المعدن ، حتى بعد أن نأخذ بنظر الاعتبار الطاقة الحركية الإضافية لغاز الالكترونات .



الشكل (١٠-٢٠) : توزيع طاقة الالكترونات في معدن درجات حرارة مختلفة

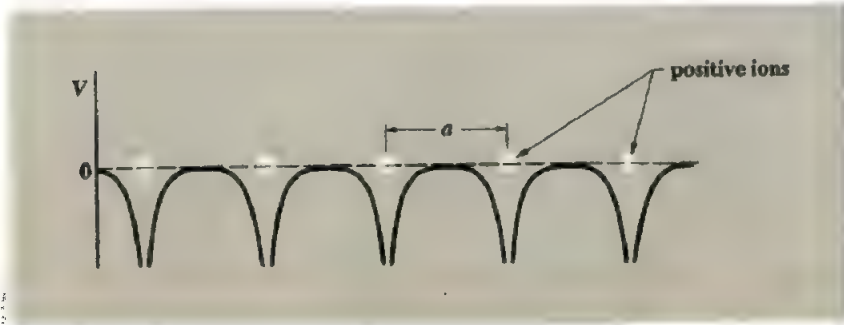
ندرس الان بالتفصيل أكثر كيف تنشأ الحزم المسموحة والحزم المنوعة في المواد الصلبة. والفكرة الاساس لهذه الظاهرة هو أن الالكترون في بلورة . يتحرك في منطقة ذات جهد دوري periodically (الشكل ١٠-٢١) ، بدلا من منطقة ذات جهد ثابت . ونتيجة لذلك يحدث حيود للالكترونات يؤدي الى تحديد زخمه ضمن قيم معينة تابعة لحزم الطاقة المسموحة . وبهذه الطريقة نجد أن تفاعل الذرات بعضها مع بعض يؤثر بصورة غير مباشرة على الالكترونات التساهمية عن طريق تكوين النسق البلوري ، بدلا من التأثير المباشر المشرح في البند (١٠-٦). ونستخدم هنا طريقة حدسية لتحليل هذه المسألة بدلا من الطريقة الاصولية المعتمدة على معادلة شرودينجر .

ان طول موجة ديبرولي لالالكترون طليق زخمه p هو :

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (١٠-١٨)$$

فتتحرك الالكترونات ذات الطاقة الواطنة جدا بطلاقة خلال البلورة ، ذلك لأن طولها الموجي طويل بالنسبة لفواصل النسق البلوري (lattice spacing) a . والالكترونات ذات طاقة أعلى (بحدود طاقة فيرمي في معدن) التي لها أطوال موجية مقاربة لـ a ، تعاني حيودا كحيود الأشعة السينية (البند ٢-٤) . أوحيد حزمة الالكترونات موجهة من الخارج على بلورة (البند ٣-٥) . وسنلاحظ قريباً . أنه عندما تكون λ قريبة من $a, 2a, 3a, \dots$ فإن المعادلة (١٠-١٨) لا تبقى صحيحة . فالالكترون طول موجته λ يعاني انعكاس براك Bragg "reflection" من احدى مجاميع المستويات الذرية المتوازية في البلورة ، على شرط أن زاوية سقوطه θ على هذه المستويات تحقق المعادلة (٢-٨) :

$$n\lambda = 2a \sin \theta \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (١٠-١٩)$$



الشكل (١٠-٢١) : الطاقة الكامنة للالكترون في نسق منتظم من الايونات الموجبة

ومن المناسب ان نعالج الحركة الموجية لالكترون في بلورة بدلالة العدد الموجي k (wave number) الذي أدخلناه في البند (٣-٣) ، بدلا من λ . حيث لدينا :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (١٠-٢٠)$$

العدد الموجي

ويساوي العدد الموجي عدد الزوايا القطرية المكافئة لرتل موجي طوله متر . ولما كانت الحركة الموجية هي باتجاه حركة الجسم . عليه يمكننا وصف الرتل الموجي بدلالة المتجه k . ومعادلة براك بدلالة k تكون :

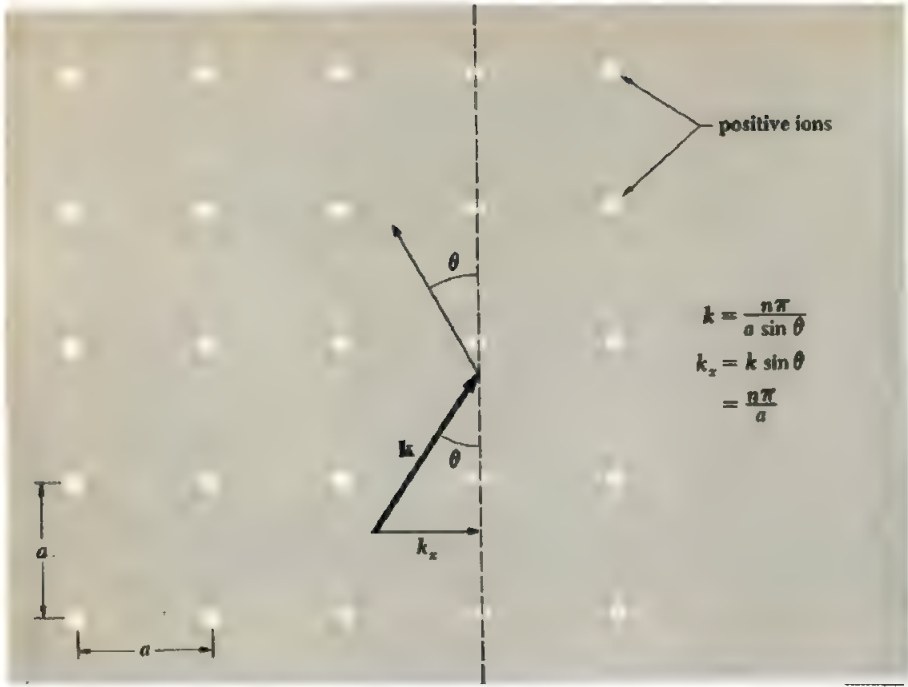
$$k = \frac{n\pi}{a \sin \theta} \quad (١٠-٢١)$$

والشكل (١٠-٢٢) يوضح انعكاس براك في نسق بلوري مربع ذي بعدين . ونستطيع ان نبرعن شرط براك للانعكاس بقولنا ان الانعكاس يحدث من صفوف عمودية من الايونات عندما تكون مركبة x للمتجه k (أي k_x) تساوي $n\pi/a$. وبفس الطريقة ، يحدث انعكاس من الصفوف الافقية للايونات عندما تكون $k_y = n\pi/a$.

فدعنا ندرس أولا الالكترونات التي أعدادها الموجية صغيرة جدا بحيث لا تتأثر بالحيود فاذا كانت $k \pi/a$ ، فان الالكترون يتحرك بطلاقة داخل البلورة في جميع الاتجاهات . لكن عندما تكون $k = \pi/a$ ، لا تستطيع الالكترونات بسبب الحيود ان تتحرك باتجاه x أو y . وكلما زادت k عن π/a ، تحدد اتجاه حركتها ، حيث عندما $k = \pi/a \sin$ $45^\circ = \sqrt{2}\pi/a$. نجد أن هذه الالكترونات تعاني حيودا حتى عندما تتحرك باتجاه القطر في النسق البلوري .

وتدعى المنطقة في فضاء k (k -space) التي فيها تتحرك الالكترونات ذات القيم واطئة من دون حيود بمنطقة بريلوين الاولى $first Brillouin zone$. لاحظ الشكل (١٠-٢٣) . وهذا الشكل يوضح أيضاً منطقة بريلوين الثانية . ففي هذه المنطقة تكون $k > \pi/a$. ولكن ماتزال صغيرة بحيث لاتنحاد الموجة بواسطة مجاميع مستويات الذرية القطرية في الشكل (١٠-٢٢) . وتتضمن منطقة بريلوين الثانية الكترونات يتراوح عددها الموجي بين π/a و $2\pi/a$. فستطيع جميع هذه الالكترونات أن تتحرك بطلاقة بالاتجاهات $\pm x$ و $\pm y$. على حين تتطلب الحركة بالاتجاه القطري الى قيمة معينة لـ k . ويمكننا بنفس الطريقة الحصول على مناطق بريلوين أخرى .

ان تعميم هذا التحليل على تراكيب بلورية حقيقية ذات ثلاثة ابعاد يقودنا الى مناطق بريلوين الموضحة في الشكل (١٠-٢٤) .



الشكل (١٠-٢٢) : يحدث انعكاس براك من الصفوف العمودية للأيونات عندما تكون $k_x = n\pi/a$

ORIGIN OF FORBIDDEN BANDS

* ١٠-١٠ منشأ الحزم الممنوعة

وتكمن أهمية مناطق بريلوين في تحديد الطاقات المسموحة للالكترونات . فطاقه الكترون طليق زخمه p هي

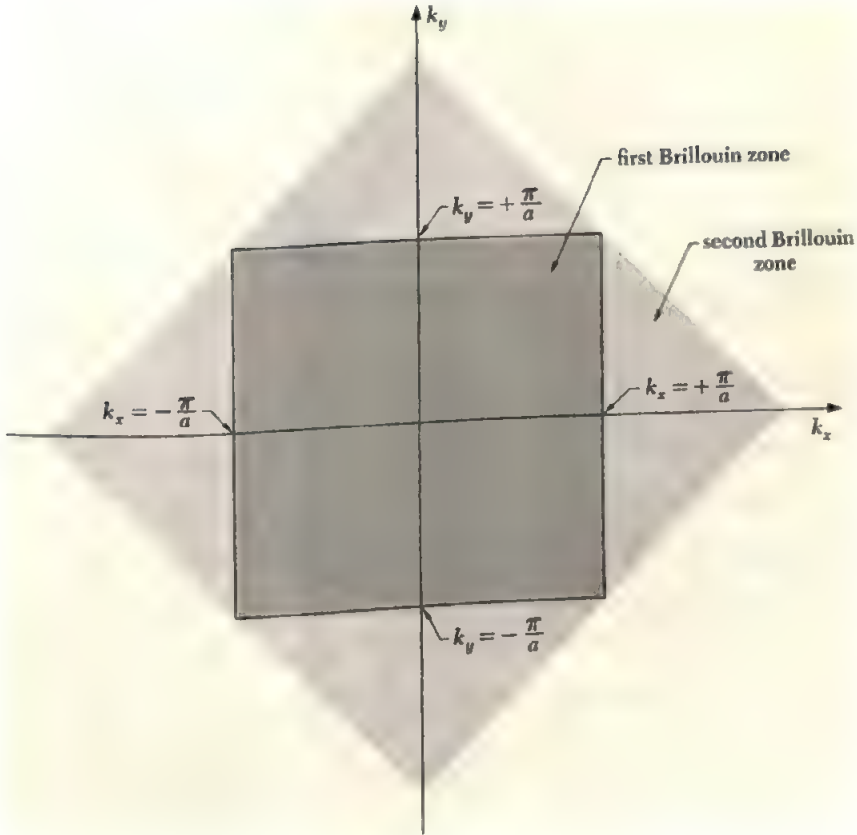
$$E = \frac{p^2}{2m}$$

أو بدلالة العدد الموجي k . فان

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (١٠-٢٢)$$

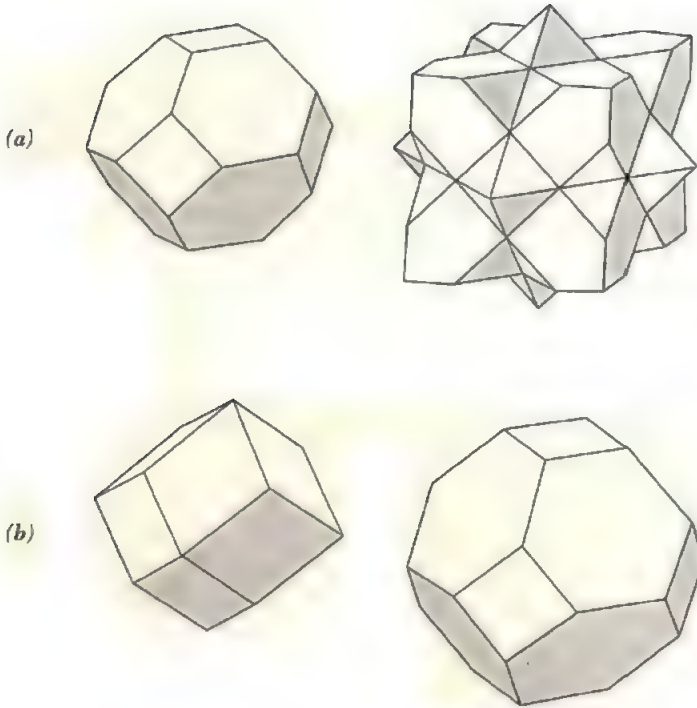
فعندما يكون العدد الموجي للالكترون في داخل البلورة اقل بكثير من π/a فإنه لا يحدث أي تفاعل مع النسق البلوري . وبالتالي تكون المعادلة (١٠-٢٢) صحيحة . وما كانت طاقة هذه الالكترونات تعتمد على k^2 فقط . لذلك فان خطوط مناسيب E . حيث تكون E ثابتة ، في فضاء k يبعدين تكون على شكل دوائر (الشكل ١٠-٢٥) . وكلما زادت قيمة k تقاربت خطوط المناسيب بعضها من بعض وزاد تحورها . وسبب الصفة الاولى هو أن E تتغير تبعاً لـ k^2 . ويمكننا تفسير الصفة الثانية بنفس السهولة ؛ فكلما اقترب

الالكترون من السطوح الفاصلة لمناطق بريلوين في فضاء k . زاد تأثير النسق البلوري على حيود الالكترونات . وهذا يعني أن الالكترونات سوف تتأثر بصورة أكبر مع صفوف الايونات الموجبة . وبالتالي يتولد تأثير اكبر على طاقات الالكترونات .



الشكل (١٠-٢٣) منطقة بريلوين الاولى والثانية في نسق بلوري مربع ذات بعدين

والشكل (١٠-٢٦) يوضح تغير الطاقة E مع k باتجاه x . فعندما تقترب k من π/a تزداد E بصورة أبطأ من $\hbar^2 k^2 / 2m$ (طاقة جسيم طليق) . وعند $k = \pi/a$ نجد أن E تأخذ قيمتين . القيمة الصغرى تعود لمنطقة بريلوين الاولى والقيمة العليا تعود الى منطقة بريلوين الثانية . وهناك فاصل gap بين قيم الطاقات المسموحة في منطقتي بريلوين الاولى والثانية ، وهذا الفاصل يمثل الحزمة الممنوعة forbidden band التي تكلمنا عليها سابقا . ان تغير الطاقة يعيد نفسه باستمرار كلما انتقلنا من منطقة بريلوين الى اخرى .

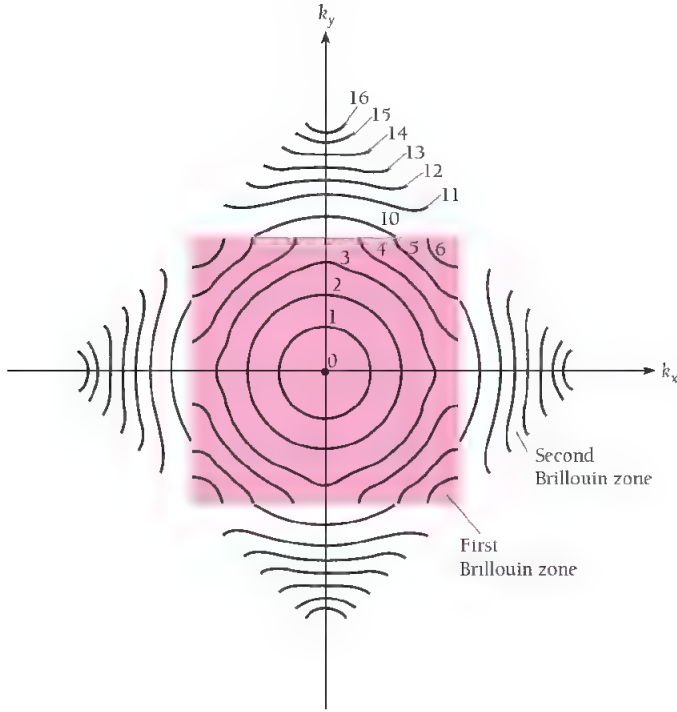


الشكل (١٠-٢٤) منطقة بريلوين الأولى والثانية في (أ) نسق بلوري مكعب متمركز الوجه (ب) نسق بلوري متمركز (لاحظ الشكلين ١٠-٤ و ١٠-٥).

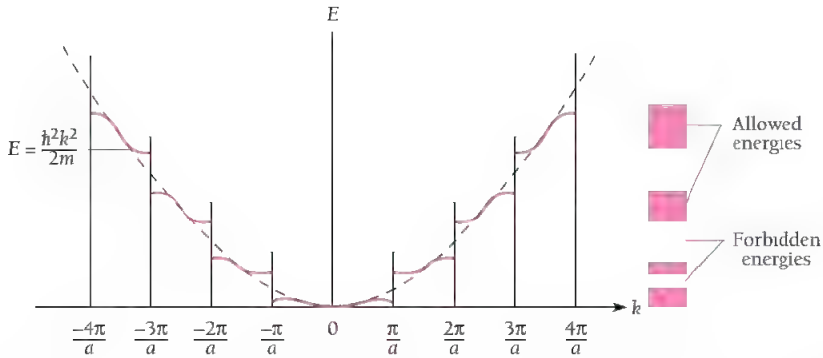
ان عدم استمرارية الطاقة عند السطوح الفاصلة لمناطق بريلوين ناتج من كون قيم k المحددة تكون موجات مستقرة $standing waves$ بدلا من موجات متحركة $traveling waves$. دعنا ندرس هذه الصفة ببعض التفصيل . وللسهولة ندرس الكترونات تتحرك باتجاه x . ويمكننا تعميم هذه التحليلات على حركة الالكترونات باتجاهات اخرى بدون صعوبة . فكما لاحظنا سابقا ، عندما تكون $k = \pm\pi/a$ ، فإن الموجات تنعكس ذهابا وايابا عن طريق انعكاسات براك . وعليه الحل الوحيد لمعادلة شرود ينكر يمثل موجة مستقرة طولها الموجي يساوي المسافة a بين الذرات المتجاورة . وهناك حلان ممكنان للحالة $n = 1$ ، وعلى وجه التحديد :

$$\psi_1 = A \sin \frac{\pi x}{a} \quad (١٠-٢٣)$$

$$\psi_2 = A \cos \frac{\pi x}{a} \quad (١٠-٢٤)$$

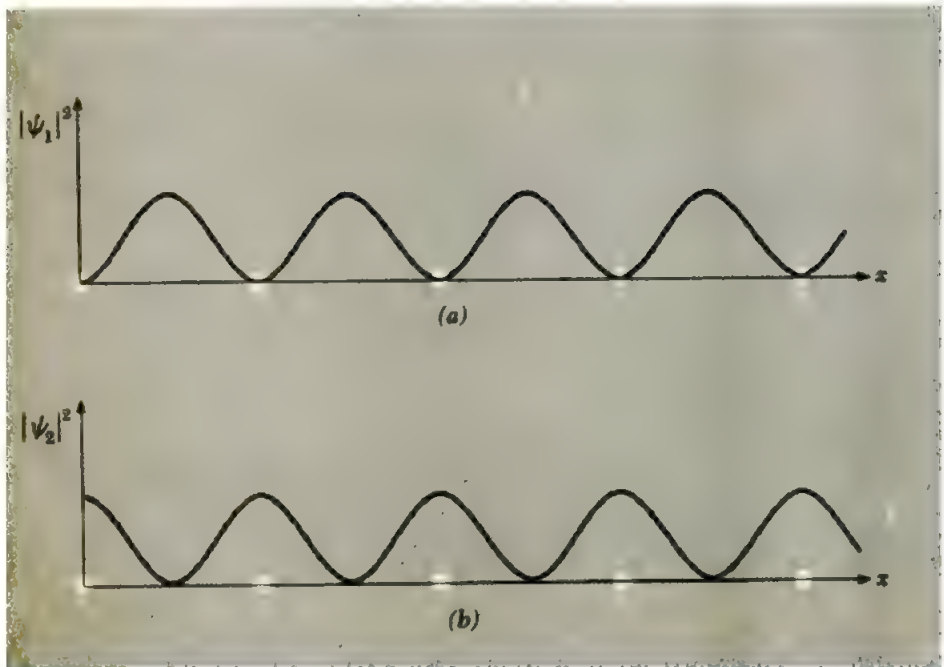


الشكل (١٠-٢٥) مناسب الطاقة بوحدة الالكترون - فولت في منطقتي بريلوين الاولى والثانية ، في نسق بلوري مربع خيالي .

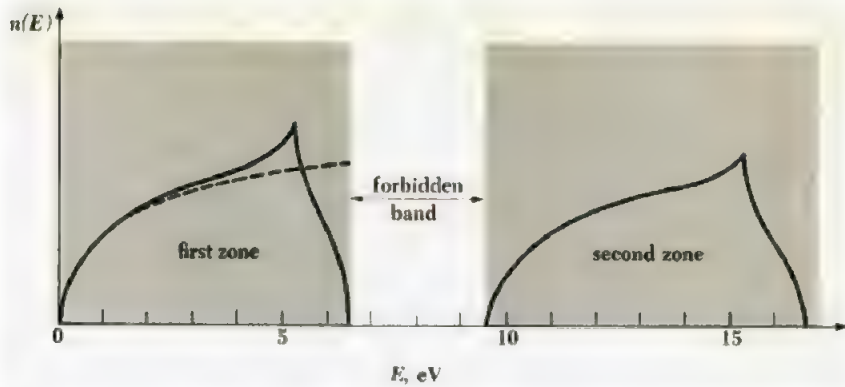


الشكل (١٠-٢٦) طاقة الالكترون E كدالة للعدد الموجي k باتجاه x . ويمثل الخط المتقطع تغير الطاقة E مع k لحالة الكترون طليق .

والشكل (١٠-٢٧) يوضح كثافتي الاحتمالية $|\psi_1|^2$ و $|\psi_2|^2$. فنلاحظ من الشكل أن القيم الدنيا لـ $|\psi_1|^2$ تقع عند النقاط التي تتمركز عندها الايونات الموجبة ، على حين تكون $|\psi_2|^2$ عظمى عند هذه النقاط . لما كانت كثافة الشحنة التابعة لدالة موجة الالكترون



الشكل (١٠-٢٧) : توزيع كثافة الاحتمالية $|\psi_1|^2$ $|\psi_2|^2$



الشكل (١٠-٢٨) : توزيع طاقات الالكترون في منطقتي بريولين في الشكل (١٠-٢٥) . ويمثل الخط المتقطع التوزيع المتوقع لطاقة الكترون طليق .

ψ هي $e|\psi|^2$ ، لذا فان كثافة الشحنة في حالة ψ_1 تكون متمركزة بين الايونات الموجبة ، على حين في حالة ψ_2 تتمركز الشحنة عند الايونات نفسها . ان طاقة الالكترون الكامنة في نسق

من ايونات موجبة تكون عظمى عندما يكون الالكترون بين زوج متجاور من الايونات ، على حين تأخذ هذه الطاقة قيمة دنيا عندما يكون الالكترون عند الايونات نفسها . وعليه فان الطائفتين E_1 و E_2 ، التابعتين للموجتين المستقرتين ψ_1 و ψ_2 تختلفان . وليس هناك حل ثابت للحالة $k = \pm\pi/a$ ، ولذلك ليس هناك الكترون يمتلك طاقة مابين E_1 و E_2 .

والشكل (١٠-٢٨) يوضح توزيع طاقة الالكترونات في منطقتي بريلون المبينتين في الشكل (١٠-٢٥) . فنلاحظ عند طاقات واطئة ($E < \sim 2 \text{ eV}$) للنموذج الخيالي المذكور في الشكل () أن المنحنيات تشبه تقريباً منحنيات طاقة الالكترونات الطليقة في الشكل (١٠-٢٠) . وهذه الصفة متوقعة ذلك لانه عند طاقات صغيرة تكون k صغيرة ايضاً ، وبالتالي فالالكترونات في النسق الدوري تتصرف وكأنها طليقة . وعندما تزداد الطاقة يزداد عدد الحالات الكمية المسموحة للالكترون . بالنسبة لعدد الحالات لالكترون طليق ، وذلك نتيجة لتحور مناسيب الطاقة بتأثير النسق البلوري ، ذلك أن في النسق البلوري قيماً مختلفة أكثر لـ k لكل قيمة للطاقة . وعندما تكون $k = \pm\pi/a$ ، تقترب مناسيب الطاقة من السطوح الفاصلة لمنطقة بريلون الاولى . ان طاقات اكبر من 4 eV (والخاصة للنموذج الحالي) تكون ممنوعة بالنسبة للالكترونات المتحركة باتجاه v و $-v$ ، ولكن مثل هذه الطاقات يمكن أن تكون مسموحة عندما يتحرك الالكترون بالاتجاهات الاخرى . وكلما زادت الطاقة عن 4 eV ، انحصرت الحالات الكمية المسموحة في زوايا منطقة بريلون الاولى ، وقلت $n(E)$. وأخيراً ، عند حوالي $6\frac{1}{2} \text{ eV}$ لا تبقى حالة مسموحة في منطقة بريلون الاولى ، أي أن $n(E) = 0$. والطاقة الدنيا في منطقة بريلون الثانية هي أقل بقليل من 10 eV . وعند هذه الطاقة يبدأ تكوين مناسيب طاقة تشبه مناسيب الطاقة في منطقة بريلون الاولى . والطاقة الفاصلة بين الطاقات المسموحة في منطقتي بريلون الاولى والثانية هي حوالي 3 eV ، وهذه تساوي حزمة الطاقة الممنوعة .

وعلى الرغم من أن هناك طاقة فاصلة بين مناطق بريلون المتعاقبة لكل اتجاه من اتجاهات حركة الالكترون ، إلا أن هذه الفواصل يمكن أن تتداخل مع الطاقات المسموحة لاتجاهات الحركة الاخرى ، وبذلك لا تتكون حزمة طاقة ممنوعة في البلورة ككل . ويتضمن الشكل (١٠-٢٩) منحنيات تغير E مع مركبات k الثلاثة ، في بلورة لها حزمة طاقة ممنوعة ، وفي بلورة حزمها المسموحة تتداخل بصورة كافية بعضها مع بعض بحيث لا تتكون حزمة ممنوعة .

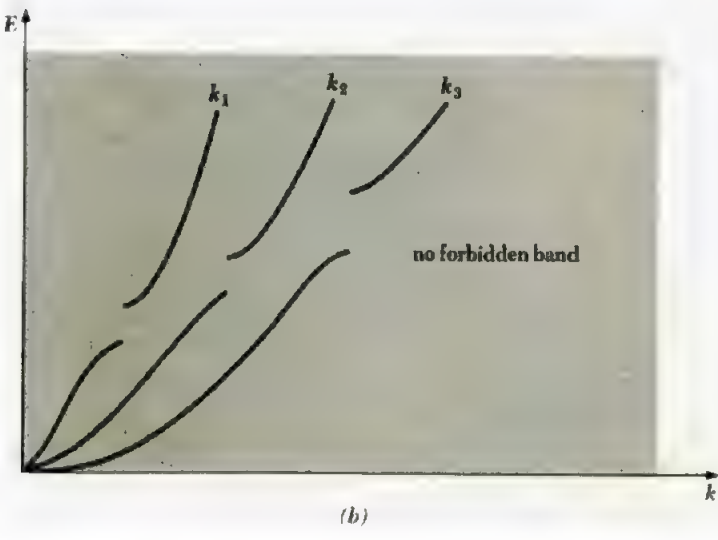
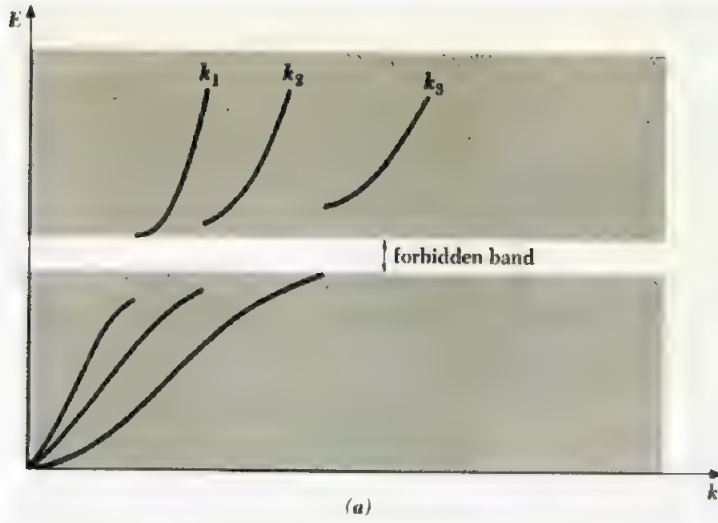
وتعتمد الصفات الكهربائية لمادة صلبة على درجة اشباع حزم الطاقة للمادة وعلى تركيب هذه الحزم . وهناك حالتان مسموحتان للالكترون (واحدة لكل اتجاه من اتجاهي البرم) في كل حزمة ولكل وحدة تركيبية في البلورة . ونقصد بالوحدة التركيبية "structural unit"

بأنها الذرة في حالة المعادن أو المواد الصلبة التساهمية كالماس ، والجزيئة في المواد الصلبة الجزيئية ، وزوج أيونات في مواد صلبة أيونية ، تكون المادة الصلبة عازلة اذا ما تحقق الشرطان التاليان : أولاً ، يجب أن يكون هناك عدد زوجي من الالكترونات التساهمية في كل وحدة تركيبية . وثانياً ، يجب ان تكون حزمة الطاقة العليا مفصولة عن حزمة طاقة مسموحة اعلى بفاصل كبير بالنسبة لـ kT . سبب الشرط الاول هو التأكد من ان حزمة الطاقة العليا هي تماماً مشبعة ، في حين الشرط الثاني هو لمنع الالكترونات من اجتياز الطاقة الفاصلة لتصل الحزمة المسموحة الفارغة . فالماس الذي يحتوي على اربعة الكترونات تساهمية لكل ذرة ، والهيدروجين الصلب الذي يحتوي على الكترونين تساهمين لكل جزيئة H_2 ، و $NaCl$ الذي يحتوي على ثمانية الكترونات تساهمية لكل زوج ايونات $Na^+ - Cl^-$ ، جميعها تمتلك حزماً ممنوعة واسعة ، ولذلك فإنها تشكل مواد عازلة . ويوضح الشكل (١٠-٣٠ أ) مناسيب الطاقة لمادة عازلة خيالية .

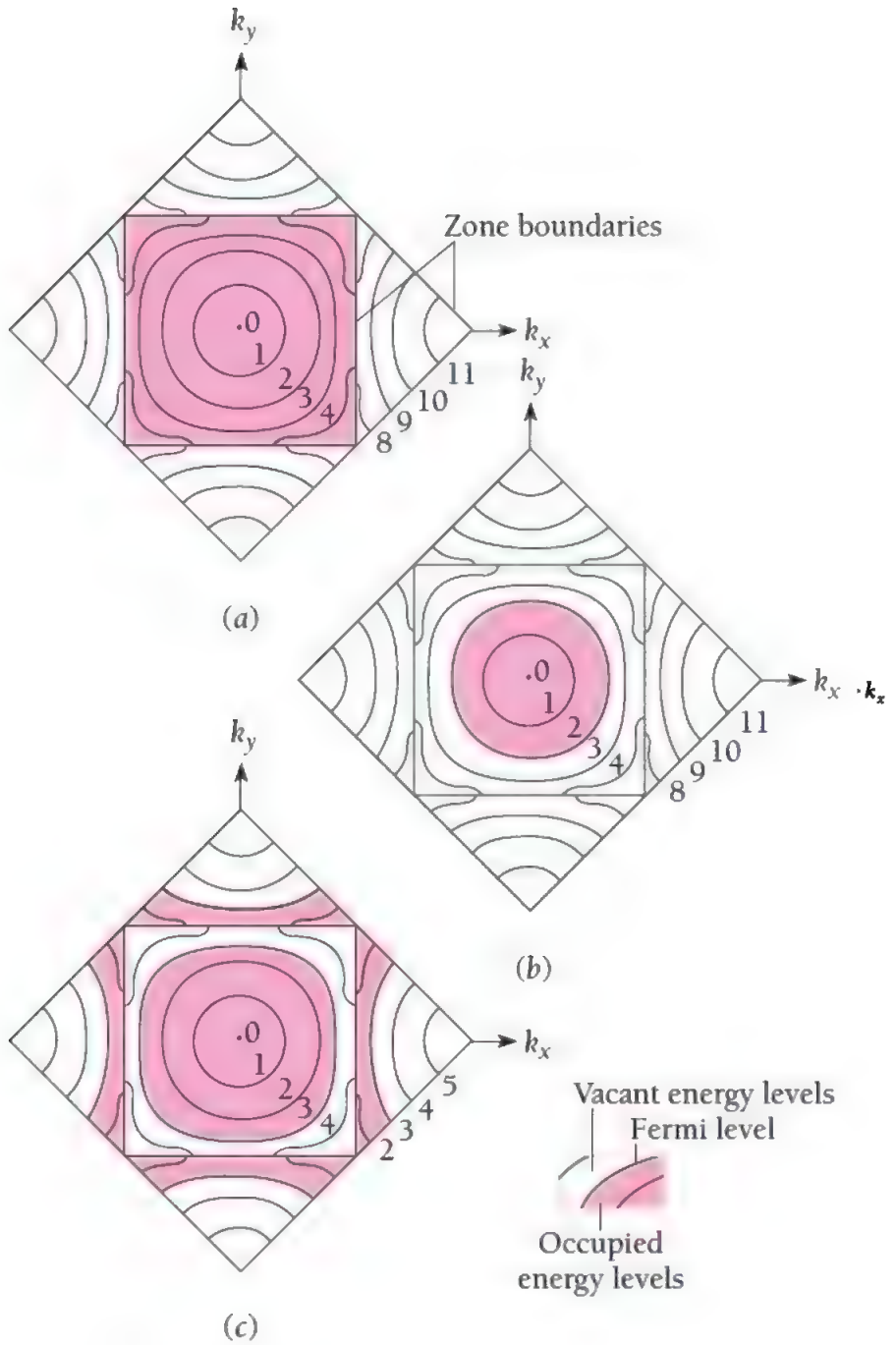
وتنصف المادة الموصلة بأنها لا تحقق احد او كلا الشرطين اللذين في اعلاه . لذلك فالمعادن القلوية التي تحتوي على عدد من الالكترونات التساهمية لكل وحدة تركيبية (الذرة) هي مواد موصلة . وكذلك المعادن الثنائية التكافؤ $divalent metal$ كالماغنسيوم والخصائص التي تكون حزم طاقاتها متداخلة تشكل أيضاً مواد موصلة . والشكلان (١٠-٣٠ ب) و (١٠-٣٠ ج) يوضحان مناسيب الطاقة لهذين النوعين من المعادن . وعندما تكون الحزمة الممنوعة في مادة عازلة ضيقة او مقدار تداخل الحزم المسموحة في معدن قليل ، فان هذه المواد تقع ضمن المواد شبه الموصلة ولا يمكن تسمية هذه المواد معادن أو غير معادن . ويدعى السطح الفاصل في فضاء k ، ذي الثلاث أبعاد ، بين الحالات المملوءة والفارغة ،

بسطح فيرمي *Fermi surface*

وتشير التجارب العملية الى أن قابلية توصيل المواد ثنائية التكافؤ كالبريليوم ، والخصائص والكاديوم ، انما نتيجة انتقال شحنات موجبة وليست الالكترونات . ويمكن تفسير هذه النتيجة غير المتوقعة على أساس تركيب الحزم ، وذلك بفرض ان تداخل سطح فيرمي مع الحزمة الفارغة المسموحة التالية صغير . وبذلك تتكون حالات غير مشغولة تظهر على شكل فجوات *holes* في الحزمة العليا . والفجوات المتكونة في الحزمة المملوءة تكون مسؤولة عن انتقال التيار في المادة ، في حين أن الالكترونات التي شغلت الحزمة الفارغة التالية ، لا تلعب دوراً مهماً في نقل التيار .



الشكل (١٠-٢٩) تفرع E مع مركبات k الثلاثة في نوعين من البلورات . في الشكل (أ) هناك حزمة طاقة ممنوعة ، على حين في الشكل (ب) تتداخل الحزم المسموحة بعضها مع بعض ، وبذلك لا تتكون حزمة ممنوعة .



الشكل (١٠-٣٠) مناسب طاقة الإلكترون ومستويات فيرمي في ثلاثة أنواع من المواد الصلبة : (أ) مادة عازلة ، و(ب) معدن أحادي التكافؤ ، و (ج) معدن ثنائي التكافؤ ان الطاقات مقاسة بوحدة الإلكترون - فولت .

نتيجة لتفاعل الإلكترون من النسق البلوري ، فإن الكتلة الفعلية *effective mass* للإلكترون بالنسبة لقوة خارجية لا تساوي بصورة عامة كتلة الإلكترون الطليق . وهذه الظاهرة ليست غريبة ؛ ذلك لأن جسماً محدداً لا يتصرف كجسيم طليق .

ويمكننا تصحيح نتائج نظرية الإلكترون الطليق للمعادن في البندين (٧-١٠) و (٨-١٠) وذلك بالتعويض عن كتلة الإلكترون m بمعدل الكتلة الفعلية m^* عند سطح فيرمي . وعليه فإن طاقة فيرمي في معدن تصبح :

$$u_F = \frac{h^2}{2m^*} \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3} \quad (٢٥-١٠) \quad \text{طاقة فيرمي}$$

حيث N/V تمثل كثافة الإلكترونات التساهمية . والجدول (٩-١٠) يبين النسبة m^*/m لبعض المعادن .

| Metal | | m^*/m |
|-----------|----|---------|
| Lithium | Li | 1.2 |
| Beryllium | Be | 1.6 |
| Sodium | Na | 1.2 |
| Aluminum | Al | 0.97 |
| Cobalt | Co | 14 |
| Nickel | Ni | 28 |
| Copper | Cu | 1.01 |
| Zinc | Zn | 0.85 |
| Silver | Ag | 0.99 |
| Platinum | Pt | 13 |

الجدول (٩-١٠) : النسبة m^*/m عند سطح فيرمي لبعض المعادن

تمارينات

- ١- ما تأثير (أ) قوة فاندرولز (ب) الحركة الاهتزازية عند الصفر المطلق
zero-point oscillation للايونات والذرات حول مراكز توازنها ، على طاقة تماسك البلورات الأيونية ؟
- ٢- تؤدي قوة فاندرولز بين ذرتين He الى طاقة ترابط حوالي 6×10^{-5} eV ومسافة توازن حوالي 3 Å . استخدم مبدأ عدم التحديد لأثبت أنه لا يمكن تكوين He الصلب تحت الضغوط الاعتيادية (أقل من 25 ضغط جوي) .
- ٣- ان ظاهرة جول وثومسن Joule-Thomson effect تتضمن هبوط درجة حرارة غاز عندما ينتقل ببطء من وعاء مملوء الى وعاء فارغ خلال حاجز مثقب . ولما كان التمدد يحدث في وعاء صلب ، لذلك فانه لا يتم انجاز شغل ميكانيكي في هذه العملية . وضع ظاهرة جول وثومسن على اساس قوة ترابط فاندرولز بين الجزيئات .
- ٤- ان الجدول التالي يبين المسافات الفاصلة بين الايونات ، ودرجات انصهار هاليدات الصوديوم :

| | NaF | NaCl | NaBr | NaI |
|-----------------|-----|------|------|-----|
| المسافة الفاصلة | 2.3 | 2.8 | 2.9 | 3.2 |
| درجة الانصهار | 988 | 801 | 740 | 680 |

- ٥- وضح التغير المنتظم لهذه الكميات مع العدد الذري للهالوجين halogen
استخدم فكرة حزم الطاقة لتفسير الصفات الضوئية التالية للمواد الصلبة : (أ) جميع المعادن تكون غير شفافة للضوء لجميع الاطوال الموجية . و (ب) المواد شبه الموصلة تكون شفافة للموجات تحت الحمراء على حين هي غير شفافة للضوء المرئي. و (ج) معظم المواد العازلة تكون شفافة للضوء المرئي .
- ٦- ان الطاقة الفاصلة في السلكون تساوي 1.1 eV ، وفي الماس تساوي 6 eV . ناقش شفافية هذين المعدنين للضوء المرئي .
- ٧- اضيفت نسبة صغيرة من الانديوم indium الى بلورة جرمانيوم . هل تصبح البلورة شبه موصلة من النوع n ام النوع p ؟
- ٨- اضيفت نسبة صغيرة من الانتيوم antimony الى بلورة جرمانيوم . هل تصبح البلورة شبه موصلة من النوع n ام النوع p ؟

- ٩- ما العلاقة بين الحقيقة ان الالكترونات الطليقة في معدن تتبع احصاء فيرمي .
والحقيقة ان الظاهرة الكهروضوئية تقريبا لاتعتمد كلياً على درجة الحرارة ؟
- ١٠- (أ) ما مقدار الطاقة اللازمة لتكوين زوج الايونات K^+ و I^- من زوج من هذه الذرات ؟ (ب) ما المسافة الفاصلة بين K^+ و I^- لكي تساوي الطاقة الكلية للنظام صفراً ؟
- ١١- (أ) ما الطاقة اللازمة لتكوين زوج الايونات Li^+ و Br^- من زوج من هذه الذرات ؟ (ب) ما المسافة الفاصلة بين Li^+ و Br^- لكي تساوي الطاقة الكلية للنظام صفراً ؟
- ١٢- اثبت ان اول خمسة حدود في سلسلة ثابت ماديونك لـ $NaCl$ هي

$$\alpha = 6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{6}{2} + \frac{24}{\sqrt{5}} - \dots$$

- ١٣- ان طاقة تأين البوتاسيوم هي 4.34 eV ، والالفة الالكترونية للكلور هي 3.61 eV .
وثابت ماديونك لـ KCl هو 1.748 والمسافة بين الايونات المتعاكسة هي 3.14 \AA .
احسب على اساس هذه الارقام طاقة تماسك KCl . (ب) ان طاقة التماسك المشاهدة عملياً لكل زوج من الايونات لـ KCl تساوي 6.42 eV . وعلى فرض ان الفرق بين هذا العدد والعدد المحسوب في الفرع (أ) ناتج من القوة المتولدة بفعل مبدأ الانفرد ، احسب الاس n في الحد Br^{-n} من الطاقة الكامنة الناشئة من المصدر الاخير .
- ١٤- اعد الحسابات في التمرين (١٣) لحالة $LiCl$ ذات ثابت ماديونك 1.748 ،
مسافة بين الايونات تساوي 2.57 \AA ، وطاقة التماسك المشاهدة عملياً لكل زوج من
ايونات Li مقدارها 6.8 eV ، وطاقة تأين مقدارها 5.4 eV .

- ١٥- ان الطاقة الكامنة لزوج من ذرات مادة صلبة كدالة للازاحة x بالنسبة لمسافة التوازن عند 0 ، هي $V(x) = ax^2 - bx^3 - cx^4$ (والحدود غير التوافقية anharmonic $-bx^3$ و $-cx^4$ توضح عدم تناظر قوة التجاذب والتنافر والتجاذب حول نقطة التوازن ، وانعدام قوة التجاذب عند ازاحات كبيرة) . وعند درجة حرارة T ، النسبة بين احتمالية ازاحة مقدارها x الى احتمالية ازاحة مقدارها صفري هي $e^{-V/kT}$ ، وعلى هذا يكون متوسط الازاحة x عند هذه الدرجة :

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-V/kT} dx}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-V/kT} dx}$$

- اثبت عندما تكون الازاحات صغيرة ان $\bar{x} \approx 3bkT/4a^2$. وهذه النتيجة تفسر لماذا
يناسب التمدد الطولي الحراري لمادة صلبة مع ΔT ؟

١٦- ن طاقة فيرمي للنحاس هي 7.04 eV () بصورة تقريبية . مانسبه الالكترونات
تطارد في نحاس حتى تكون منهيجد عند درجة حرارة الغرفة 300°K (-) عند درجة انصهار
نحاس 1083°C ؟

١٧- ان طاقة فيرمي للفضة هي 5.51 eV . (أ) ما معدل طاقة الالكترونات الطليقة في
الفضة عند 0 K ؟ (ب) ما درجة الحرارة اللازمة لكي يكون معدل طاقة جزيئة غازا مثاليا
مساويا لهذه الطاقة ؟ (ج) ما سرعة الالكترون عند هذه الطاقة ؟
١٨- ان كثافة الالمنيوم هي 2.70 g/cm^3 ووزنه الذري هو 26.97 ، والتركيب
الالكتروني للالمنيوم موضح في الجدول (٧-٢) (لاحظ ان فرق الطاقة بين الحالتين $3p$ و $3s$
صغير جدا) ، والكتلة الفعلية للالكترون في الالمنيوم هي $0.97 m_e$. احسب طاقة فيرمي
للالمنيوم .

١٩- ان كثافة الخارصين 7.13 g/cm^3 ، ووزنه الذري هو 65.4 ،
التركيب الالكتروني للخارصين موضح في الجدول (٧-٢) ، والكتلة الفعلية للالكترون
في الخارصين هي $0.85 m_e$. احسب طاقة فيرمي للخارصين .

٢٠- وضح لماذا الالكترونات الطليقة في معدن لاتلعب دوراً مهماً في تحديد قيمة
الحرارة النوعية specific heat للمعدن .

٢١- جد النسبة بين الطاقتين الحركيتين الالكترونيين في نسق مربع ذي بعدين ، احدهما
يمتلك $k_x = k_y = \pi/a$ ، والاخر يمتلك $k_x = \pi/a, k_y = 0$

٢٢- حدد منطقة بريلون الثالثة للنسق المربع ذي البعدين في الشكل (١٠-٢٣) .

٢٣- أضيفت نسبة صغيرة من الفسفور الى عينة من الجرمانيوم . افترض أن أحد الالكترونات
التساهمية الخمسة للفسفور تدور بمدار بور حول كل أيون P^+ في نسق الجرمانيوم ،
(أ) اذا كانت الكتلة الفعلية للالكترون في البلورة هي $0.17 m_e$ وثابت عزل
 $\text{dielectric constant}$ الجرمانيوم يساوي 16 ، جد نصف قطر أول مدار بور

للالكترون . (ب) ان الطاقة الفاصلة بين الحزمة التساهمية valence band وحزمة
التوصيل conduction band في الجرمانيوم هي 0.65 eV . قارن بين طاقة
التأين للالكترونات المذكورة في أعلاه وقيمة الطاقة الفاصلة و kt عند درجة حرارة الغرفة .

٢٤- أعد الحسابات في التمرين (٢٣) لحالة عينة من السليكون تحوي على نسبة من
الزرنخ ، اذا علمت أن الكتلة الفعلية للالكترون في السليكون حوالي $0.31 m_e$ ، وثابت

عزل السليكون يساوي 12 ، والطاقة الفاصلة للسليكون هي 1.1 eV
٢٥- ان حساب طاقة فيرمي للنحاس في البند (١٠-٧) لم يأخذ بنظر الاعتبار الفرق بين

m_e و m_e^* مع هذا فالقيمة u_F المستنتجة كانت تقريباً صحيحة . لماذا ؟

٢٦- يمكن قياس الكتلة الفعلية m^0 لحامل التيار current carrier في شبه موصل بصورة مباشرة بواسطة تجربة رنين السايكلترون cyclotron resonance ففي هذه التجربة تتحرك حاملات التيار (الالكترونات الفجوات) في مدارات حلزونية حول اتجاه مجال مغناطيسي خارجي مسط B . ويسلط مجال كهربائي متناوب باتجاه عمودي على B ، حيث يحصل امتصاص رنيني resonant absorption للطاقة من هذا المجال عندما يكون تردده " مساوياً لتردد دوران الحاملات " ν_c . (أ) اشتق معادلة لـ ν_c بدلالة m^0 و e و B . (ب) اذا كانت $B = 0.1 \text{ T}$ وان أشد امتصاص يحدث عند $\nu = 1.4 \times 10^{10} \text{ Hz}$ جد m^0 (ج) جد القيمة العظمى لتصف قطر مدار حامل الشحنة في هذه التجربة ، اذا كانت سرعته تساوي $3 \times 10^4 \text{ m/s}$

الفصل الحادي عشر

نوى الذرات

كما قد اعتبرنا في الفصول السابقة ان نواة الذرة nucleus هي جسيمة نقطية ذات شحنة موجبة وأن الالكترونات الدرية هي المسؤولة عن صفات الذرات (عدا كتليها) والجزيئات والمواد الصلبة . لكن هذا لا يعني أنه ليس للنواة أي تأثير مهم على الصفات العامة للمادة . فعلى سبيل المثال ، ان سبب وجود العناصر المختلفة يعود الى أن النواة لها القابلية على أن تمتلك مضاعفات وحدة الشحنة الموجبة . وهذه الصفة هي مركز اهتمام الفيزياء النووية بالإضافة الى ذلك أن الطاقة المتدفقة في الكون تنشأ أساساً من التفاعلات والتحويلات النووية ان ما نسمعه عن الطاقة النووية واستخداماتها يكفي لتوضيح أهمية النواة .

١١ - ١ الكتلة الذرية ATOMIC MASSES

تحتوي نواة الذرة على جميع كتلتها تقريباً . تعطينا كتلة الذرة معلومات كثيرة حول نوى الذرة نفسها . والجهاز الذي يستخدم لقياس كتل الذرات يدعى : مقياس الطيف الكتلي mass spectrometer ان محلات الكتلة الحديثة تستطيع قياس كتل الذرات بخطأ لا يتجاوز $1 / 10^6$

ونشير الى كتلة الذرة بانها كتلة الذرة المتعادلة وليست كتلة النواة العارية . أي ان كتل الالكترونات والكتل المكافئة لطاقة ترابطها بالذرة ، هي محسوبة ضمن الكتلة الذرية المجدولة في الجداول الفيزيائية . ومن الملائم كتابة كتل الذرات بوحدة الكتلة (mass units) u ، حيث ان كتلة نظير الكربون الاكثروجودا في الطبيعة تأخذ بالتعريف القيمة 12.000 ... u .

قيمة وحدة الكتلة بالكيلوغرام لخمس أرقام معنوية هي

$$1 u = 1.6604 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

والطاقة المكافئة لهذه الكتلة هي : 931.48 MeV .

بعد فترة قصيرة من بداية قياس الكتلة الذرية في بداية هذا القرن ، تبين أنه ليست

جميع ذرات نفس العنصر لها نفس الكتلة . والذرات المختلفة (بالكتلة) لنفس العنصر تدعى بالنظائر *isotopes* وهناك اصطلاح آخر شائع هو النويدة *nuclide* التي ترمز الى نواة كل من النظائر . أي ان كل نظير يمثل بنويدة مختلفة . ان الكتل الذرية المدرجة في الجدول (٧-١) هي معدّل الكتل الذرية للنضائر . وهذه الكتل هي التي تهّم الكيميائيين بصورة مباشرة . الجدول (١١-١) يبين الكتل الذرية ووجودها النسبي *relative abundances* لخمسّة نظائر مستقرّة للخارصين . فهذه الكتل تتباين بين 63.92914 u و 69.92535 u ووجودها النسبي يتباين بين 0.62% و 48.89% . ان متوسط هذه الكتل هو 65.38 u وهذا المتوسط يمثل كتلة ذرة الخارصين في الحسابات الكيميائية . هناك عشرون عنصراً لها نظير واحد . وأمن هذه العناصر الفلور . والصوديوم والالمنيوم .

وحسبى الهيدروجين له ثلاثة نظائر . الا أن النظيرين الثقيلين يشكلان 0.015% فقط بالنسبة للهيدروجين الاعتيادي الخفيف . والكتل الذرية لنظائر الهيدروجين الثلاثة هي 1.007825 ، 2.014102 و 3.01605 u والنظيران الاخيران يدعيان بالديوتيريوم *deuterium* و التريتيوم *tritium* ، على التوالي . (تدعى نواة التريتيوم بالتريوتون *tritons* ، وهذه النواة غير مستقرّة حيث تنحل *decay* الى أحد نظائر الهليوم) . ان نواة أخفّ نظائر الهيدروجين هو البروتون *proton* الذي كتله

$$m_p = 1.0072766 \text{ u} \\ = 1.6725 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

وهذه القيمة ضمن حدود الخطأ التجريبي تساوي كتلة الذرة ككل ناقصاً كتلة الالكتران في المدار الذري . والبروتون مثل الالكتران هو جسيم أولي *elementary particle* . وليس متكوّن من جسيمات أخرى . (وسوف ندرس الجسيمات الأولية ببعض التفصيل في الفصل الثالث عشر) .

هناك توافق يلتفت النظر في قائمة كتل النظائر ، فكتلة النظير دائماً قريبة من مضاعفات كتلة نظير الهيدروجين الخفيف 1.007825 u . فمثلاً ، كتلة الديوتيريوم تساوي تقريباً ضعف كتلة نظير الهيدروجين الخفيف ، وكتلة التريتيوم تساوي تقريباً ثلاثة أضعاف كتلة الهيدروجين الخفيف . وكتل نظائر الخارصين المبينة في الجدول (١١-١) هي أمثلة أخرى لهذه الخاصية . حيث أنها تساوي تقريباً $64, 66, 67, 68$ و 70 مرة بقدر كتلة نظير الهيدروجين الخفيف ، وعليه لربما نعتقد ان جميع النوى تتكوّن من بروتونات (نوى الهيدروجين الخفيف) مرتبطة بعضها مع بعض بطريقة ما . لكن دراسة دقيقة تنفي هذا الاحتمال ، اذ أن كتلة نويدة *nuclide* أكبر من كتلة عدد من ذرات الهيدروجين . يساوي العدد الذري *atomic number Z* للنويدة . (الشحنة النووية لذرة تساوي $+Ze$) فيساوي العدد الذري للخارصين

30 . على حين أن جميع نظائر هذا العنصر لها كتل ذرية اكبر من ضعف كتلة 30 ذرة هيدروجين .

وثمة فكرة أخرى ترد الى اذهاننا هي انه لربما ان هناك عدد من الالكترونات في نوى الذرات تعادل شحنة بعض البروتونات الموجودة . مثلاً ، ان نواة الهليوم التي كتلتها الذرية اربعة اضعاف كتلة البروتون وشحنتها $+2e$ ، تتكون من اربعة بروتونات والكترونين . ان هذه الفكرة تلاقي دعماً من بعض المشاهدات العملية حيث ان بعض النوى تبعث تلقائياً الكترونات *beta decay* ، فيمكننا تفسير هذه الظاهرة بسهولة اذا افترضنا وجود الالكترون في النواة .

وعلى الرغم من جاذبية نظرية وجود الالكترون في النواة فان هناك عدداً من الاعتراضات الجوهرية على هذه النظرية .

١ . حجم النواة :

ان قطر النواة هو 10^{-14} m فقط . ولكي ينحصر الكترون في حيز صغير كهذا ، فانه يتطلب حسب مبدأ عدم التحديد ، خطأً في زخمه قدره $\Delta p \geq 1.1 \times 10^{-20} \text{ kg-m/s}$ (لاحظ البند ٣-٧) . ان زخم الالكترون يجب ان يساوي في الاقل القيمة الدنيا للخطأ Δp . والطاقة الحركية للالكترون التابعة لزخم $1.1 \times 10^{-20} \text{ kg-m/s}$ هي 21 MeV . (ويمكننا كذلك الحصول على هذه القيمة بحساب الطاقة الارضية لالكترون في صندوق عرضه يساوي قطر النواة ، ولما كانت $T \gg m_0 c^2$ فيجب علينا في هذه الحالة ان نجري الحسابات آخذين بنظر الاعتبار الكتلة النسبية) . ان الالكترونات المنبعثة خلال عملية انحلال بيتا *beta decay* والملاحظة عملياً ، لها طاقة بحدود 2 او 3 MeV وهذه الطاقات هي بحدود عشرات اقل من طاقة الالكترون لو كان داخل النواة ان مبدأ عدم التحديد يؤدي الى نتائج مختلفة تماماً عند تطبيقه على البروتون في النواة فبروتون زخمه $1.1 \times 10^{-20} \text{ kg-m/s}$ له طاقة حركية $T \ll m_0 c^2$ ، وبذلك نستطيع حساب طاقته الحركية كلاسيكياً ، حيث نجد :

$$\begin{aligned} T &= \frac{p^2}{2m} \\ &= \frac{(1.1 \times 10^{-20} \text{ kg-m/s})^2}{2 \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}} \\ &= 3.6 \times 10^{-14} \text{ J} \\ &= 0.23 \text{ MeV} \end{aligned}$$

ووجود بروتون داخل النواة يمثل هذه الطاقة الحركية هو تماماً مقبول .

٢ - برم النواة :

البروتونات والالكترونات التي هي جسيمات فيرمي لها برم $\frac{1}{2}$ ، اي ان زخمها الزاوي يساوي $\frac{1}{2}\hbar$. وعليه فالنوى التي مجموع بروتوناتها والكتروناتها عدد زوجي يجب ان يكون برمها عددا صحيحا . في حين ان النوى التي مجموع بروتوناتها والكتروناتها عدد فردي يجب أن يكون برمها انصاف أعداد صحيحة . ان هذا التوقع لا يتحقق عمليا . فالعدد الذري للديوتيريون deuteron (احد نظائر الهيدروجين ، الديوتيريوم) يساوي 1 وعدده الكتلي 2 . وهذه النواة ، حسب نظرية وجود الالكترون في النواة ، يجب ان تتكون من بروتونين والكترون واحد . ولذا فان برم نواة ^3_1H سوف يتحدد بالقيم $-\frac{3}{2}$ ، $-\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{2}$. على حين البرم المشاهد عمليا للديوتيريون هو 1 . وهذا التناقض يوضح فشل فكرة وجود الالكترون في النواة .

٣ - العزم المغناطيسي :

ان العزم المغناطيسي للبروتون هو 1.5×10^{-3} من العزم المغناطيسي للالكترون . وعليه فالعزم المغناطيسي للنوى يجب ان تساوي تقريبا مضاعفات العزم المغناطيسي للالكترون اذا فرضنا وجود الالكترون في النواة . لكن المشاهدات العملية تبين العزم المغناطيسي للنوى مقاربة للعزم المغناطيسي للبروتون وليس لعزم الالكترون . وهذا التناقض يشكل نقطة اخرى ضد فكرة وجود الالكترون في النواة .

٤ - تفاعل الالكترون مع النواة :

من الملاحظ عمليا ان قوى الترابط بين مكونات النوى تكون طاقات ترابط حوالي 8 MeV لكل جسيم ولذلك من الصعب ان نفسر الحالة التالية : اذا كانت الالكترونات تتفاعل مع البروتونات بقوة كبيرة لتكوين النوى ، فلماذا تتفاعل الالكترونات المدارية مع النواة بقوة الكروستاتيكية ضعيفة فقط ؟ او بعبارة اخرى ، كيف تستطيع نصف الالكترونات في ذرة ان تهرب من قوى الترابط القوية مع البروتونات لتدور في المدارات الذرية ؟ نظيف الى ذلك ، عند دراسة تشتت الكترونات سريعة من النوى ، تظهر هذه الالكترونات متأثرة بقوة الكروستاتيكية فقط . على حين تشتت بروتونات سريعة من النوى يكشف وجود قوى نووية قوية بالاضافة الى القوى الالكروستاتيكية .

ان الصعوبات التي تواجه نظرية وجود الالكترون في النواة كانت معروفة من وقت طويل قبل اكتشاف النظرية الصحيحة لتركيب النواة . ولم يكن المكون الاخر الغامض للنواة

معروفا حتى عام 1932 ، اذ اكتشف العالم شادويك^١ Chadwick النيوترون neutron .

١١ - ٢ النيوترون THE NEUTRON

تم فهم التركيب النووي عام 1932 . وقبل سنتين من هذا التاريخ ، أكتشف الفيزيائيان الألمان بوث^٢ W. Bothe وبيكر^٣ H. Becker أنه عندما يقذف البرليوم beryllium بجسيمات ألفا alpha particles ، المنبعثة من عينة من البولونيوم polonium تبعث اشعاعات ذات قابلية شديدة الأختراق للمواد . تحقق لبو^٤ وبيكر من أن هذه الأشعة لا تمتلك شحنة وعليه كان من المعقول أن يفترض هذان العالمان بأنها اشعاعات كاما gamma rays (وأشعة كاما هي موجات كهرومغناطيسية ذات أطوال موجية صغيرة) . ولو كان هذا التفسير صحيحا ، لكانت القابلية الشديدة لهذه الاشعاعات لأختراق المادة (بضعة ستمترات من الرصاص) تشير الى أنها يجب أن تكون ذات أطوال موجية قصيرة جدا غير مألوفة سابقا . وقد أبدى فيزيائيون آخرون اهتماما بهذه الاشعاعات وقاموا بعدد من التجارب لمعرفة صفاتها بالتفصيل . وفي إحدى هذه التجارب لاحظ كوري^٥ I Curie وجوليوت^٦ F. Joliot أنه عندما تسقط هذه الأشعة على كتلة من البرافين (مادة غزيرة بالهيدروجين) تبعث من الأخيرة بروتونات الى الخارج . وللوهلة الأولى لا تبدو هذه الظاهرة غريبة ؛ اذ تستطيع الأشعة السينية أن تعطي طاقة الى الالكترونات خلال تصادم كومبتن ، وبشس الطريقة نتوقع أن أشعة كاما ذات الأطوال الموجية الأقصر تستطيع أن تعطي طاقة الى البروتونات .

ولقد وجد كوري وجوليوت أن طاقة البروتونات المندفعة قد تصل الى حوالي 5.3 MeV . ونستطيع من المعادلة (٢-١٥) أن نحسب الطاقة الدنيا للفوتون يعطي هذه الطاقة الحركية للبروتون عن طريق تصادم كومبتن . ونتيجة هذا الحساب تبين أننا نحتاج الى طاقة دنيا للفوتون مقدارها 53 MeV . وهذه النتيجة غريبة لأنه لم تعرف نواة تبعث اشعاعات بمثل هذه الطاقة العالية . وبالإضافة الى ذلك فحسابات على أساس التفاعل المزعوم بين جسيمات ألفا والبرليوم ، لتكوين نواة الكربون وانبعث فوتون ، تشير الى نقصان في الكتلة مقدارها 0.01144 u أو فقط 10.7 MeV . وهذه الطاقة حوالي 1/5 الطاقة اللازمة لفوتون أشعة كاما لكي يدفع بروتونا بطاقة حركية 5.3 MeV خارج البرافين .

وفي عام 1932 اقترح شادويك^٧ J Chadwick زميل راذرفورد^٨ Rutherford نظرية جديدة لتفسير الاشعاعات المبهمة المنبعثة من البرليوم عند قذفها بجسيمات ألفا . وافترض هذا العالم أن هذه الاشعاعات جسيمات متعادلة neutral particles ذات كتلة تساوي

كتلة البروتون تقريبا ، وسماها النيوترونات *neutrons* . ان قابلية هذه الجسيمات لأختراق المادة هي نتيجة تعادلها الكهربائي . وتحقق كلها المقترحة بصورة جيدة طاقة البروتونات المندفعة . ذلك أن جسيما متحركا يعمل تصادما مباشرا *head-on collision* مع جسيم ساكن له نفس الكتلة ، يستطيع أن يعطي جميع طاقته الى الجسيم الساكن . وعليه فالطاقة العظمى 5.3 MeV المكتسبة من قبل البروتون تتطلب نيوترون ذا طاقة حركية 5.3 MeV فقط ، بدلا من 53 MeV اللازمة لأشعة كاما لأحداث نفس التأثير . وينت تجارب أخرى أنه يمكن طرد نوى ذرات خفيفة كالهيليوم والكربون والتروجين من مواد ماصة مناسبة ، عند قذفها بالأشعة المنبعثة من البرليوم نتيجة تفاعله مع جسيمات ألفا . وترفع الطاقات المكتسبة من قبل هذه النوى تماما مع نظرية النيوترون . والحقيقة هي أن شادويك توصل الى أن كتلة النيوترون m_n تساوي تقريبا كتلة البروتون m_p من قياس طاقة البروتون ونواة الهيدروجين المندفعة . وقبل أن نتكلم عن دور النيوترون في التركيب النووي ، نبين أن النيوترون جسيم غير مستقر عندما يوجد منفردا خارج النواة . فيستحيل نيوترون طليق الى بروتون وإلكترون ومضاد النيوترينو *antineutrino* . وان العمر النصفى *half life* لنيوترون طليق هو 10.8 min وبعد اكتشاف النيوترون تبين أنه يمثل اللبنة المجهولة في التركيب النووي . ان كتلة النيوترون

$$m_n = 1.0086654 \text{ u} \\ = 1.6748 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

وهذه أكثر بقليل من كتلة البروتون . ويساوي برم النيوترون $\frac{1}{2}$. فالتعادل الكهربائي للنيوترون ، وكتلته ، وبرمه تتفق تماما مع التركيب النووي . ونعرف اليوم أن النيوترون والبروتون يشكلان اللبنة الأساس للتركيب النووي .

الاصطلاحات والرموز التالية هي كثيرا ما تستخدم في الفيزياء النووية :

$$Z = \text{العدد الذري} = \text{عدد البروتونات في النواة}$$

atomic number

$$N = \text{عدد النيوترونات في النواة}$$

neutron number

$$Z + N = A = \text{العدد الكتلي} = \text{عدد البروتونات} + \text{النيوترونات}$$

في النواة

mass number

والاصطلاح نووية *nucleon* يشير الى كل من البروتون والنيوترون . وعليه فالعدد الكتلي (mass number) A يساوي عدد النويات في النواة . ونميز النويدات بالصيغة التالية :

$$\frac{A}{Z}X$$

حيث X الرمز الكيميائي للعنصر . فمثلا ، نظير الزرنيخ ذي العدد الكتلي 75 يأخذ الرمز



حيث ان العدد الذري للزرنخ يساوي 33 . وبنفس الطريقة نواة الهيدروجين الاعتيادي التي تتكون من بروتون واحد تأخذ الرمز ${}^1_1\text{H}$

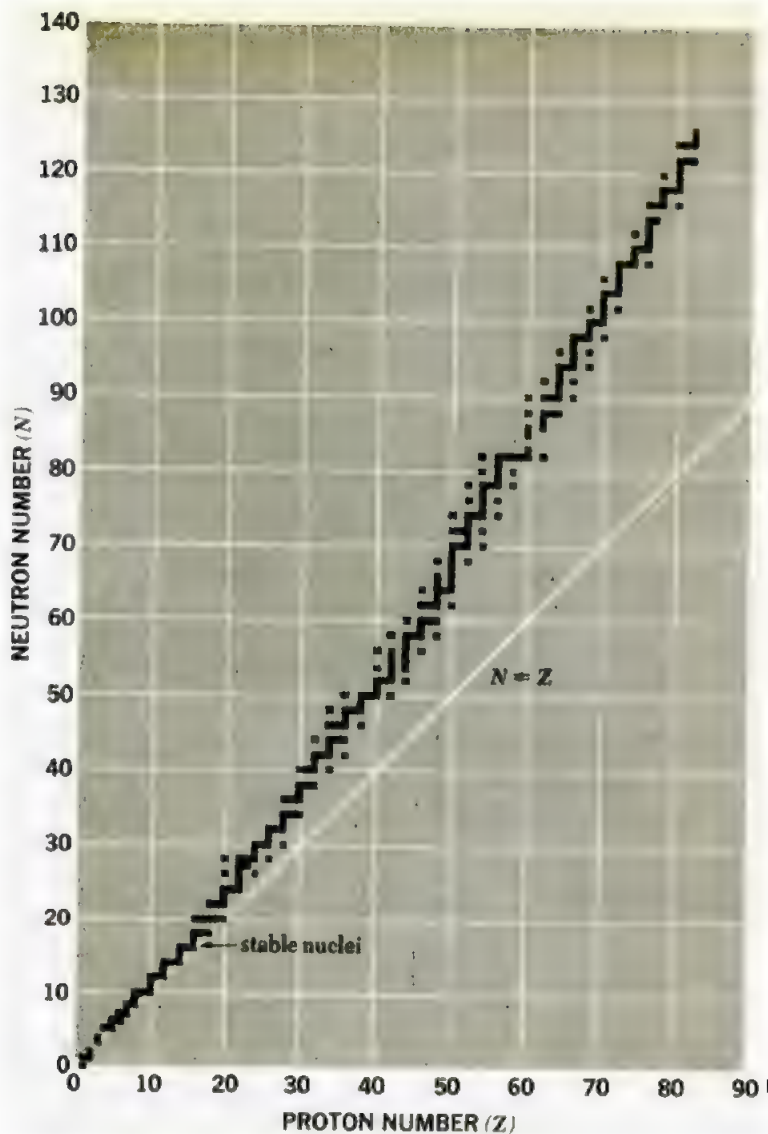
ففي هذه الحالة يساوي العدد الكتلي العدد الذري ؛ لأنه ليس هناك نيوترون في النواة . ان تركيب النوى من بروتونات ونيوترونات يفسر وجود النظائر ، ذلك أن جميع نظائر عنصر لها نفس عدد البروتونات ، ولكن عدد نيوترونها مختلف . ولما كانت الشحنة النووية هي المسؤولة عن الصفات الذرية للعنصر ، فان نظائر العنصر المختلفة لها نفس الصفات الكيميائية ، وان اختلفت بأوزانها الذرية .

١١ - ٣ النوى المستقرة STABLE NUCLEI

ليست كل مجاميع النيوترونات والبروتونات تكون نوى مستقرة stable nuclei فبصورة عامة ، النوى الخفيفة ($A < 20$) تحوي نفس العدد من النيوترونات والبروتونات تقريبا على حين يزداد في النوى الثقيلة عدد النيوترونات بالنسبة للبروتونات وبصورة تدريجية . ويوضح الشكل (١١-١) تغير عدد النيوترونات N مع عدد البروتونات Z للنوى المستقرة . ان ميل N لتساوي Z ينتج من وجود مستويات طاقة نووية nuclear energy levels . سنناقشها بعد فترة وجيزة . ان النويات تتبع لمبدأ الأفراد ، لأن برمها يساوي $\frac{1}{2}$. ونتيجة لذلك يستطيع كل مستوى طاقة في النواة أن يحوي نيوترونين ذوي برمين متعاكسين وبروتونين ذوي برمين متعاكسين فقط . ان مستويات الطاقة في النواة تمتليء تباعا ، كما في حالة مستويات الطاقة الالكترونية في الذرات . وبهذه الطريقة تمتلك النواة طاقة دنيا وبالتالي تكون ذات استقرار عظمى . ان نواة ذات ثلاثة نيوترونات وبروتون واحدا خارج مستويات داخلية مملوءة ، تمتلك طاقة أعلى من نواة ذات نيوترونين وبروتونين خارج نفس المستويات . والسبب في ذلك هو أن احدى النيوترونات في الحالة الأولى يجب أن تذهب الى مستوى

طاقة أعلى ، على حين في الحالة الثانية أن النويات الأربعة تكون في ادنى مستوى غير مشغول الشكل (١١-٢) يوضح كيف يمكننا تفسير عدم استقرارية النظير ${}^{12}_5\text{B}$ ولماذا ${}^{12}_6\text{C}$ يكون مستقرا .

ان الملاحظات السابقة توضح جزءاً من المسألة ؛ اذ تمتلك البروتونات شحنات موجبة وبذلك ينفر بعضها من بعض الكهروستاتيكية . وتكون قوة التنافر هذه كبيرة جدا في حالة النوى التي تحوي أكثر من عشرة بروتونات ، فهذه النوى تحتاج الى زيادة في عدد النيوترونات لتوليد قوة تجاذب تساعد على استقرار النواة وعليه ، كما هو موضح في الشكل (١١-١) ،



الشكل (١-١١) مخطط النيوترون - البروتون للنويات المستقرة . نلاحظ انه ليس هناك نويات مستقرة ذات 62 أو 43 ، وكذلك النويات ذات $N = 19, 35, 39, 45, 61, 89, 115, \text{ or } 126$ ، النويات ذات $A = Z + N = 5$ وتكون غير مستقرة وجميع النويات ذات $N > 126$ ، $Z > 83$ أو $A > 209$ هي غير مستقرة .

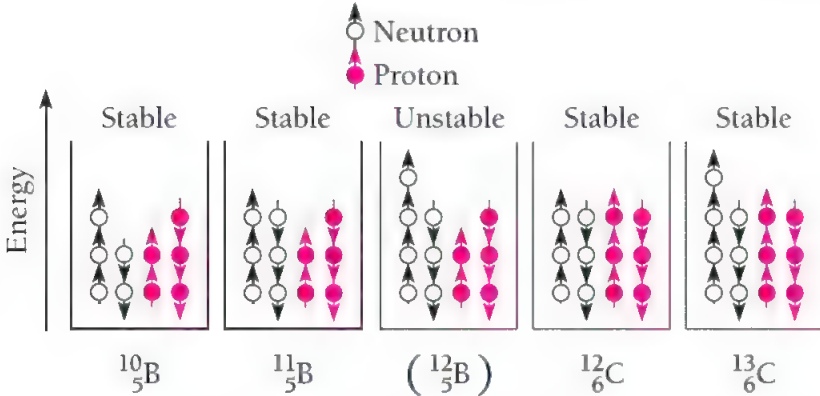
نجد أن الخط البياني بين N و Z ينحرف أكثر فأكثر عن الخط المستقيم $N = Z$ كلما زادت Z . وحتى في النوى الخفيفة يمكن لـ N أن تكون أكبر من Z ، ولكن العكس غير صحيح .

فمثلاً ، $^{11}_5\text{B}$ هو نظير مستقر على حين $^{11}_6\text{C}$ غير مستقر .
 إن القوى النووية قصيرة المدى ، وعليه فإن النويات يتفاعل بعضها مع بعض بقوة عندما تكون متجاورة فقط ، ويشار لهذه الظاهرة باشباع القوى النووية *saturation* .
 ولما كانت قوة كولوم *coulomb repulsion* الالكتروستاتيكية بعيدة المدى ، لذلك فإن هناك حداً لقابلية النيوترونات على أن تعاكس فعل قوة التنافر الالكتروستاتيكية في حالة النوى الثقيلة . فاقبل نوييدة مستقرة هي نظير البزموت $^{209}_{83}\text{Bi}$ التي تمثل الغاية العظمى التي عندها تستطيع النيوترونات أن تعاكس فعل قوة التنافر الالكتروستاتيكية . وجميع النوى ذات $Z > 83$ و $A > 209$ تتحول تلقائياً الى نوى أخف ، وذلك باشعاع جسيمة واحدة أو أكثر من جسيمات ألفا (التي هي نواة ^4_2He) . ولما كانت جسيمة ألفا تحتوي بروتونين ونيوترونين ، لذلك فإن اضمحلال ألفا *alpha decay* يؤدي الى نقصان Z و N للنواة الاصلية بمقدار اثنين لكل منهما . وإذا كانت نسبة عدد النيوترونات الى البروتونات في النواة الناتجة أصغر أو أكبر من النسبة اللازمة للاستقرار ، فإن النواة سوف تنحل عن طريق اشعاع جسيمات بيتا *beta decay* لتتحول الى تركيب أكثر استقراراً . ففي حالة انحلال بيتا السالب ، يتحول احد النيوترونات الى بروتون

$$n \rightarrow p + e^-$$

والكترون ؛ والالكترون الناتج ينبعث من النواة على شكل جسيمة بيتا سالبة *beta particle* .
 negative . على حين يتحول أحد البروتونات ، في عملية استحالة بيتا الموجب ، الى نيوترون وبوزترون :

$$p \rightarrow n + e^+$$

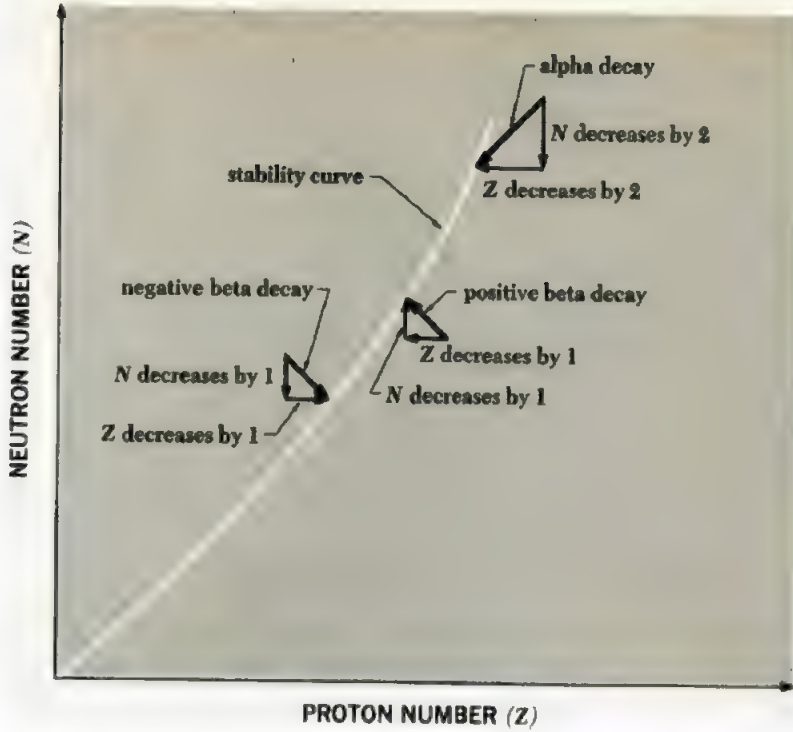


الشكل (١١ - ٢) مخطط مستويات طاقة نظيري البورون والكربون المستقرين . ان مبدأ الانفراد يحدد دسعة كل مستوى طاقة بنيوترونين ذواتي برمين متعاكسين ونيوترونين ذواتي برمين متعاكسين فقط .

positive beta

وينبعث البوزترون الناتج من النواة على شكل جسيمة بيتا موجبة

وعليه اضمحلال بيتا السالب يقلل نسبة النيوترونات الى البروتونات في النواة ، على حين يزيد اضمحلال بيتا الموجب هذه النسبة . والشكل (١١-٣) يوضح كيف يؤدي اضمحلال الفا وبيتا الى استقرار النواة . وسوف ندرس النشاط الاشعاعي ببعض التفصيل في الفصل الثاني عشر .



الشكل (١١-٣) : تساعد اضمحلات الفا وبيتا النوى غير المستقرة على التحول الى تراكيب مستقرة .

NUCLEAR SIZES AND SHAPES

١١ - ٤ حجم النوى وأشكالها

تشير تجربة تشتت راذرفورد الى أن النوى ليست أجساماً نقطية . حيث لاحظنا في الفصل الرابع ، أن تشتت جسيمات الفا يتفق مع قانون كولوم اذا كانت المسافة التي تقترب فيها جسيمة الفا من النواة لا تقل عن 10^{-14} m . وعند مسافات أصغر ، لا تنطبق الاستنتاجات المبينة على قانون كولوم مع المشاهدات العملية ؛ وذلك لأن النواة لا تظهر كشحنة نقطية بالنسبة لجسيمة الفا الساقطة .

ومنذ تجربة راذرفورد اجريت تجارب عديدة لقياس حجم النواة عن طريق

تشتت الجسيمات . ان الالكترونات السريعة والنيوترونات هي أدوات مثالية لهذا الغرض . فالالكترونات تتفاعل مع النوى بواسطة القوى النووية . وعليه فان تشتت الالكترونات يساعدنا على دراسة توزيع الشحنة في النواة ، على حين يساعدنا تشتت النيوترونات على دراسة توزيع المادة النووية في النواة . وفي كلتا الحالتين يجب أن تكون طول موجة ديبرولي أصغر من نصف قطر النواة تحت الدرس (لاحظ التمرين الثالث في الفصل الثالث) . ولقد استخدمت في هذه التجارب الكترونات ذات طاقة مقدارها بضعة مئات MeV لغاية أكثر من 1 GeV (1 GeV = 1,000 MeV = 10⁹ eV) ونيوترونات ذات طاقة 20 MeV فأكثر ،

ووجد في جميع الحالات أن حجم النواة يتناسب طردياً مع عدد اللبنة الموجودة فيها ، أي مع العدد الكلي A للنواة . فإذا كان نصف قطر النواة هو R ، فإن حجمها يساوي $\frac{4}{3}\pi R^3$ ، ولذا نجد أن R³ تتناسب مع A . وتأخذ هذه النتيجة الصيغة التالية :

$$R = R_0 A^{1/3} \quad (11 - 1)$$

نصف قطر النواة

$$R_0 \approx 1.2 \times 10^{-15} \text{ m}$$

حيث

ان عدم تحديد R₀ بصورة دقيقة هو ليس نتيجة الأخطاء التجريبية فقط ، بل أيضاً نتيجة اختلاف الوسائل المستخدمة لقياس R ؛ ذلك أن الالكترونات والنيوترونات تتفاعل بصورة مختلفة مع النواة . وقيمة R₀ المستنبطة من تشتت الالكترونات ، أصغر بقليل من قيمة R₀ المستنبطة من تشتت النيوترونات . ان هذا الاختلاف يشير الى أن المادة النووية والشحنة النووية غير متوزعة بصورة متساوية في النواة .

كما قد بينا في بداية الكتاب أن وحدة الانكستروم (1 Å = 10⁻¹⁰ m) هي وحدة طول ملائمة للتعبير عن المسافات في العالم الذري . فمثلاً ، نصف قطر ذرة الهيدروجين هو 0.53 Å ، المسافة بين ذرتي C و O في جزيئة CO هي 1.13 Å والمسافة بين Na⁺ و Cl⁻ في بلورة NaCl هي 2.81 Å . ولما كان حجم النواة صغيراً جداً فمن المناسب أن نستخدم وحدة فيرمي (fm) التي تساوي 10⁻⁵ Å لقياس أبعاد النواة :

$$1 \text{ fermi} = 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$$

وعليه يمكن إعادة كتابة المعادلة (11 - 1) بالصيغة

$$R \approx 1.2 A^{1/3} \text{ fm} \quad (11 - 2)$$

فمن هذه المعادلة نجد أن نصف قطر نواة ¹²C هو :

$$R \approx 1.2 \times (12)^{1/3} \text{ fm} \approx 2.7 \text{ fm}$$

وبنفس الطريقة نجد أن نصف قطر نواة ¹⁰⁷Ag يساوي 5.7 fm ونصف قطر نواة ²³⁸U

يساوي 7.4 fm.

من معرفتنا لحجوم وكتل النوى نستطيع أن نحسب كثافة المادة النووية . ففي حالة $^{12}_6\text{C}$ ،
 ذات الكتلة الذرية 12.0 u ، نجد أن الكثافة النووية تساوي :

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3} \\ &= \frac{12.0 \text{ u} \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u}}{\frac{4}{3}\pi \times (2.7 \times 10^{-15} \text{ m})^3} \\ &= 2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3\end{aligned}$$

وهذا الرقم ، الذي يكفيء ثلاثة بلايين طن لكل أنج مكعب ، هو تقريباً ثابت لجميع
 النوى . وهناك بعض النجوم ، تدعى بالاقزام البيض "white dwarfs" ، تتكون من
 ذرات قشراتها الالكترونية منهارة بفعل الضغط العالي . وتقترب كثافة هذه النجوم من
 كثافة المادة النووية .

لقد افترضنا أن شكل النوى كروي . فكيف يمكننا تحديد شكل النوى بصورة دقيقة ؟
 إذا كان توزيع الشحنة في النواة غير متناظر كروياً ، فإن النواة سوف تمتلك عزماً رباعي القطب
 الكهربائي electric quadrupole moment . ويتفاعل العزم الرباعي القطب
 الكهربائي للنواة مع الالكترونات المدارية في الذرة . ويحدث نتيجة هذا التفاعل انحراف في
 مستويات طاقة الالكترونات مؤدياً الى انشطارات دقيقة جداً hyperfine splitting

في خطوط الطيف . وبطبيعة الحال ، يجب التمييز بين هذا المصدر للتركيب الدقيق جداً في
 الطيف وبين التركيب الناتج من العزم المغناطيسي للنواة . وقد وجد أن الاعتماد عن التناظر
 الكروي يحدث في نوى ذات عدد برمي 1 أو أكثر . وهذه النوى يمكن أن تكون شبه
 كروية متطاولة باتجاه القطبين ، أو شبه كروية مفلطحة . لكن الفرق بين المحور الكبير والمحور
 الصغير لا يزيد عن 20% ، واعتيادياً أقل بكثير من ذلك . ولعظم الأغراض يكفي أن
 نعتبر النواة كروية . ومع هذا فابتعاد النواة عن الشكل الكروي (مع كونه صغير) يتضمن
 معلومات قيمة عن التركيب النووي .

١١-٥ طاقة الترابط BINDING ENERGY

إن كتل جميع الذرات المستقرة هي أصغر من مجموع كتل الجسيمات المكونة لها . وعلى وجه
 المثال ، كتلة ذرة الديوتيريوم ^2_1H هي 2.014102 u على حين كتلة ذرة الهيدروجين
 (^1_1H) زائداً كتلة النيوترون هي :

$$\begin{aligned}m_{\text{hydrogen}} + m_n &= 1.007825 \text{ u} + 1.008665 \text{ u} \\ &= 2.016490 \text{ u}\end{aligned}$$

التي هي أكثر بمقدار 0.002388 u من كتلة ^2_1H . لما كانت نواة الديوتيريوم (الديوترون)

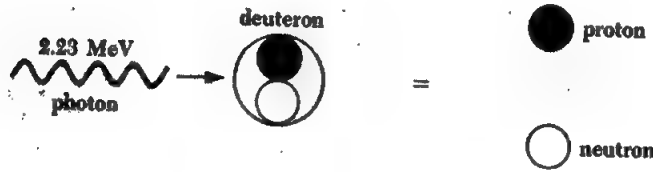
تتكون من بروتون ونيوترون وأن كلاً من ${}^1_1\text{H}$ و ${}^2_1\text{H}$ يحتوي على إلكترون مداري واحد . نجد أن نقصان الكتلة 0.002388 u ينشأ من ترابط البروتون

والنيوترون لتكوين الديوتريون . الكتلة 0.002388 u تكافئ $0.002388 \text{ u} \times 931 \text{ MeV/u}$

2.23 MeV = عليه عند اتحاد بروتون ونيوترون لتكوين ديوتريون . تتحرر طاقة مقدارها 2.23 MeV . وبالعكس نحتاج إلى 2.23 MeV لكسر الديوتريون إلى بروتون ونيوترون . وهذه الاستنتاجات مدعومة بالتجارب العملية على الانحلال الضوئي للديوتريون . حيث وجد أن فوتون أشعة كاما يجب أن

يملك طاقة مقدارها 2.23 MeV لكي يحطم الديوتريون (لاحظ الشكل ١١-٤) . والطاقة المكافئة لنقصان الكتلة للنواة تدعى بطاقة ترابطها binding energy . وهذه

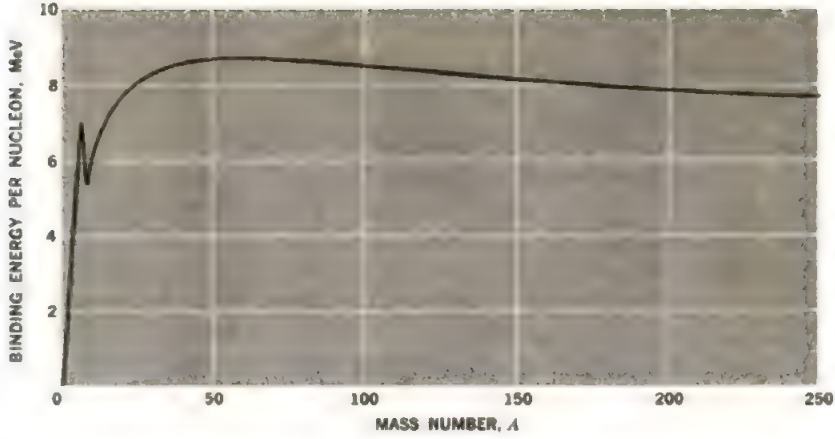
الطاقة هي قياس لمدى استقرار النواة . وتنشأ طاقات الترابط من تأثير القوى التي تجمع النويات بعضها مع بعض لتكوين النوى . وهذه الطاقات تشبه طاقات تآين الذرات التي يجب توفيرها لفصل الإلكترونات من الذرات والتي تنشأ من تأثير القوى الالكتروستاتيكية . أن طاقات الترابط تمتد من 2.23 MeV لحالة الديوتريون (التي تمثل أصغر نواة) إلى 1.640 MeV لحالة ${}^{209}_{83}\text{Bi}$ (التي هي أثقل نواة مستقرة) .



الشكل (١١ - ٤) : أن طاقة ترابط الديوتريون هي 2.23 MeV . وهذه القيمة تتفق مع المشاهدات العملية ، إذ أن فوتون أشعة كاما يجب أن يملك طاقة مقدارها الأقل 2.23 MeV لتحطيم الديوتريون إلى بروتون ونيوترون طليقين

وكمية مهمة ، تدعى بطاقة الترابط لكل نوية ، تمثل حاصل قسمة طاقة الترابط الكلية على عدد النويات في النواة . والشكل (١١ - ٥) يوضح طاقة الترابط لكل نوية كدالة للعدد الكتلي A للنواة . ففي البداية يرتفع المنحني بسرعة ثم يبطئ حتى يصل إلى قيمة عظمى ، وهي 8.79 MeV لكل نوية ، عند $A = 56$. ويمثل هذا العدد الكتلي نواة الحديد ${}^{56}_{26}\text{Fe}$

وبعد ذلك يهبط المنحني ببطء للغاية 7.6 MeV لكل نوية عند أعلى عدد كتلي . ويتبين من الشكل أن النوى ذات العدد الكتلي المتوسط تكون أكثر استقراراً ؛ ذلك لأنها تحتاج إلى أكبر



الشكل (١١ - ٥) طاقة الترابط لكل نوية كدالة للعدد الكتلي . تمثل الذرة عند $A = 4$ نواة ${}^4\text{He}$ مقدار من الطاقة لتحريك كل نوية منها . وهذه الحقيقة توضح ان طاقة سوف تتحرر عند انشطار النوى الثقيلة الى نوى متوسطة ، واندماج نوى خفيفة لتكوين نوى متوسطة . وتدعى العملية الأولى بالانشطار النووي *nuclear fission* . وكلتا العمليتين يمكن ان تحدثا في ظروف مناسبة وينتج عنها طاقة كما هو متوقع نظريا .

ان طاقات الترابط النووية كبيرة نسبيا . ولكي نتعرف على اهمية هذه الطاقات فمن المناسب ان نحول هذه الطاقة من وحدة MeV/nucleon الى kcal/kg . فلما كان $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$ و $1 \text{ J} = 2.39 \times 10^{-4} \text{ kcal}$ ، عليه نجد $1 \text{ MeV} = 3.83 \times 10^{-17} \text{ kcal}$. ان كتلة كل نوية في النواة تساوي تقريبا وحدة الكتلة النووية

1 u mass unit ، والتي تساوي $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$. وعليه

$$1 \frac{\text{MeV}}{\text{nucleon}} = \frac{3.83 \times 10^{-17} \text{ kcal}}{1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 2.31 \times 10^{10} \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$$

ومن هذا نجد ان طاقة الترابط الانموذجية : 8 MeV/nucleon ، تكافئ $1.85 \times$

10^{11} kcal/kg . وللمقارنة ، فان حرارة تبخر الماء هي 540 kcal/kg فقط وحتى حرارة احتراق البنزين : $1.13 \times 10^4 \text{ kcal/kg}$ ، تمثل جزء من عشرة ملايين فقط من الطاقة النووية المذكورة في اعلاه .

ان القوى النووية القصيرة المدى التي تربط النويات لتكوين النوى تمثل اقوى قوة معروفة في الطبيعة . ولسوء الحظ فان القوى النووية ليست مفهومة بقدر القوى الكهربائية ، لذلك فان فهم التركيب النووي مازال بدائيا بالمقارنة مع نظرية التركيب الذري . ومع هذا ، ومن دون فهم كامل للقوى النووية ، قد تم تقدم كبير في السنوات الاخيرة لتفسير سلوك وصفات النوى بدلالة نماذج تقريبية لها . وفي هذا الفصل ندرس بعض الافكار المتضمنة في هذه النماذج . وقبل ان نبدأ بدراسة هذه النماذج من المناسب ان نجد بعض صفات النوى من اعتبارات عامة . ان ابسط نواة تحوي اكثر من نوية واحدة هي الديوترون *deuteron* والتي تتألف من بروتون ونيوترون . وتساوي طاقة ترابط الديوترون 2.23 MeV ويمكننا الحصول على هذا الرقم اما من قياس فرق الكتلة بين m_{deuteron} و $m_p + m_n$ او من تجارب الانحلال الضوئي *photo-disintegration* للديوترون والاخيرة تبين ان اشعة كاما ذات طاقة $h\nu \geq 2.23 \text{ MeV}$ فقط ، يمكنها ان تحطم الديوترون الى نيوترون وبروتون . ولقد درسنا في الفصل السادس ذرة الهيدروجين (التي تمثل نظاما من جسيمين ايضا) وفق النظرية الكمومية . لكن القوى التي تربط الالكترون بالبروتون في هذه المسألة هي معروفة ، فاذا عرفنا قانون القوة التي تربط جسيمين فيمكن حساب الطاقة الكامنة V وتعبيرها في معادلة شرودينكر نجد الحالات الكمومية للنظام . ان فهمنا للقوى النووية اقل نضوجا من فهم القوى الكهربائية ، وعليه فان ليس من الممكن دراسة الديوترون بصورة مفصلة كما للذرة الهيدروجين .

فالشكل (١١-٦) يوضح بصورة تقريبية الطاقة الكامنة V للديوترون كدالة للمسافة بين مركز النيوترون والبروتون . وهذه الطاقة تمثل في الحقيقة ، الطاقة الكامنة لاي من النوتين نتيجة تاثير النوية الاخرى . ان السطح الذي يحد منطقة التناثر المركزية "repulsive core" (نصف قطرها حوالي $0.4 \times 10^{-15} \text{ m}$) يعبر عن عدم تمكن النوتين من القرب بعضهما من بعض لمسافة اصغر من قيمة معينة . نقرب $V(r)$ بمنخفض جهد مربع "square well" potential ، كما هو موضح بالخط المتقطع في الشكل . وهذا التقريب يعني ان القوة النووية بين النيوترون والبروتون تساوي صفرا عندما تكون المسافة بين الجسيمين اكبر من قيمة معينة r_0 ، في حين يبقى الجهد ثابتا ويساوي $-V_0$ عند مسافات اصغر من r_0 . والكميتان r_0 و V_0 تحددان ، على التوالي ، قوة ومدى القوى التي تربط مكونات الديوترون . ان منخفض الجهد المربع يعبر عن قصر مدى القوى النووية والتقريب الذي في اعلاه يعني ان V هي دالة لـ r فقط . وعليه ، كما في حالة اي قوى مركزية اخرى ، من المناسب دراسة المسألة باستخدام احداثيات كروية (لاحظ الشكل ٦-١)

فبدلالة الاحداثيات الكروية تاخذ معادلة شرودينكر الصيغة :

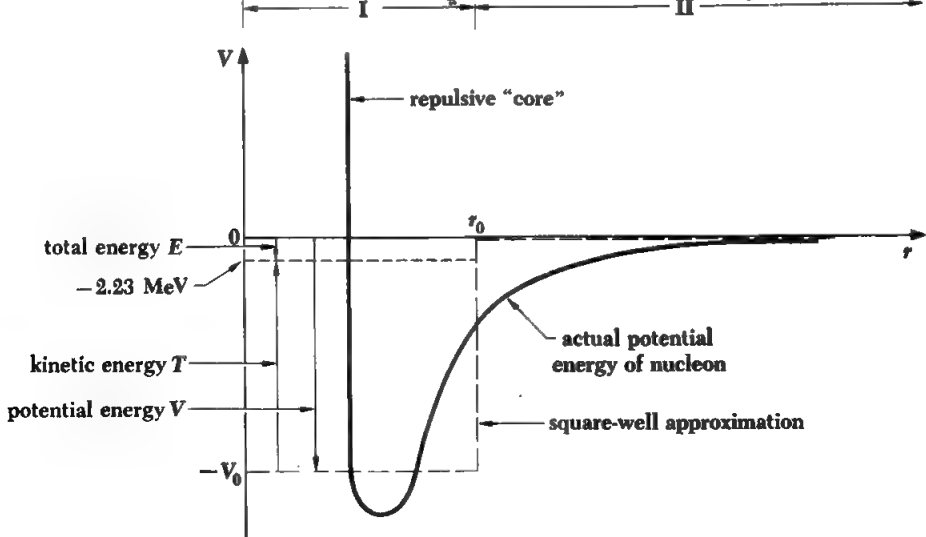
$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad (3-11)$$

حيث m كتلة الجسيم و $\hbar = h/2\pi$. دعنا ندرس حركة النيوترون تحت تأثير مجال قوة البروتون . وبطبيعة الحال نحصل على نفس النتائج اذ درسنا حركة البروتون تحت تأثير النيوترون . فنلاحظ من الشكل (١١ - ٦) أن الطاقات الكلية E للنيوترون كمية سالبة وتمثل طاقة ترابط الديوترون .

وفي معالجتنا لذرة الهيدروجين (مع أن احد الجسيمين أثقل بكثير من الجسيم الآخر) كان من الضروري أن نأخذ بنظر الاعتبار حركة النواة . ولقد تم ذلك بتعويض كتلة الإلكترون m_e بالكتلة المصغرة m' (راجع الفصل الرابع والسادس) . فهذه الطريقة استطعنا تحويل مسألة حركة الإلكترون والبروتون حول مركز كتلتهما الى مسألة مكافئة تصف حركة الكتلة المصغرة m' حول البروتون . ولما كانت كتلة البروتون تساوي تقريباً كتلة النيوترون ، فإن اجراء هذا التحويل ضروري جداً لدراسة الديوتريون . وبناء على المعادلة (٤ - ٢٧) فإن كتلة نظام البروتون - النيوترون المصغرة هي

$$m' = \frac{m_n m_p}{m_n + m_p} \quad (4-11)$$

ويجب تعويض هذه الكتلة عن الكتلة m في المعادلة (٣ - ١١) .



الشكل (١١ - ٦) المنحني المتواصل يمثل الطاقة الكامنة الحقيقية للبروتون أو النيوترون في الديوتريون ، ومنخفض الجهد المربع تقرب هذه الطاقة الكامنة .

ونفترض الآن حل المعادلة (١١-٣) يأخذ صيغة حاصل ضرب دالات قطرية وزاوية :

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (١١-٥)$$

فالدالة القطرية $R(r)$ تصف تغير دالة الموجة ψ على طول خط شعاعي من النواة ، مع بقاء θ و ϕ ثابتين ، والدالة $\Theta(\theta)$ تصف تغير ψ مع زاوية السمت θ مع ، بقاء r و ϕ ثابتين وأخيراً $\Phi(\phi)$ تصف تغير ψ مع زاوية الزوال ϕ مع بقاء r و θ ثابتين .

وسوف نركز الاهتمام هنا على الحركة القطرية ، أي على تذبذب النيوترون والبروتون حول مركز كتلتهما . ففي حالة عدم وجود حركة دورانية فإن كلا من Θ و Φ تبقى

ثابتة ومشتقاتهما تساوي صفراً . وعليه باخذ $\partial\psi/\partial\theta = \partial^2\psi/\partial\phi^2 = 0$

تصبح المعادلة (١١-٣)

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m'}{\hbar^2} (E - V)R = 0 \quad (١١-٦)$$

يمكن تبسيط هذه المعادلة بالتعويض

$$u(r) = rR(r)$$

حيث نحصل على :

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{2m'}{\hbar^2} (E - V)u = 0 \quad (١١-٨)$$

والجهد V يأخذ قيمتين متميزتين : $V = -V_0$ داخل منخفض الجهد المربع و $V = 0$

في الخارج . لذلك فالمعادلة (١١-٨) لها حلان مختلفان u_1 عند $r \leq r_0$ و u_{II} عند $r \geq r_0$. فالدالة u_1 داخل منطقة الجهد المنخفض تحقق المعادلة التالية

$$\frac{d^2u_1}{dr^2} + \frac{2m'}{\hbar^2} (E + V_0)u_1 = 0$$

وبالتعويض

$$a^2 = \frac{2m'}{\hbar^2} (E + V_0) \quad (١١-٩)$$

نجد

$$\frac{d^2u_1}{dr^2} + a^2u_1 = 0 \quad (١١-١٠)$$

(من الشكل ١١-٦ نلاحظ أن $|V_0| > |E|$ ، لذلك فإن $E + V_0$ وبالتالي

a^2 هي كمية موجبة) . فالمعادلة (١١-١٠) تشبه المعادلة الموجية لجسيم محصور في صندوق التي ناقشناها في الفصل الخامس . ويأخذ حل هذه المعادلة الصيغة :

$$u_1 = A \cos ar + B \sin ar \quad (١١-١١)$$

ولما كانت الدالة القطرية R تساوي u/r ، لذلك يجب إهمال الحل $A \cos ar$ لكي تكون

R محدودة عند $r = 0$. وعليه $A = 0$ وبالتالي u_1 داخل المنخفض تكون

$$u_I = B \sin ar \quad (11-12)$$

وخارج منخفض الجهد يكون $V = 0$ ، وعليه تأخذ المعادلة (11-18) الصيغة :

$$\frac{d^2 u_{II}}{dr^2} + \frac{2m'}{\hbar^2} E u_{II} = 0 \quad (11-13)$$

ان الطاقة الكلية E للنيوترون داخل الديوترون هي كمية سالبة ، و لذلك :

$$b^2 = \frac{2m'}{\hbar^2} (-E) \quad (11-14)$$

تكون كمية موجبة . وتعويض هذه الكمية في المعادلة (11-13) نحصل على :

$$\frac{d^2 u_{II}}{dr^2} - b^2 u_{II} = 0 \quad (11-15)$$

ان حل المعادلة (11-15) يأخذ الصيغة :

$$u_{II} = C e^{-br} + D e^{br} \quad (11-16)$$

حيث أن u يجب ان تقترب من الصفر عندما $r \rightarrow \infty$ ، فنستنتج أن D يجب أن تساوي صفرا . وعليه فدالة الموجة خارج المنخفض تكون :

$$u_{II} = C e^{-br} \quad (11-17)$$

* 11-7 الحالة الأرضية للديوترون

GROUND STATE OF THE DEUTERON

المعادلتان (11-12) و (11-17) تعطيانا ، على التوالي ، الدالة u (وبالتالي ψ)

داخل وخارج منخفض الجهد . وعلينا الآن أن نصل هاتين الدالتين عبر السطح الفاصل للمنخفض . وبما انه يجب ان تكون u ومشتقتها du/dr مستمرة في كل مكان ، عليه عندما تكون $r = r_0$ يجب أن يكون لدينا :

$$\begin{aligned} u_I &= u_{II} \\ B \sin ar_0 &= C e^{-br_0} \end{aligned} \quad (11-18)$$

و

$$\begin{aligned} \frac{du_I}{dr} &= \frac{du_{II}}{dr} \\ aB \cos ar_0 &= -bC e^{-br_0} \end{aligned} \quad (11-19)$$

ونستطيع حذف المعاملين B و C بقسمة المعادلة (11-18) على (11-19) ، حيث نحصل على :

$$\tan ar_0 = -\frac{a}{b} \quad (11-20)$$

ولايمكن حل المعادلة (11-20) جبريا ، لكن يمكن حلها ، وبأي درجة من الدقة المطلوبة ، باستخدام رسوم بيانية ، او حلها عدديا بواسطة الحاسبات الالكترونية ، ولكي

نحصل على حل تقريبي لهذه المعادلة (١٢ - ٢١) (لاحظ أولاً)

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2m'(E + V_0)/\hbar}}{\sqrt{2m'(-E)/\hbar}} = \sqrt{\frac{E + V_0}{-E}} \quad (١٢ - ٢١)$$

حيث تمثل E طاقة ترابط الديوترون و V_0 عمق منخفض الجهد . ولما كانت $|V_0| > |E|$ نجد كتقريب أولي أن :

$$\tan ar_0 \approx \infty$$

ولكن $\tan ar_0 \approx \infty$ عند $\theta = \pi/2, \pi, 3\pi/2, \dots, n\pi/2$ ، وعليه فإن الحالة

$$ar_0 \approx \frac{\pi}{2}$$

والحقيقة هي أن هذه الحالة الوحيدة التي يكون فيها النيوترون والبروتون مرتبطين لتكوين الديوترون . وبالتعويض عن a من المعادلة (١١ - ٩) ، نجد :

$$\frac{\sqrt{2m'(E + V_0)}}{\hbar} r_0 \approx \frac{\sqrt{2m'V_0}}{\hbar} r_0 \approx \frac{\pi}{2}$$

حيث هنا قد أهملنا E باعتبارها صغيرة بالنسبة لـ V_0 ، لذلك

$$V_0 \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{8m'r_0^2} \quad (١١ - ٢٢)$$

ان التقريب الذي في أعلاه يكفيء الافتراض بان الدالة u_I داخل منخفض الجهد تأخذ قيمة عظمى (حيث $ar = 90^\circ$) عند جدران المنخفض . والحق هو اننا ، لكي نحصل على اتصال مستمرين u_I و u_{II} ومشتقتهما عبر السطح الفاصل لمنخفض الجهد فان القيمة العظمى لـ u_I يجب أن تكون نوعاً ما بعيدة عن السطح الفاصل (لاحظ الشكل (١١ - ٧) . فتبين حسابات أكثر دقة أن $ar \approx 116^\circ$ عند $r = r_0$. والفرق بين هاتين النتيجةين هو نتيجة إهمال طاقة الترابط E بالنسبة لـ V_0 وعندما نأخذ بنظر الاعتبار هذه الطاقة نجد أن :

$$V_0 \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{8m'r_0^2} + \frac{2\hbar}{r_0} \sqrt{\frac{E}{2m'}} \quad (١١ - ٢٣)$$

تمثل المعادلة (١١ - ٢٣) العلاقة بين نصف قطر منخفض الجهد r_0 ، عمق منخفض

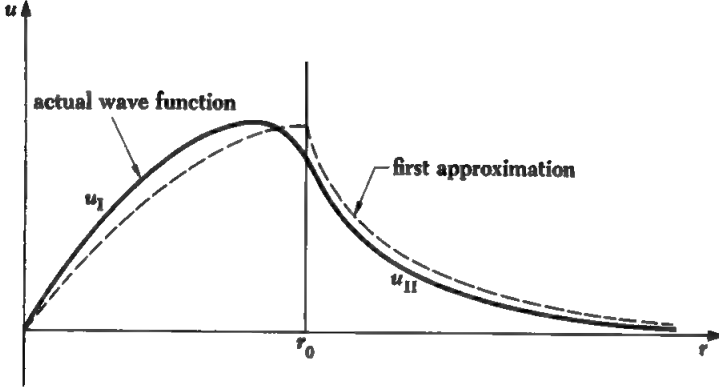
الجهد V_0 وطاقة ترابط الديوترون $-E$. حيث تمثل r_0 بعد تأثير القوة النووية ، و V_0 شدة تأثير هذه القوة . والسؤال المطروح هو هل يمكن الحصول على قيمة معقولة لـ \bar{V}_0 بتعويض قيمة معقولة لـ r_0 و E في المعادلة (١١ - ٢٣) ؟ فدعنا نختار $r_0 = 2 \text{ fm}$. وبالتعويض عن القيم المعلومة في المعادلة (١١ - ٢٣) واستخدام الوحدة MeV للطاقة يكون

$$V_0 \approx \frac{1.0 \times 10^{-28} \text{ MeV-m}^2}{r_0^2} + \frac{1.9 \times 10^{-14} \text{ MeV-m}}{r_0} \quad \text{لدينا :}$$

وعلى هذا فعندما $r_0 = 2 \text{ fm} = 2 \times 10^{-15} \text{ m}$ ، نجد

$$V_0 \approx 35 \text{ MeV}$$

وهذه قيمة معقولة لـ V_0 ، حيث نستنتج منها أن النموذجنا للنواة ، الذي فيه تحتفظ النويات بكيان مستقل من دون أن تندمج بعضهما مع بعض بتأثير القوى النووية ، هو صحيح .



الشكل (١١ - ٧) دالة الموجة $u(r)$ للبروتون والنيوترون داخل الديوتريون

١١-٨ الحالة الثلاثية والاحادية للديوتريون

TRIPLET AND SINGLET STATES

إن المعادلة (١١-٢٣) مع المشاهدات العملية ، وهي أن الديوتريون نظام مستقر طاقة ترابطه $-E$ ، تعطينا بعض المعلومات حول قوة الترابط بين النيوترون والبروتون . ولكي نحصل على معلومات أكثر حول هذه القوة نحتاج الى قياسات تجريبية أخرى . فمن ضمن هذه القياسات قياس الزخم الزاوي للديوتريون ، الذي اهتمناه في تحليلاتنا السابقة واعتبرنا ان تغير ψ مع θ و ϕ يساوي صفراً . ان الفرضية الاخيرة ليست دائماً صحيحة ، لأن الزخم الزاوي يلعب دوراً مهماً في تركيب بعض النوى ، مع أن بعض صفات النوى لا تعتمد عليه . وفي حالة الديوتريون ، مثلاً ، يتم ترابط النيوترون مع البروتون عندما يكون برماهما متوازيين فقط ، مكونين بذلك حالة ثلاثية *triplet state* في حين أن الحالة الاحادية *singlet state* التي يكون فيها البرمان متعاكسين غير مستقرة . ولهذا نلاحظ أن قوة ترابط النيوترون مع البروتون تعتمد على اتجاه برميها حيث تكون أضعف ما يمكن عندما يكون البرمان متعاكسان .

ان الاختلاف بين جهد الحالة الثلاثية وجهد الحالة الاحادية ، ومبدأ الانفراد لباولي

Pauli يوضحان عدم وجود نواة تتكون من بروتونين أو نيوترونين ، على الرغم من استقرار الديوتيريون وعدم اعتماد القوة النووية على الشحنة . ان مبدأ الانفراد يمنع نواة من بروتونين من ان توجد في حالة ثلاثية ؛ لانه عندما يكون برما البروتونين متوازيين فسوف يحصلان على نفس الحالة الكمية ، وهذا لا يتفق مع مبدأ الانفراد . ولا ينطبق هذا التحديد على الديوتيريون ، لأن النيوترون والبروتون هما جسيمات متميزان حتى عندما يكون برماهما متوازيين . ومن الناحية المبدئية يمكن لبروتونين أو نيوترونين ان يكونان في حالة احادية . ولكن لكون أن القوة النووية في هذه الحالة ضعيفة جداً ، ولا تستطيع أن تربط الجسيمين فان هذه النوى لم توجد في الطبيعة .

١١-٩ أ نموذج القطرة للنواة THE LIQUID-DROP MODEL

بيناً ان القوة النووية بين النويات كبيرة جداً ، وان مدى هذه القوة قصيرة بحيث أن الجسيمات داخل النواة تتفاعل مع جارائها فقط . ان حالة النويات في نوى الذرات تشبه حالة الذرات في مادة صلبة ، أو الجزيئات في مادة سائلة ، حيث تتأثر تقريباً بصورة كلية بجاراتها فقط . تهتز الذرات في المواد الصلبة حول نقاط ثابتة في نسق بلوري ، في حين تتحرك الجزيئات في المواد السائلة بصورة طليقة تقريباً مع الحفاظ على مسافة ثابتة بينها . ولا يمكن تبني التشابه بين النوى والمواد الصلبة اذ ، كما يتضح من خلال حسابات دقيقة ، أن اهتزازات النويات حول نقاط تعادها سوف يكون كبيراً جداً بحيث لا يمكن الحفاظ على نواة مستقرة ، ولكن يمكن الاستفادة من تشابه النواة مع قطرة سائل لدراسة سلوكها .

فدعنا ندرس كيف يمكننا تفسير تغير طاقة الترابط لكل نوية كدالة للعدد الكتلي بواسطة أ نموذج قطرة السائل للنواة . نفترض أولاً أن قوة الترابط بين كل نويتين متجاورتين تتضمن طاقة مقدارها U . وهذه الطاقة في الحقيقة سالبة ؛ لأن القوة المعنية قوة تجاذب . ومع هذا من الملائم ان نعتبر هذه الطاقة موجبة اذ أنها تساوي الطاقة اللازمة لفصل النويتين . وبما أن طاقة الترابط U تكون مشتركة بين نويتين لذلك فطاقة الترابط لكل منها تساوي $\frac{1}{2}U$ عندما نجمع عدداً من الكرات بصورة متراصة كل كرة داخلية تحاط بـ 12 كرة (لاحظ الشكل (١١-١٨) . وهذه الصفة تشبه حالة النويات في النوى . وعليه فان كل نوية داخلية في النواة سوف تمتلك طاقة ترابط $12 \times \frac{1}{2}U$ or $6U$. وإذا افترضنا ان جميع النويات A في النواة هي داخلية ، اي كل منها محاط باثنتي عشرة نوية ، فان طاقة الترابط الكلية للنواة تكون :

$$E_p = 6AU \quad (١١-٢٤)$$

ومن المعتاد أن نكتب المعادلة (١١-٢٤) بالشكل :

$$E_v = a_1 A$$

(١١-٢٥)

وتدعى الطاقة E_v بالطاقة الحجمية *volume energy* للنواة وهي تتناسب طردياً مع A . وبطبيعة الحال هناك بعض النويات على سطح النواة حيث تكون محاطة بأقل من 12 نوية . ويعتمد عدد النويات السطحية في النواة على مساحتها السطحية . المساحة السطحية لنواة عددها الكتلي A هي :

$$4\pi R^2 = 4\pi R_0^2 A^{2/3}$$

وعلى هذا فعدد النويات المحاطة بعدد من النويات أقل من 12 نوية يتناسب مع $A^{2/3}$. وهذه الصفة تقلل طاقة ترابط النواة بمقدار

$$E_s = -a_2 A^{2/3}$$

(١١-٢٦)

وتدعى الطاقة السالبة E_s بالطاقة السطحية *surface energy* للنواة . وتلعب هذه الطاقة دوراً مهماً في حالة النوى الخفيفة ؛ لأن هناك نسبة كبيرة من النويات السطحية . ولما كان كل نظام يميل الى تركيب ذي طاقة كامنة دنيا ، لذلك فان النوى تحاول ان تمتلك طاقة ترابط عظمى (ونشير هنا مرة ثانية الى أن طاقة ترابط النواة تساوي الفرق بين طاقة كتلة النواة وطاقة كتلة نفس عدد النيوترونات والبروتونات الطليقة الخاص للنواة) . ولذا تظهر النواة نفس صفة الشد السطحي *surface-tension* الموجودة على سطح قطرة سائل . ولما كان السطح الكروي يشكل اصغر مساحة تحيط بحجم معين ، فانه في حالة عدم وجود قوة خارجية تأخذ النواة شكلاً كروياً .



الشكل (١١ - ٨) : كل كرة داخل مجموعة كرات مترصة تكون محاطة بـ 12 كرة .

ان قوة التنافر الالكتروستاتيكية بين كل زوج من البروتونات داخل النواة تعمل على

نقصان طاقة ترابط النواة . وطاقة كولوم E_c لنواة عددها الذري Z ، تساوي الشغل اللازم لجمع Z من البروتونات داخل حجم يساوي حجم النواة . لذلك فإن E_c تتناسب طرديا مع $Z(Z-1)/2$ (التي تمثل عدد أزواج البروتونات في النواة) وعكسيا مع نصف قطر النواة $R = R_0 A^{1/3}$

$$E_c = -a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (١١ - ٢٧)$$

فطاقة كولوم سالبة ؛ لأنها تنتج من قوة تعمل على تفكك النواة .
ان طاقة الترابط الكلية E_b لنواة تساوي حاصل جمع الطاقة الحجمية ، السطحية وطاقة كولوم :

$$E_b = E_v + E_s + E_c$$

$$= a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (١١ - ٢٨)$$

وعليه تكون طاقة الترابط لكل نوية في النواة :

$$\frac{E_b}{A} = a_1 - \frac{a_2}{A^{1/3}} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}} \quad (١١ - ٢٩)$$

الشكل (١١-٩) يوضح تغير كل حد من الحدود الثلاثة في المعادلة (١١-٢٩) وكذلك المجموع E_b/A كدالة لـ A . نلاحظ أن E_b/A تتفق بصورة جيدة مع المنحني التجريبي في الشكل (١١-٥) . وعليه فإن مقارنة النواة بقطرة سائل تحظى في الأقل ببعض النجاح . ومن المناسب أن يعتمد هذا الانموذج لدراسة بعض الصفات الأخرى للنواة .

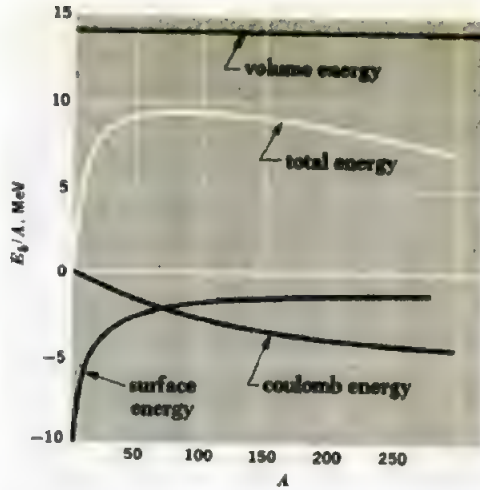
وقبل أن ننهي موضوع طاقة الترابط النووية ، علينا أن نشير إلى أن هناك تأثيرات أخرى بالإضافة إلى التأثيرات التي درسناها سابقا ، تحدد طاقة ترابط النواة . فعلى وجه المثال ، ان النوى التي عدد بروتوناتها يساوي عدد نيوتروناتها تكون بصورة خاصة مستقرة وكذلك النوى التي تمتلك عددا زوجيا من البروتونات والنيوترونات ذات استقرارية عالية . وعليه فإن النوى ك ${}^4_2\text{He}$ ، ${}^{12}_6\text{C}$ و ${}^{16}_8\text{O}$ تقع عند الذروات الدقيقة في المنحني البياني التجريبي لطاقة الترابط لكل نوية وتشير هذه الذروات إلى أن حالات النيوترونات والبروتونات في نواة تكون متشابهة تقريبا وان كل مستوى طاقة يستطيع أن يحتوي على جسيمين بزمانيين متعاكسان (راجع البند ١١-٣) .

THE SHELL MODEL

١١ - ١٠ نموذج القشرة للنواة

ان الصفة الاساس لأنموذج قطرة السائل للنواة هي أن مكونات النواة تتفاعل مع جاراتها فقط ، كما في حالة جزيئات سائل . وهناك عدد كبير من الظواهر التجريبية التي تدعم هذا الانموذج لكن هناك ظواهر تجريبية أخرى تشير إلى عكس ذلك . حيث نجد أن النويات

تتأثر بمجال يخص النواة ككل بدلاً من مجالات النويات المنفردة . فتؤدي هذه الصفة الى حالات نووية تشبه الحالات الذرية ، حيث نجد فيها الالكترونات في حالات كمية دورية معينة ، وانه لا يمكن لأكثر من الكترون واحد ان يشغل نفس الحالة الكمية (حيث ان الالكترون جسيم فيرمي) . ان النويات هي ايضاً جسيمات فيرمي ، وذلك نتوقع أن عدداً كبيراً من الصفات النووية هي دورية بتغير Z و N بطريقة تشبه دورية الصفات الذرية بتغير Z .



الشكل (١١ - ٩) طاقة الترابط لكل نوية تساوي مجموع الطاقة الحجمية والسطحية وطاقة كولوم لكل نوية .

ويمكن تصور الالكترونات في ذرة بانها تشغل قشرات تتحدد باعداد كمية معينة . على حين درجة انشغال القشرة الخارجية تحدد الصفات الكيميائية للذرات . فمثلاً ، القشرات الخارجية للذرات ذات الاعداد الذرية 2, 10, 18, 36, 54, 86 تكون مشبعة ، فتكون التراكيب الالكترونية لهذه الذرات أكثر استقراراً . وهذا يفسر صفة الخمول للغازات النادرة . ويمكن ملاحظة نفس الصفة في حالة النوى ذات 2, 8, 20, 28, 50, 82 و 126 بروتونا ونيوترونا . اذ نجد ان هذه النوى أكثر وفرة من النوى الاخرى المجاورة . ونستنتج من هذه الوفرة النسبية ان النوى المبنية في اعلاه تكون ذات استقرارية عالية ؛ ذلك ان النوى الكبيرة تنتج في الطبيعة من اندماج نوى اصغر ، وان التفاعلات تميل الى تكوين نوى أكثر استقراراً . اي ان تكوين النوى الثقيلة يعاني نقصاناً عندما يقترب عددها الكلي من الاعداد الكلية للنوى المستقرة .

وهناك ملاحظات اخرى تشير الى اهمية الاعداد 2, 8, 20, 28, 50, 82 و 126 في التركيب النووي ، ولذلك سميت هذه الاعداد بالاعداد السحرية *magic numbers* .

ومن امثلة اهمية الاعداد السحرية ، ملاحظة عزم رباعي القطب الكهربائي $quadru$ pole moments النووي والذي يمثل مقدار ابتعاد توزيع الشحنة النووية عن التوزيع الكروي : ان نواة كروية لا تمتلك عزما رباعي قطب كهربائي ، على حين تمتلك نواة نواة بيضوية الشكل عزما موجبا ، وتمتلك نواة كمثرية الشكل عزما سالبا . ولقد لوحظ ان النوى ذات عدد Z وسحريين لها عزم رباعي قطب كهربائي يساوي صفرا وعليه فانها متناظرة ، على حين تكون النوى الاخرى مشوهة الشكل .

ان النموذج القشرة للنواة قد اوجد لتفسير الاعداد السحرية والصفات النووية الاخرى بدلالة تأثير النواة ككل على النويات المنفردة . ودالة الطاقة الكامنة في هذا النموذج تشبه منخفض جهد مربع عمقه 50 MeV ، لكن جوانبه مستديرة بحيث يكون هناك تغيرا تدريجيا من $V = 0$ الى $V = V_0$ بدلا من ان يتغير الجهد بصورة فجائية . ان هذا الشكل اقرب للحقيقة من منخفض الجهد المربع الذي استخدمناه في دراسة الديوتريون . ويحل معادلة شرودينكر لجسيم تحت تأثير الجهد المبين ينتج ان الحالات المستقرة للجسيم تتضمن اعداد كمية l, n و m_l ، التي تلعب نفس الدور بالنسبة الالكترونات الذرية . ان حالات النيوترونات في النواة تختلف من حالات البروتونات ؛ ذلك لان الاخيرة تتاثر بقوى كهربائية بالاضافة الى القوى النووية .

ولكي نحصل على مستويات طاقة تتفق مع وجود الأعداد السحرية ، علينا أن نفترض وجود تفاعل بين البرم بحيث ان انشطار الطاقة الناتج عنه يكون كبيرا في حالة l كبيرة . أي ، عندما يكون الزخم الزاوي المداري كبيرا . فنفترض ان شد LS يكون ذا أهمية في حالة النوى الخفيفة جدا التي فيها قيمة l صغيرة في حالتها الاعتيادية . فعند هذا ، كما لاحظنا في الفصل السابع ، تتحد العزوم الزاوية البرمية الذاتية S_i للنيوترونات والبروتونات كل على حدة ، لتكوين برم كلي S لكل صنف ، وان العزوم الزاوية المدارية L_i لكل صنف تتحد على حدة لتكوين زخم مداري L . ويتحد الزخم الزاوي البرمي الكلي S والمداري L لكل من مجموعتي البروتونات لتكوين زخم زاوي كلي J لكل صنف مقداره $\sqrt{J(J+1)} \hbar$. وهذا النوع من الشد يحدث في حالة النوى الخفيفة . وبعد منطقة انتقالية يظهر شد ii حيث S_i و L_i لكل نوية يتحدان بعضهما مع بعض لتكوين J_i ذات قيمة $\sqrt{j(j+1)} \hbar$. بعد ذلك تتحد الزخوم الزاوية الكلية J_i للجسيمات المختلفة لتكوين زخم زاوي كلي ii . ان شد ii يشمل عددا كبيرا من النوى .

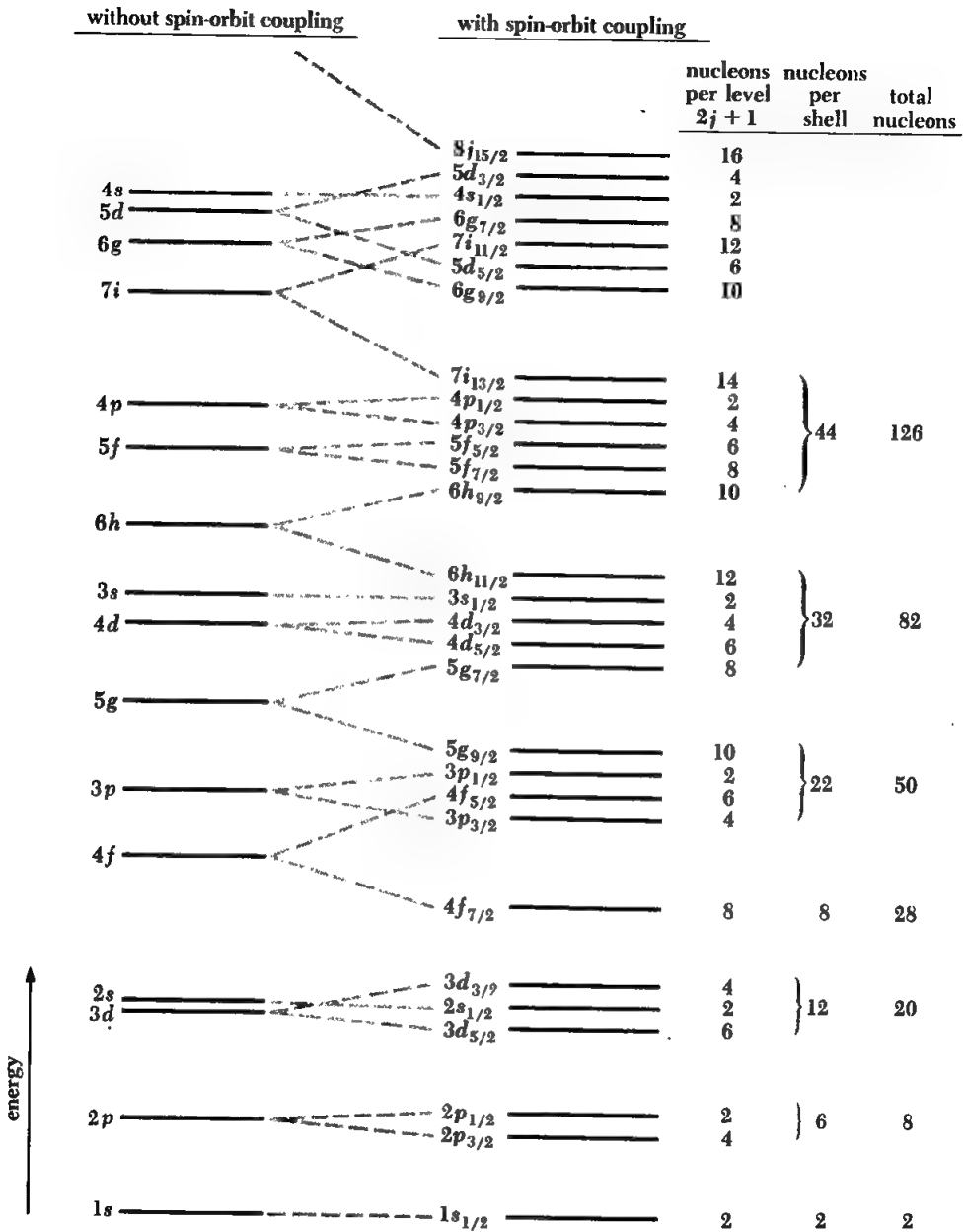
عندما نفترض شدة مناسبة لتفاعل البرم مع المدار ، نجد أن مستويات الطاقة للبروتونات أو النيوترونات تأخذ التوزيع المبين في الشكل (١١-١٠) . ويرمز لهذه المستويات بعدد يشير الى العدد الكمي الأساس n ، ويتبع العدد حرفا يشير الى الزخم الزاوي المداري l

للجسيم في ذلك المستوى ، وذلك بطريقة تشبه تحديد حالة الالكترن في الذرة . (ان الحروف $...g, f, d, p, s, ...$ ترمز الى $l = 0, 1, 2, 3, 4, ...$ ، على التوالي) . ويوضع الرقم الذي يشير الى i في الجهة اليمنى السفلى للحرف . ان تفاعل البرم مع المدار يؤدي الى انشطار كل حالة ذات قيمة i معينة الى $2i + 1$ حالة ثانوية . حيث ان هناك $2i + 1$ من الاتجاهات الممكنة لـ J_z . ان المسافات الفاصلة بين المستويات الثانوية تكون صغيرة بالنسبة للمسافات بين مستويات الطاقة الأساس ، بحيث يمكن تمييز قشرات في التركيب النووي . وعدد الحالات النووية المسموحة في القشرات المتتالية هي 32, 22, 8, 12, 6, 2, 44. وعليه تكون القشرات النيوترونية أو البروتونية ممتلئة عندما يكون هناك 2, 8, 20, 28, 50, 82 أو 126 نيوترونا أو بروتونا في النواة .

ان نموذج القشرة للنواة يستطيع تفسير عدد كبير من الظواهر النووية بالإضافة الى الأعداد السحرية . فلما كان كل مستوى طاقة ثانوي يحتوي على جسيمين (برم الى الأعلى وبرم الى الأسفل) ، فان مستويات الطاقة الثانوية تكون مملوءة عندما يكون هناك عدد زوجي من النيوترونات والبروتونات في النواة . ومثل هذه النوى تدعى بنوى زوجية-زوجية even-even nucleus فهذه النوى تكون ذات استقرار كبير . وكحالة قصوى معاكسة تكون مستويات الطاقة الثانوية غير مملوءة عندما يكون هناك عدد فردي من النيوترونات والبروتونات في النواة . ومثل هذه النوى تدعى بنوى فردية - فردية "odd-odd" nucleus فهذه النوى تكون أقل استقراراً . وكنتيجة مباشرة لاستقرار النوى الزوجية-الزوجية ، نلاحظ أن هناك 160 نواة زوجية - زوجية مستقرة ، في حين هناك فقط أربع نوى فردية - فردية - مستقرة وهي : ${}^2_1\text{H}$, ${}^3_1\text{H}$, ${}^{10}_5\text{B}$ و ${}^{14}_7\text{N}$.

وثمة صفة أخرى تدعم نموذج القشرة للنواة هي قابليته على إيجاد الزخم الزاوي الكلي للنواة . ففي حالة نوى زوجية - زوجية ، تكون البروتونات والنيوترونات على شكل أزواج ، ولذلك فالزخم الزاوية البرمية والزخم المدارية لهذه النويات تمحي بعضها بعضاً . وهذه النتيجة تتفق مع المشاهدات العملية بأن الزخم الزاوي الكلي للنوى الزوجية - الزوجية يساوي صفراً ، وبرم النوى الزوجية - الفردية (Z زوجي و N فردي) والنوى الفردية - الزوجية (Z فردي و N زوجي) يساوي $\frac{1}{2}$ ، الذي يمثل برم النيوترون أو البروتون الإضافي . ولذلك فالزخم الزاوي الكلي لهذه النوى يساوي نصف عدد فردي ($\frac{1}{2} +$ عدد صحيح يمثل الزخم الزاوي المداري) . على حين يساوي برم النوى الفردية - الفردية عدداً صحيحاً ، يمثل مجموع برم البروتونات والنيوترونات . ولذلك يساوي الزخم الزاوي الكلي لهذه النوى عدداً صحيحاً . وهذه الملاحظات تتفق مع المشاهدات العملية .

فاذا كانت النويات في داخل النواة ، حسب نموذج قطرة السائل ، متراصة ويتفاعل



الشكل (١١ - ١٠) تسلسل مستويات الطاقة حسب نموذج القشرة للنواة .

بعضها مع بعض بقوة ، فكيف اذا تحرك هذه النويات بصورة مستقلة بعضها عن بعض .
في مجال القوة العام للنواة المقروض في أنموذج القشرة ؟ ولأول وهلة يبدو أن هناك تناقض
بين الانموذجين ، ذلك أن نوية تتحرك في نواة حسب أنموذج القطرة تعاني اصطدامات
متكررة تعمل على الغاء زخم زاوي متميز للنوية .

والحقيقة هي أن ، دراسة دقيقة للانموذجين توضح أن ليس هناك تناقض بينهما .
فتشغل النيوترونات والبروتونات في نواة في حالتها الأرضية أدنى مستويات طاقة ، وبصورة
تتفق مع مبدأ الأنفراد (لاحظ الشكل (١١-٢)) . وفي حالة التصادم تنتقل طاقة من نوية
الى نوية تاركة احدى النويتين في طاقة أعلى والنوية الأخرى في طاقة أوطأ . ولكن جميع
مستويات الطاقة الدنيا للنواة مملوءة ، لذلك فإن هذه التصادمات بصورة عامة تخرق مبدأ
الانفراد . وبطبيعة الحال من الممكن لنويتين من نفس النوع أن يتبادلا طاقتيهما . لكن هذه
التصادمات تكون غير مهمة ؛ ذلك لأن النظام يبقى في نفس الحالة الابتدائية . أو بعبارة
أخرى ، ان مبدأ الأنفراد يمنع تصادم النويات بعضها مع بعض حتى عندما تكون متقاربة
جدا داخل النواة . لذلك فاعتبار النويات جسيمات مستقلة في النواة يكون صحيحا .
ان أنموذج قطرة السائل وأنموذج القشرة للنواة ، على الرغم من اختلافهما ، يتمكنا
من تفسير معظم الصفات المعروفة للنواة . وهناك محاولات في الآونة الأخيرة لايجاد نظرية
تجمع الصفات الجيدة لكل من هذين الانموذجين ، وتم تحقيق بعض النجاح في هذا
الاتجاه . ويتضمن الانموذج الجديد امكانية تذبذب ودوران النواة ككل . ان ابتعاد النوى
(عدا الزوجية - الزوجية منها) من الشكل الكروي ، نتيجة للقوة الطاردة ، يؤدي الى تعقيد
حسابات الأنموذج الموحد . ان نتائج هذه النظرية تتفق مع مستويات طاقة النواة المستنبطة من
دراسة طيف أشعة كاما للنواة ، ومن خلال طرق تجريبية أخرى .

تمريعات

١. حزمة من أيونات ${}^6_3\text{Li}$ طاقتها 400 eV تدخل بصورة عمودية على مجال مغناطيسي منتظم شدته 0.08 T . جد نصف قطر مسار الأيونات في المجال المغناطيسي .
٢. الكتلة الذرية لـ ${}^6_3\text{Li}$ تساوي 6.01513 u
حزمة من الأيونات طاقتها 1,000 eV تدخل بصورة عمودية على مجال مغناطيسي شدته 0.2 T . جد نصف قطر مسار النظير ${}^{10}_5\text{B}$ (كتلته الذرية تساوي 10.013 u ونصف قطر مسار النظير ${}^{11}_5\text{B}$ (كتلته الذرية تساوي 11.009 u) ، في المجال المغناطيسي .
٣. البورون الاعتيادي هو خليط من النظيرين ${}^{10}_5\text{B}$ و ${}^{11}_5\text{B}$. فإذا كان الوزن الذري للخليط يساوي 10.82 u ، جد نسبة كل نظير في البورون الاعتيادي .
٤. أثبت أن كثافة نواة ${}^1_1\text{H}$ هي 10^{14} مرات أكبر من كثافة الذرة ككل . (ملاحظة : افترض أن نصف قطر الذرة يساوي نصف قطر أول مدار بور) .
٥. طاقة ترابط ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ تساوي 298 MeV . جد كتلتها بوحدة u
٦. كتلة ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ تساوي 19.9924 u . جد طاقة الترابط بوحدة MeV
٧. إذا علمت أن كتلة ذرة ${}^{16}_8\text{O}$ المتعادلة هي 15.9949 u ، ما معدل طاقة ترابط كل نوية في ${}^{16}_8\text{O}$ ؟
٨. إذا علمت أن كتلة ذرة ${}^{15}_7\text{N}$ المتعادلة هي 15.0001 u وكتلة ذرة ${}^{15}_8\text{O}$ المتعادلة هي 15.0030 u ، ما الطاقة اللازمة لفصل بروتون واحد من ${}^{16}_8\text{O}$ ؟
٩. ما الطاقة اللازمة لفصل نيوترون من ${}^{16}_8\text{O}$ ؟
١٠. قارن بين الطاقة الدنيا لفوتون أشعة كاما الذي يستطيع تحليل جسيمه ألفا إلى تريتون triton وبروتون ، والطاقة الدنيا لفوتون أشعة كاما الذي يستطيع تحليل جسيمه ألفا إلى نواة ${}^3_2\text{He}$ ونيوترون . (لاحظ أن الكتل الذرية لـ ${}^3_1\text{H}$ و ${}^3_2\text{He}$ هي 3.01605 u و 3.01603 u ، على التوالي .)
١١. أثبت أن الطاقة الالكتروستاتيكية الكامنة لبروتونين على مسافة $1.7 \times 10^{-15} \text{ m}$ تساوي تقريباً الفرق بين طاقة ترابط ${}^3_1\text{H}$ و ${}^3_2\text{He}$. ما تأثير هذه النتيجة على الفكرة القائلة أن القوى النووية لا تعتمد على الشحنة ؟ (لاحظ أن كتلتي الذرتين ${}^3_1\text{H}$ و ${}^3_2\text{He}$ المتعادلتين هما 3.016049 u و 3.016029 u ، على التوالي .)

١٢ . البروتونات والنيوترونات هي جسيمات ذات برم يساوي $\frac{1}{2}$. فسر لماذا تتبع ذرات ${}^4_2\text{He}$ قانون احصاء بوز وآينشتين ، على حين تتبع ذرات ${}^3_2\text{He}$ قانون احصاء فيرمي وديراك ؟

١٣ . اثبت أن منخفض الجهد للديوترون ذا عمق حوالي 35 MeV وعرض 2 fm (لاحظ البند ١١-٧) يتفق مع مبدأ عدم التحديد .

١٤ . أحسب القيمة التقريبية لـ a_3 في المعادلة (١١-٢٧) باستخدام فرضيات مناسبة .

١٥ . بناء على أنموذج غاز فيرمي *Fermi gas model* للنواة ، نعتبر أن البروتونات والنيوترونات محصورة في صندوق ذي ابعاد تساوي أبعاد النواة . وهذه النويات تشغل أوطاً مستويات طاقة ، بصورة تنسجم مع مبدأ الانفراد . ولما كانت النيوترونات والبروتونات تمتلك برم $\frac{1}{2}$ ، لذلك فهي تمثل جسيمات فيرمي وتتع قانون احصاء فيرمي وديراك . (أ) استخدم المعادلة (١٠-١٢) لاشتقاق معادلة طاقة فيرمي لنواة ذات عدد متساوٍ من النيوترونات والبروتونات . (ب) جد طاقة فيرمي لنواة حيث $R_0 = 1.2 \text{ fm}$

الفصل الثاني عشر

التحول الإشعاعي النووي

على الرغم من القوة الكبيرة التي تربط النويات فيما بينها ، فإن النوى الذرية ليست متماسكة تماماً . فهناك عدد كبير من النوى غير المستقرة التي تتحول بصورة تلقائية الى نوى أخرى عن طريق الاضمحلال الاشعاعي radioactive decay . وكذلك يمكن تحويل جميع النوى الى نوى أخرى عن طريق تصادمها مع نويات أو نوى ذرية . والحقيقة هي أن وجود النوى الكبيرة في الطبيعة ناتج عن تفاعلات نووية متعاقبة من هذا النوع تحدث غالباً في قلوب النجوم . وفي هذا الفصل نناقش أسس ظاهرة النشاط الاشعاعي radioactivity وكذلك التفاعلات النووية

١٢ - ١ الانحلال الاشعاعي RADIOACTIVE DECAY

إن النشاط الاشعاعي قد لعب دوراً مهماً في تطوير النظرية الذرية والنوية . عند انحلال نواة تلقائياً بأبعث نواة ${}^2\text{He}$ (جسيمة الفا) ، أو الكترون (جسيمة بيتا) ، أو فوتون (أشعة كاما) فإنها تلفظ طاقتها الفائضة وتتحول الى نواة أكثر استقراراً .

نعرف نشاط activity عينية من مادة مشعة بأنه سرعة انحلال نوى الذرات المكونة . فإذا كان N يساوي عدد النوى الموجودة في لحظة معينة في عينة ، فإن النشاط R هو

$$R = - \frac{dN}{dt} \quad (١ - ١٢)$$

والاشارة السالبة هي لجعل R كمية موجبة ، ذلك أن ، بطبيعة الحال dN/dt كمية سالبة . والوحدة الطبيعية للنشاط الاشعاعي هي عدد النوى المنحلة في كل ثانية . ومع هذا فمن المناسب أن نعبر عن R بوحدة الكوري (Ci) curie أو أجزاء الكوري ، مثلاً

الانحلال يقابل كلمة decay وهو تحويل العنصر المشع الى عنصر آخر أبسط أو أكثر استقراراً .

الملي كورى mCi والميكروكورى . iCi . لدينا بالتعريف

$$\begin{aligned} 1 \text{ Ci} &= 3.70 \times 10^{10} \text{ disintegrations/s} \\ 1 \text{ mc} &= 10^{-3} \text{ Ci} = 3.70 \times 10^7 \text{ disintegrations/s} \\ 1 \mu\text{c} &= 10^{-6} \text{ Ci} = 3.70 \times 10^4 \text{ disintegrations/s} \end{aligned}$$

تشير النتائج العملية الى ان النشاط الاشعاعي لعينة من مادة مشعة يتناقص اسياً مع الزمن . الشكل (١٢-١) يوضح تغير R مع t لنظير مشع نموذجي . نلاحظ ان بعد كل خمس ساعات يهبط النشاط الاشعاعي للنظير الى نصف قيمته عند بداية فترة الخمس ساعات من دون الاشارة الى لحظة البداية .

وعليه فان العمر النصفى *half life* للنظير هو $T_{1/2}$ 5 h . وكل نظير مشع يمتلك عمر نصفى معين ، وتتراوح الاعمار النصفية للنظائر من اقل من 10^{-6} ثانية الى اكثر من 10^9 سنة . فاذا كان النشاط الابتدائي في الشكل (١٢-١) هو R_0 فان النشاط بعد خمس ساعات يهبط الى $0.5R_0$ ، وبعد خمس ساعات اخرى تقل قيمة R الى نصف القيمة الاخيرة لتصبح $0.25R_0$. اي ان نشاط عينة بعد فترة $2T_{1/2}$ يكون فقط من قيمته الابتدائية . وبعد مرور فترة خمس ساعات ثالثة ، اي بعد $3T_{1/2}$ من بداية القياس ، تصبح R

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \quad \begin{matrix} 0.125R_0 & \frac{1}{2}(0.25R_0) \\ \text{أي انه} & \end{matrix} \quad (١٢-٢)$$

حيث λ ، التي تدعى بثابت الانحلال *decay constant* ، تأخذ قيما مختلفة للنظائر المشعة المختلفة . ويمكننا بسهولة ايجاد العلاقة بين ثابت الانحلال والعمر النصفى $T_{1/2}$. فحسب التعريف ، يهبط النشاط R الى نصف قيمته الابتدائية بعد مرور فترة تساوي نصف عمر النظير $t = T_{1/2}$. ولذلك :

$$\begin{aligned} R &= R_0 e^{-\lambda t} \\ \frac{1}{2}R_0 &= R_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \\ e^{\lambda T_{1/2}} &= 2 \end{aligned}$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي هذه المعادلة نجد

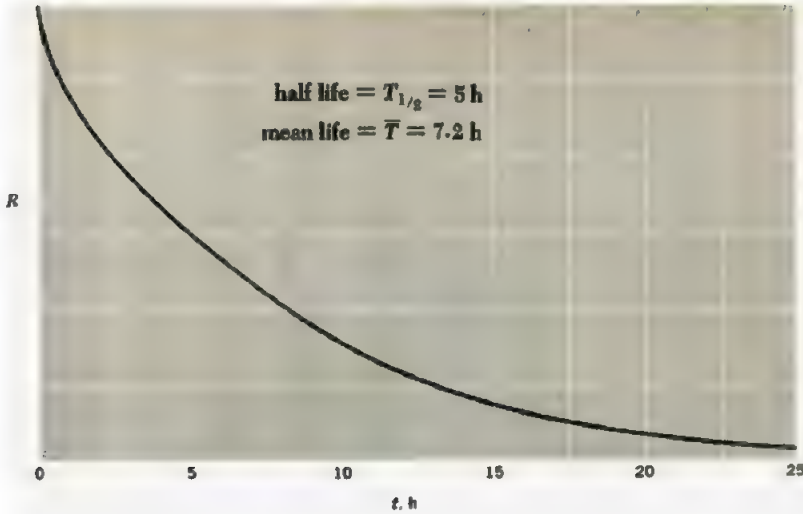
$$\lambda T_{1/2} = \ln 2 \quad (١٢-٣) \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

فمثلا ثابت اضمحلال نظير مشع عمره النصفى 5 h هو

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{0.693}{T_{1/2}} \\ &= \frac{0.693}{5 \text{ h} \times 3,600 \text{ s/h}} \\ &= 3.85 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

والحقيقة هي ان الانحلال الاشعاعي يتبع قانونا اسياً يشير الى ان هذه الظاهرة ذات

طبيعة احصائية : وهي ان كل نواة في عينه من مادة مشعة لها احتمالية معينة للانحلال ومن غير أن نعرف أي نواة سوف تنحل بعد فترة من الزمن . فإذا كانت عينة المادة المشعة كبيرة (أي أن هناك عددا كبيرا من النوى) ، فإن نسبة النوى المنحلة خلال فترة زمنية معينة تساوي احتمالية انحلال نواة خلال تلك الفترة تقريبا . ولذا فالقول أن نظيراً مشعاً له عمر نصفي 5 h ، يعني أن كل نواة من هذا النظير لها احتمالية تساوي 50% للانحلال خلال فترة خمس ساعات . ولكن هذا لا يعني أن هناك احتمالية 100% للانحلال خلال فترة 10 h . فببساطة أن النواة لا تتذكر تاريخها وأن هناك احتمالية ثابتة للانحلال خلال كل وحدة زمنية لغاية أن تنحل فعلاً . والعمر النصفي يساوي 5 h يعني أن هناك احتمالية 75% للانحلال خلال 10 h ، واحتمالية 87.5% للانحلال خلال 15 h واحتمالية 93.75% للانحلال خلال 20 h .. وهكذا . لأن احتمالية الانحلال خلال كل 5-h هي 50%



الشكل (١٢ - ١) نشاط نظير مشع يتناقص أسياً من الزمن

ان قانون الأنحلال التجريبي في المعادلة (١٢ - ٢) ينتج بصورة مباشرة من الفرضية أن هناك احتمالية ثابتة لانحلال النواة تساوي λ خلال وحدة الزمن . ولما كانت λ تمثل احتمالية الانحلال خلال وحدة الزمن ، فإن λdt تساوي احتمالية انحلال النواة خلال فترة dt . فإذا كان هناك N من النوى غير المنحلة ، فإن عدد النوى dN التي تنحل خلال فترة dt يساوي حاصل ضرب عدد النوى N الموجودة في احتمالية انحلال كل نواة λdt خلال الفترة dt . أي

$$dN = -N\lambda dt \quad (١٢ - ٤)$$

حيث ان الإشارة السالبة ضرورية؛ لأن N تتناقص مع t . ويمكننا كتابة المعادلة (١٢ - ٤) بالصيغة :

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

وبتكامل طرفي هذه المعادلة نحصل على :

$$\begin{aligned} \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} &= -\lambda \int_0^t dt \\ \ln N - \ln N_0 &= -\lambda t \\ N &= N_0 e^{-\lambda t} \end{aligned} \quad (١٢ - ٥)$$

وتعطينا المعادلة (١٢ - ٥) عدد نوى النظير غير المنحلة N عند اللحظة t ، بدلالة ثابت الاضمحلال λ وعدد النوى N_0 الموجودة عند $t = 0$. ولما كان نشاط عينة من مادة مشعة هو :

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

فان النشاط الاشعاعي R يكون :

$$R = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

وهذه المعادلة تتفق مع القانون التجريبي للنشاط الاشعاعي اذا اعتبرنا :

$$R_0 = \lambda N_0 \quad \text{أو بصورة عامة :}$$

$$R = \lambda N \quad (١٢ - ٦)$$

نلاحظ أن ثابت الأنحلال λ لنظير مشع يساوي احتمالية انحلال نوى النظير خلال وحدة الزمن. ونستطيع من المعادلة (١٢ - ٦) أن نحسب النشاط الاشعاعي لعينة من نظير مشع اذا عرفنا كتلة العينة ووزنها وثابت انحلالها . فمثلا ، دعنا نحسب النشاط الاشعاعي لعينة وزنها 1-gm من النظير $^{90}_{38}\text{Sr}$ الذي ينحل بعمر نصفي 28 yr بابعاث جسيمات بيتا . ان ثابت

انحلال $^{90}_{38}\text{Sr}$ هو :

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{0.693}{T_{1/2}} \\ &= \frac{0.693}{28 \text{ yr} \times 3.16 \times 10^7 \text{ s/yr}} \\ &= 7.83 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

وكتلة 1 gm من $^{90}_{38}\text{Sr}$ تتضمن :

$$\frac{10^{-3} \text{ kg}}{90 \text{ kg/kmol}} = 1.11 \times 10^{-5} \text{ kmol}$$

ولكل كيلوجزيئي غرامي kmol يحتوي على عدد افوكادرومن الذرات ، عليه فان gm امن $^{90}_{38}\text{Sr}$ تتضمن :

$$1.11 \times 10^{-5} \text{ kmol} \times 6.025 \times 10^{26} \text{ atoms/kmol} = 6.69 \times 10^{21} \text{ atoms}$$

ولذلك فان نشاط العينة يكون :

$$\begin{aligned} R &= \lambda N \\ &= 7.83 \times 10^{-10} \times 6.69 \times 10^{21} \text{ s}^{-1} \\ &= 5.23 \times 10^{12} \text{ s}^{-1} \\ &= 141 \text{ Ci} \end{aligned}$$

علينا أن نلاحظ أن نصف عمر نظير مشع لا يساوي متوسط عمره \bar{T} mean lifetime الذي يساوي مقلوب احتمالية انحلاله لوحدة الزمن :

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda} \quad (٧ - ١١)$$

وعليه فان :

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{0.693} = 1.44 T_{1/2} \quad (٨ - ١٢)$$

\bar{T} تساوي تقريبا مرة ونصف بقدر $T_{1/2}$. متوسط عمر نظير مشع عمره النصفى 5 h هو 7.2 h

١٢ - ٢ سلاسل النشاط الاشعاعي RADIOACTIVE SERIES

هناك أربع سلاسل للنشاط الاشعاعي ، ومعظم العناصر المشعة الموجودة في الطبيعة تقع ضمن إحدى هذه السلاسل . وكل سلسلة نشاط اشعاعي تتكوّن من نويدات وليدة daughter products متتابعة مشتقة من نويدة أم parent nuclide معينة . وسبب وجود أربع سلاسل فقط هو أن نويدات هذه السلاسل تنحل بابعث جسيمات ألفا ، حيث كل انحلال يؤدي الى نقصان العدد الكتلي للنواة بمقدار أربعة . ولذلك فان النويدات ذات العدد الكتلي :

$$A = 4n \quad (٩ - ١٢)$$

حيث n عدد صحيح ، تستطيع أن تنحل الى نويدات ضمن هذه السلسلة بصورة متتالية . وتدعى هذه السلسلة بسلسلة $4n$. ونويدات السلسلة $4n + 1$ لها أعداد كتلية

$$A = 4n + 1 \quad (١٠ - ١٢)$$

ونويدات السلسلة $4n + 2$ و $4n + 3$ لها أعداد كتلية

$$A = 4n + 2 \quad (١١ - ١٢)$$

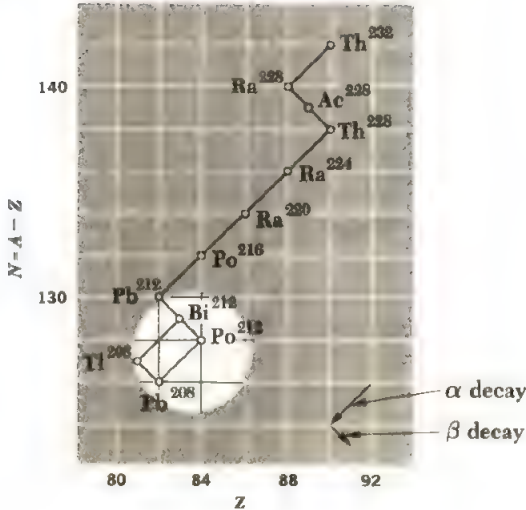
و

$$A = 4n + 3 \quad (١٢ - ١٢)$$

على التوالي . فانهلال ألفا يحول نويدات كل سلسلة بصورة متعاقبة الى نويدات في نفس السلسلة .

| Mass numbers | Series | Parent | Half life, yr | Stable end product |
|--------------|-----------|------------------------|-----------------------|------------------------|
| $4n$ | Thorium | $^{232}_{90}\text{Th}$ | 1.39×10^{10} | $^{208}_{82}\text{Pb}$ |
| $4n + 1$ | Neptunium | $^{237}_{93}\text{Np}$ | 2.25×10^6 | $^{209}_{83}\text{Bi}$ |
| $4n + 2$ | Uranium | $^{238}_{92}\text{U}$ | 4.51×10^9 | $^{206}_{82}\text{Pb}$ |
| $4n + 3$ | Actinium | $^{235}_{92}\text{U}$ | 7.07×10^8 | $^{207}_{82}\text{Pb}$ |

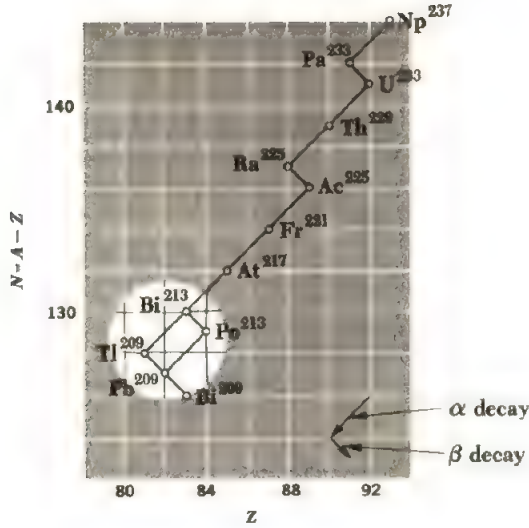
الجدول (١ - ١٢) سلاسل النشاط الاشعاعي الرابع .



الشكل (١٢-٢) سلسلة انحلال الثوريوم ($A = 4n$) . ان انحلال $^{213}_{83}\text{Bi}$ يمكن ان يتم إما بأبعثت ألفا أو ببعثت جسيمات بيتا ، أو بالعكس .

والجدول (١ - ١٢) يتضمن أسماء أهم أربع سلاسل نشاط اشعاعي ، وكذلك أسماء وانصاف أعمار نويدات الأم والنويدات الوليدة النهائية المستقرة لكل سلسلة . ان العمر النصفى للنيبتونيوم neptunium هو جدا قصير بالنسبة لعمر الكون ($\sim 10^{10} \text{ yr}$) ولذلك لانجد

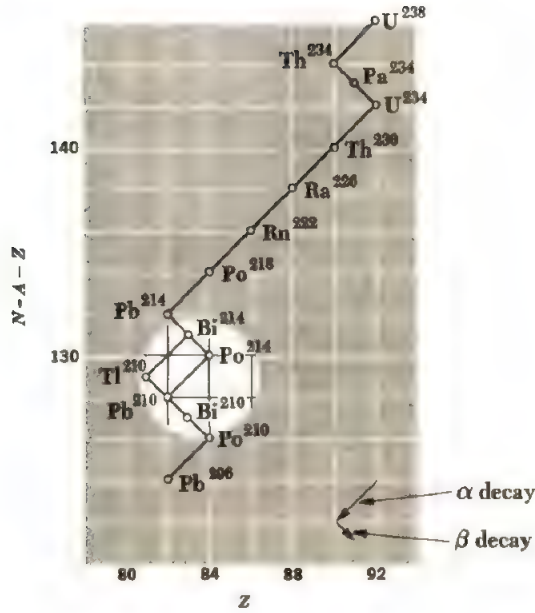
نويدات هذه السلسلة في الطبيعة حاليا . ولكن قد تم الحصول على نويدات هذه السلسلة مخبريا ، وذلك بقذف نوى ثقيلة أخرى بالنيوترونات (لاحظ البند ١٢-١٢) . والاشكال (١٢-٢) الى (١٢-٥) تبين انحلالات ألفا وبيتا التي تؤدي الى تكوين النواة النهائية المستقرة من نواة الأم لكل سلسلة . وتنحل بعض النويدات اما بأبعث جسيمات ألفا أو جسيمات بيتا ، وعليه فان سلسلة الانحلال تنفرع عند هذه النويدات . فمثلا ، $^{212}_{83}\text{Bi}$ ،



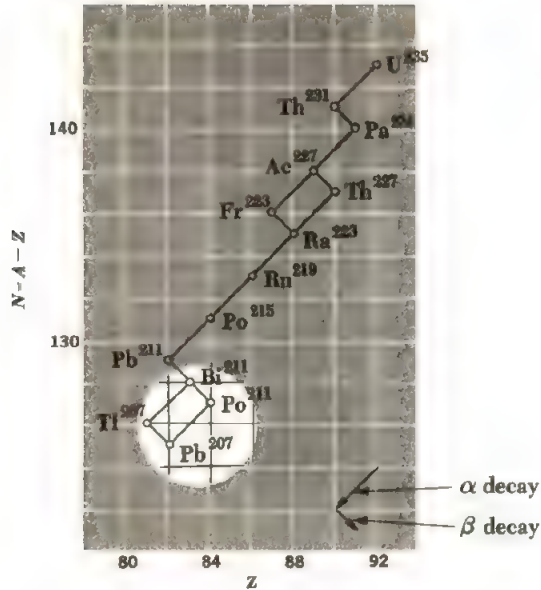
الشكل (١٢-٣) سلسلة انحلال الثوريوم. ($A = 4n + 2$) انحلال $^{213}_{83}\text{Bi}$ يمكن أن يتم اما بأبعث جسيمات ألفا ثم أبعث جسيمات بيتا . أو بالعكس

الذي هو نويدة في سلسلة الثوريوم ، له احتمالية 66.3% للانحلال بأبعث جسيمة بيتا ليتحول الى $^{212}_{84}\text{Po}$ ، واحتمالية 33.7% للانحلال بأبعث جسيمة ألفا ليتحول الى $^{208}_{81}\text{Tl}$. ان انحلال بيتا يتبعه انحلال ألفا ، وانحلال ألفا يتبعه انحلال بيتا ، ولذلك فان الفرعين يلتقيان عند $^{208}_{82}\text{Pb}$

ان هناك بضع نويدات ذات عدد كتلي أقل من 82 تشع جسيمات ألفا . لكن هذه النويدات لا توجد بوفرة في الطبيعة .



الشكل (١٢-٤) : سلسلة انحلال اليورانيوم ($A = 4n + 2$) . ان انحلال $^{214}_{83}\text{Bi}$ يمكن أن يتم إما بأبحاث جسيمة لها ثم جسيمة بيتا ، أو بالعكس .



الشكل (١٢-٥) : سلسلة انحلال الاكتينيوم ($A = 4n + 3$) . ان انحلال $^{227}_{89}\text{Ac}$ و $^{211}_{83}\text{Bi}$ يمكن أن يتم إما بأبحاث جسيمة لها ثم جسيمة بيتا ، أو بالعكس .

نتيجة قصر مدى القوى النووية ، فإن طاقة الترابط الكلية لنواة تتناسب تقريباً مع عددها الكتلي A ، أي عدد النويات في النواة . ومن ناحية أخرى ، تكون قوى التنافر الالكتروستاتيكية بين البروتونات ذات مدى طويل جداً ، ولذلك نجد أن الطاقة الالكتروستاتيكية تتناسب تقريباً مع Z^2 . وعليه فالنوى ذات 210 نوية أو أكثر تكون كبيرة جداً بحيث أن القوة النووية القصيرة المدى لا تستطيع أن تحفظ النويات بعضها مع بعض ضد تأثير القوة الالكتروستاتيكية . وعليه تنبعث من هذه النوى جسيمات ألفا لكي تساعد على استقرار النواة عن طريق تقليص حجمها .

لماذا تنبعث جسيمات ألفا بدلاً من نويات منفردة أو نوى ${}^3_2\text{He}$ ، مثلاً ؟ وجواب ذلك هو أن نويات جسيمة ألفا تكون مترابطة بقوة عالية جداً فيما بينها . فلكي تنبعث جسيمة من النواة فإنها يجب أن تمتلك طاقة حركية . تكتسب جسيمة ألفا هذه الطاقة نتيجة للفرق بين كتلتها وكتلة نوياتها الأربع المأخوذة من النواة . ولتوضيح هذه النقطة نحسب الطاقة المتحررة Q عند انبعاث جسيمة ألفا . هذه الطاقة تساوي

$$Q = (m_i - m_f - m_\alpha)c^2$$

حيث m_i كتلة نواة الأم و m_f كتلة النواة الوليدة و m_α كتلة جسيمة ألفا . ان انبعاث جسيمات ألفا فقط هو ممكن أن يحدث تلقائياً ، حيث $Q > 0$. على حين يتطلب انبعاث جسيمات أخرى طاقة خارجية لانجاز عملية الانبعاث . فمثلاً ، عند انبعاث جسيمة ألفا من ${}^{232}_{92}\text{U}$ تتحرر طاقة مقدارها 5.4 MeV ، على حين يتطلب انبعاث بروتون طاقة 6.1 MeV من الخارج وانبعاث نواة ${}^3_2\text{He}$ يتطلب طاقة 9.6 MeV . ان الطاقة المتحررة نتيجة انبعاث جسيمة ألفا المشاهدة مخبرياً تتفق مع الحسابات المبينة على الفرق بين كتلة النواة الابتدائية و (كتلة النواة النهائية + كتلة جسيمة ألفا) .

ان الطاقة الحركية T_α لجسيمة ألفا المنبعثة لا تساوي تماماً الطاقة الكلية المتحررة Q نتيجة الانبعاث . والسبب هو أن النواة الوليدة تترد باتجاه معاكس لاتجاه حركة جسيمة ألفا المنبعثة (حسب قانون حفظ الزخم) وبالتالي فإنها سوف تكتسب بعض الطاقة الحركية . ويمكننا بسهولة الحصول من قانون حفظ الزخم والطاقة على العلاقة بين T_α ، Q والعدد الكتلي A لنواة الأم . حيث نجد

$$T_\alpha \approx \frac{A-4}{A} Q$$

ان الاعداد الكتلية لمعظم النويات التي تبعث جسيمات ألفا هي أكبر من 210 ، وعليه فمعظم وهذا يعني الانحلال الناشيء عن انبعاث جسيمات ألفا (المترجمين)

طاقة الانحلال المتحررة Q تظهر على شكل طاقة حركية لجسيمة الفا ، فمثلاً قيمة Q المتحررة خلال انحلال $^{222}_{86}\text{Rn}$ تساوي 5.587 MeV على حين $T_\alpha = 5.486$ MeV . والسؤال الذي يفرض نفسه الآن هو كيف يمكن لجسيمة الفا أن تهرب من النواة ؟ الشكل (١٢-٦) يبين تغير الطاقة الكامنة V لجسيمة الفا كدالة للمسافة من مركز نواة ثقيلة ، فيه ارتفاع حاجز الجهد potential barrier يساوي 25 MeV تقريباً . وهذا يمثل الشغل اللازم لجلب جسيمة الفا من اللانهاية ، ضد قوة التنافر الالكتروستاتيكية ، الى نقطة قريبة جداً من النواة ولكن خارج مدى القوة النووية . وعليه يمكن اعتبار مسألة جسيمة الفا داخل نواة بأنها تشبه جسيمة في صندوق ذي جهد 25 MeV عند الجدران . ولكن طاقات جسيمات الفا المنبعثة المشاهدة عملياً تمتد بين 4 MeV الى 9 MeV ، معتمدة على النوية المضمحلة ، ولذلك فإن هذه الجسيمات ينقصها من 16 MeV الى 21 MeV لكي تخترق حاجز الجهد حسب مفاهيم الميكانيك الكلاسيكي .

ان الميكانيك الكلاسيكي لا يستطيع تفسير ظاهرة انبعاث جسيمات الفا ، لكن يمكن تفسير هذه الظاهرة بسهولة على أساس الميكانيك الكمي . والحقيقة هي أن نجاح النظرية الكمية لانبعاث جسيمات الفا ، الموضوع بصورة مستقلة من قبل كامو Gamow ، ومن قبل كورني Gurney وكوندن Condon عام 1928 قد اعتبر دليلاً لصحة النظرية الكمية .

وسوف نلاحظ في البندين التاليين أنه حتى الصيغة المبسطة لهذه النظرية تعطينا نتائج تتفق بصورة جيدة مع المشاهدات العلمية . وأسس هذه النظرية هي كما يلي :

- ١- نفترض أن جسيمة الفا توجد بصورة متميزة داخل النوى الثقيلة .
- ٢- هذه الجسيمة في حالة حركة مستمرة وتكون محصورة داخل النواة بتأثير حاجز الجهد .
- ٣- هناك احتمالية صغيرة محدودة لجسيمة الفالان تخترق حاجز الجهد كلما سقطت الجسيمة على الحاجز ، على الرغم من ارتفاعه .

فمن هذه الفرضيات نجد أن احتمالية الانحلال لوحدة الزمن λ تأخذ الصيغة :

$$\lambda = \nu P$$

حيث ν عدد المرات التي تصطدم بها جسيمة الفا مع جدران النواة لكل ثانية و P احتمالية اختراق جسيمة الفا حاجز الجهد عند كل تصادم . نفترض أن هناك جسيمة الفا واحدة داخل النواة عند كل لحظة ، وأن ν تساوي عدد المرات التي تقطع جسيمة الفا قطر النواة في كل ثانية . وعندها يكون

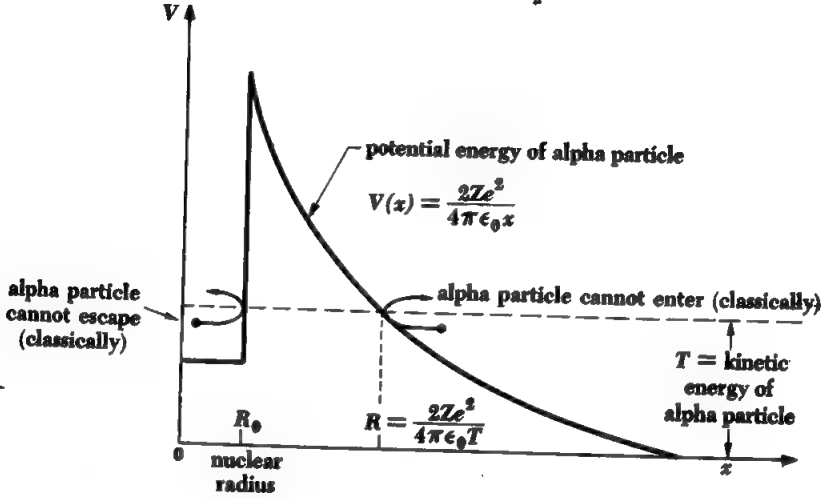
$$\nu = \frac{v}{2R}$$

حيث v سرعة جسيمة الفا داخل النواة و R نصف قطر النواة وقيمة أنموذجية لـ v و R هي

ولذا ، $2 \times 10^7 \text{ m/s}$ و 10^{-14} m ، على التوالي .

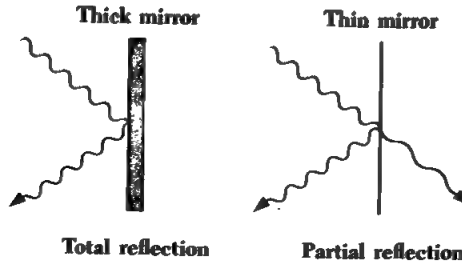
$$\nu \approx 10^{21} \text{ s}^{-1}$$

فلاحظ أن جسيمة الفا تصطدم جدران النواة 10^{21} مرة لكل ثانية . ومع هذا ، قد نحتاج هذه الجسيمة الى 10^{10} yr لكي تهرب من داخل بعض النوى .



الشكل (١٢ - ٦) الطاقة الكامنة لجسيمة الفا كدالة للمسافة من مركز النواة

ولما كانت $V > E$ ، فإن الفيزياء الكلاسيكية تشير الى أن هناك احتمالية $P = 0$ لجسيمة الفا ان تخترق جدران النواة . وحسب الميكانيك الكمي تكون جسيمة الفا على شكل موجة ولذلك فهناك احتمالية P محدودة (وان كانت صغيرة) لهذه الجسيمة لان تخترق حاجز الجهد . وهذه العملية تشبه سلوك الموجات الضوئية ؛ ذلك أن موجة ضوئية تنعكس من مرآة عاكسة تتوغل داخل السطح العاكس لمسافة ، قبل أن تنعكس اتجاهها . لكن تتناقص سعة الموجة داخل المادة العاكسة اسياً مع المسافة من السطح .



الشكل (١٢ - ٧) موجة ساقطة على سطح عاكس جيد تتوغل لمسافة داخل السطح ، ويمكن أن تخترقه اذا كان سمك السطح صغيراً لحد كاف .

* ١٢ - ٤ اختراق حاجز الجهد BARRIER PENETRATION

لتصور حزمة من جسيمات طاقتها الحركية T تسقط من جهة اليسار على حاجز جهد ارتفاعه V وعرضه L ، في حين $V = 0$ على جهتي الحاجز (لاحظ الشكل ١٢-٨) ، ذلك أن ليس هناك قوة تؤثر على الجسيمات خارج منطقة الحاجز (لاحظ الشكل ١٢-٨) . ان معادلة شرودينكر للجسيمات عند جهتي الحاجز هي

$$\frac{\partial^2 \psi_I}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi_I = 0 \quad (١٢ - ١٣)$$

و

$$\frac{\partial^2 \psi_{III}}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi_{III} = 0 \quad (١٢ - ١٤)$$

ان المعادلتين (١٢ - ١٣) و (١٢ - ١٤) هما الحلان :

$$\psi_I = A e^{ias} + B e^{-ias} \quad (١٢ - ١٥)$$

و

$$\psi_{III} = E e^{ias} + F e^{-ias} \quad (١٢ - ١٦)$$

على التوالي . ويمكننا بسهولة تفسير معنى الحدود المختلفة في هاتين المعادلتين ، كما نلاحظ من الشكل (١٢ - ٨) أن $A e^{ias}$ يمثل موجة سعتها A تسقط من جهة اليسار على حاجز الجهد . أي

$$\psi_{I+} = A e^{ias} \quad (١٢ - ١٧)$$

وهذه الموجة تصف جسيمات الحزمة الساقطة ، اذ $|\psi_{I+}|^2$ تمثل كثافة الجسيمات في الحزمة . فإذا كانت v سرعة مجموعة الموجات group velocity (وهي تساوي السرعة الكلاسيكية للجسيمات) فان :

$$|\psi_{I+}|^2 v \quad (١٢ - ١٨)$$

يمثل فيض الجسيمات القادمة نحو الحاجز . تصطدم الموجة الساقطة بالحاجز عند $x = 0$ ، وتنعكس جزئياً منه ، حيث :

$$\psi_{I-} = B e^{-ias} \quad (١٢ - ١٩)$$

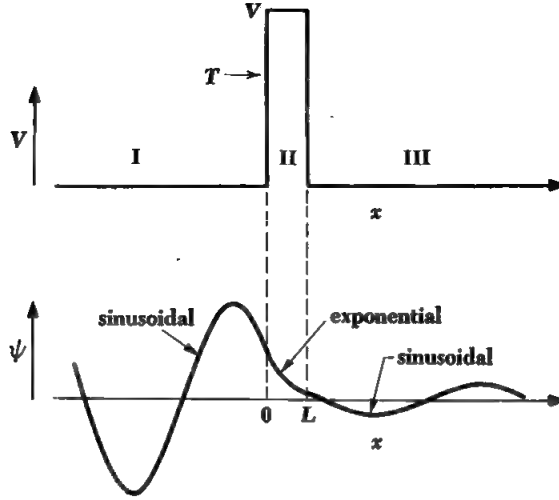
يمثل الموجة المنعكسة (لاحظ الشكل ١٢ - ٩) . وعليه

$$\psi_I = \psi_{I+} + \psi_{I-} \quad (١٢ - ٢٠)$$

وفي الجهة الثانية من الحاجز حيث $(x > L)$ يجب ان يكون هناك

$$\psi_{III+} = E e^{ias}$$

فقط ، الذي يمثل موجة تتحرك باتجاه $+x$ اما الحد III في المعادلة (١٢ - ١٦) ،



الشكل (١٢ - ٨) يمكن لحزمة من الجسيمات أن تخترق حاجزاً ذات عرض محدود

الذي يمثل موجة تتحرك باتجاه اليسار ، فيجب ان يزول لعدم وجود أي شيء في المنطقة يعكس الموجة نحو اليسار . وعليه فان

$$F = 0 \quad \psi_{III} = \psi_{III+} = Ee^{iax} \quad (١٢ - ٢١)$$

وبتعويض ψ_{III} و ψ_I في المعادلتين (١٢ - ١٣) و (١٢ - ١٤) ، نجد أن :

$$a = \sqrt{\frac{2mT}{\hbar^2}} \quad (١٢ - ٢٢)$$

ومن الواضح أن الاحتمالية P لاختراق الجسيمات للجهاز هي

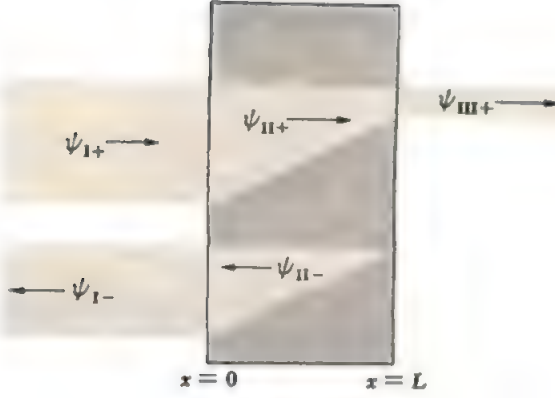
$$P = \frac{|\psi_{III}|^2}{|\psi_I|^2} = \frac{EE^*}{AA^*} \quad (١٢ - ٢٣)$$

وهذه تمثل نسبة كثافة الاحتمالية في المنطقة III الى كثافة الاحتمالية في المنطقة I . وحسب الميكانيك الكلاسيكي $P = 0$ ؛ ذلك لأن الجسيم لا يستطيع أن ينفذ من حاجز الجهد .

فدعنا نحسب هذه الاحتمالية وفق الميكانيك الكمي .

ان معادلة شرود ينكر في المنطقة II تاخذ الصيغة :

$$\frac{\partial^2 \psi_{II}}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(T - V)\psi_{II} = 0 \quad (١٢ - ٢٤)$$



الشكل (١٢ - ٩) : رسم تخطيطي لاختراق حاجز الجهد

وحل هذه المعادلة هو :

$$\psi_{II} = Ce^{ibx} + De^{-ibx} \quad (١٢ - ٢٥)$$

حيث أن (٢٦)

$$b = \sqrt{\frac{2m(T - V)}{\hbar^2}}$$

ولما كانت $V > T$ ، فإن b هي كمية خيالية . ولذلك نستعوض عن هذه الكمية بالعدد الموجي b' حيث :

$$b' = -ib \quad (١٢ - ٢٧)$$

$$= \sqrt{\frac{2m(V - T)}{\hbar^2}} \quad \text{وعلى هذا}$$

$$\psi_{II} = Ce^{-b'x} + De^{b'x} \quad (١٢ - ٢٨)$$

فالحل الأول :

$$\psi_{II+} = Ce^{-b'x} \quad (١٢ - ٢٩)$$

يتناقص أسياً ويمثل دالة موجية غير متذبذبة ، تتحرك نحو اليمين داخل منطقة الحاجز . والحد الثاني يمثل موجة منعكسة داخل منطقة الجهد تتحرك نحو اليسار . وسعة هذه الموجة تتناقص

$$\psi_{II-} = De^{b'x} \quad (١٢ - ٣٠)$$

أسياً مع المسافة من السطح الايمن للحاجز .

ومع أن ψ_{II} هي غير متذبذبة ولانصف جسيما متحركا ذات طاقة حركية موجبة ، فإن كثافة الاحتمالية المتضمنة $|\psi_{II}|^2$ لاتساوي صفرا . فهناك احتمالية محدودة لوجود الجسيم داخل منطقة الحاجز . ويستطيع جسيم عند النهاية البعيدة من حاجز الجهد ان ينفذ

الى المنطقة III طاقة الجسيم الحركية T في المنطقة III تساوي طاقته الحركية عند المنطقة I، وفي تلك المنطقة ياخذ الجسيم الدالة الموجية ψ_{III} التي تمثل جسيم يتحرك باتجاه $+x$

وعندما يكون سمك الحاجز مالا نهية ، فإن $\psi_{III} = 0$ ، التي تعبر عن أن جميع الجسيمات الساقطة تنعكس من الحاجز . فنلاحظ ان عملية الانعكاس تحدث ضمن منطقة الحاجز وليس عند سطحه الايسر .

ونستنتج مما تقدم ان حاجزا ذا عرض محدود يسمح لجزء P من الحزمة الساقطة عليه ان تخترقه .

ولكي نحسب P علينا ان نطبق بعض الشروط الحدودية * boundary condition على دالات الموجة ψ_I ، ψ_{II} و ψ_{III} . والشكل (١٢ - ٨) يوضح الشروط الحدودية التي يجب أن تتحقق بهذه الدالات . وكما قد مر سابقا ، يجب ان تكون كل من ψ و $\partial\psi/\partial x$ مستمرة في كل نقطة في الفضاء . وهذا يعني ان دالة الموجة وانحدارها يجب أن يكونا مستمرين عند جدران (اوحودود) حاجز الجهد . وعليه نجد عند السطح الايسر للحاجز أن :

$$\left. \begin{aligned} \psi_I &= \psi_{II} \\ \frac{\partial\psi_I}{\partial x} &= \frac{\partial\psi_{II}}{\partial x} \end{aligned} \right\} x = 0$$

١٢ - ٣١ ب

وعند السطح الايمن للحاجز

١٢ - ٣٢ أ

$$\left. \begin{aligned} \psi_{II} &= \psi_{III} \\ \frac{\partial\psi_{II}}{\partial x} &= \frac{\partial\psi_{III}}{\partial x} \end{aligned} \right\} x = L$$

١٢ - ٣٢ ب

وبالتعويض عن ψ_I ، ψ_{II} و ψ_{III} من المعادلات (١٢ - ١٥) و (١٢ - ١٨) و (١٢ - ٢١) في المعادلات التي في اعلاه نجد :

$$A + B = C + D \quad (١٢ - ٣٣)$$

$$iaA - iaB = -b'C + b'D \quad (١٢ - ٣٤)$$

$$Ce^{-b'L} + De^{b'L} = Ee^{iaL} \quad (١٢ - ٣٥)$$

$$-aCe^{-b'L} + aDe^{b'L} = iaEe^{iaL} \quad (١٢ - ٣٦)$$

والشروط الحدودية هي الشروط الفيزيائية التي تملئها المسألة تحت الدرس .

(من)

ويمكن بسهولة حلّ المعادلات (١٢ - ٣٣) الى (١٢ - ٣٦) لنحصل على :

$$\left(\frac{A}{E}\right) = \left[\frac{1}{2} + \frac{i}{4}\left(\frac{b'}{a} - \frac{a}{b'}\right)\right] e^{(ia+b')L} + \left[\frac{1}{2} - \frac{i}{4}\left(\frac{b'}{a} - \frac{a}{b'}\right)\right] e^{(ia-b')L} \quad (١٢ - ٣٧)$$

أما المرافق المعقد لـ A/E فيمكن الحصول عليه بتبديل i اينما ظهرت في المقدار الذي في أعلاه بـ $-i$:

$$\left(\frac{A}{E}\right)^* = \left[\frac{1}{2} - \frac{i}{4}\left(\frac{b'}{a} - \frac{a}{b'}\right)\right] e^{(-ia+b')L} + \left[\frac{1}{2} + \frac{i}{4}\left(\frac{b'}{a} - \frac{a}{b'}\right)\right] e^{(-ia-b')L} \quad (١٢ - ٣٨)$$

وهذه الكميات مهمة في حساب P . دعنا نفترض أن حاجز الجهد عال بالنسبة للطاقة الحركية للجسيمة الساقطة . ففي هذه الحالة $b' > a$ ، ولذلك :

$$\left(\frac{b'}{a} - \frac{a}{b'}\right) \approx \frac{b'}{a} \quad (١٢ - ٣٩)$$

وكذلك نفترض ان عرض الحاجز كبير نسبيا بحيث ان ψ_{II} تتوهن attenuated بمقدار كبير عند انتقالها من $x=0$ الى $x=L$. وهذا يعني أن $b'L \gg 1$ ، وبذلك :

$$e^{b'L} \gg e^{-b'L} \quad (١٢ - ٤٠)$$

فضمن هذه الشروط نجد ان المعادلتين (١٢ - ٣٧) و (١٢ - ٣٨) تاخذان الصيغ التقريبية

$$\left(\frac{A}{E}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{ib'}{4a}\right) e^{(ia+b')L} \quad (١٢ - ٤١)$$

$$\left(\frac{A}{E}\right)^* = \left(\frac{1}{2} - \frac{ib'}{4a}\right) e^{(-ia+b')L} \quad (١٢ - ٤٢)$$

على التوالي . وبضرب $(A/E)^*$ بـ (A/E) نجد ان :

$$\left(\frac{A}{E}\right) \left(\frac{A}{E}\right)^* = \left(\frac{1}{4} + \frac{b'^2}{16a^2}\right) e^{2b'L}$$

وعليه فان احتمالية اختراق الحاجز P تكون :

$$P = \frac{EE^*}{AA^*} = \left[\left(\frac{A}{E}\right) \left(\frac{A}{E}\right)^*\right]^{-1} = \left[\frac{16}{4 + (b'/a)^2}\right] e^{-2b'L} \quad (١٢ - ٤٣)$$

ولكن من تعريف a في المعادلة (١٢ - ٢٢) و b' في المعادلة (١٢ - ٢٧) لدينا :

$$\left(\frac{b'}{a}\right)^2 = \frac{V}{T} - 1$$

ولذا فإن تغير الكمية داخل القوس الكبير في المعادلة (١٢-٤٣) مع V و T يكون مهماً بالنسبة لتغير المعامل الاسي مع هاتين الكميتين . ومن هذا نجد أن :

$$P \approx e^{-2b'L} \quad (١٢-٤٤)$$

يمثل تقريباً جيداً لاحتمالية اختراق الحاجز . واخيراً من المناسب ان نكتب المعادلة (١٢-٤٤) بالصيغة :

$$\ln P = -2b'L \quad (١٢-٤٥)$$

THEORY OF ALPHA DECAY

* ١٢-٥ نظرية انحلال الفا

ان المعادلة (١٢-٤٥) تخص حاجز جهد مستطيل الشكل . ولكن جسيمة الفا داخل النواة تلاقى حاجزاً مرتفعاً جداً كاليمين في الشكل (٢-٦) . ولحل المسألة الاساس لانحلال الفا ، علينا ان نعوض عن $P = -2b'L$ بالصيغة .

$$\ln P = -2 \int_0^L b'(x) dx = -2 \int_{R_0}^R b'(x) dx \quad (١٢-٤٦)$$

حيث R_0 تمثل نصف قطر النواة و R المسافة من مركز النواة الى نقطة في الخارج يكون عندها $V = T$. وعندما تكون $x > R$ ، تكون الطاقة الحركية لجسيمة الفا موجبة ، وبذلك تتحرك الجسيمة بصورة طليقة (لاحظ الشكلين ١٢-٦ و ١٢-١٠) . ان الطاقة الكامنة الالكتروستاتيكية لجسيمة الفا على مسافة x من مركز نواة شحنتها Ze (شحنة النواة بعد انبعاث جسيمة الفا) ، هي :

$$V(x) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 x}$$

وعليه فإن :

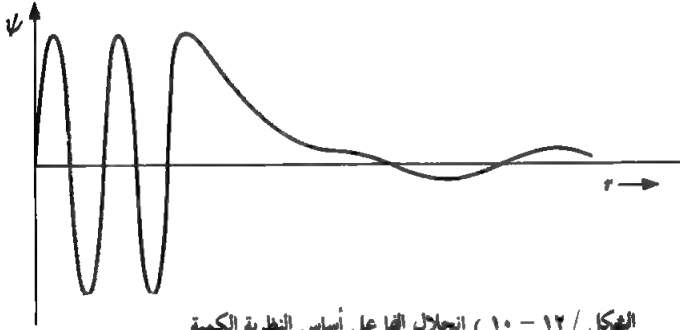
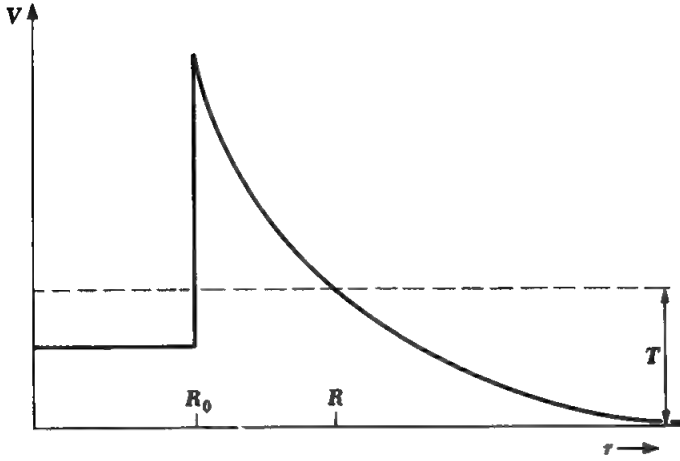
$$b' = \sqrt{\frac{2m(V-T)}{\hbar^2}} \\ = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{1/2} \left(\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 x} - T\right)^{1/2}$$

وبالتعريف $T = V$ عندما $x = R$. يكون لدينا :

$$b' = \left(\frac{2mT}{\hbar^2}\right)^{1/2} \left(\frac{R}{x} - 1\right)^{1/2}$$

ومنها :

$$\ln P = -2 \int_{R_0}^R b'(x) dx \\ = -2 \left(\frac{2mT}{\hbar^2}\right)^{1/2} \int_{R_0}^R \left(\frac{R}{x} - 1\right)^{1/2} dx$$



الشكل / ١٢ - ١٠) تحليل التنا على أساس النظرية الكمية .

$$= -2 \left(\frac{2mT}{\hbar^2} \right)^{1/2} R \left[\cos^{-1} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{1/2} - \left(\frac{R_0}{R} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{R_0}{R} \right)^{1/2} \right] \quad (٤)$$

فان $R \gg R_0$ حاجز الجهد عريضاً نسبياً

$$\cos^{-1} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{1/2} \approx \frac{\pi}{2} - \left(\frac{R_0}{R} \right)^{1/2}$$

$$\left(1 - \frac{R_0}{R} \right)^{1/2} \approx 1$$

$$\ln P = -2 \left(\frac{2mT}{\hbar^2} \right)^{1/2} R \left[\frac{\pi}{2} - 2 \left(\frac{R_0}{R} \right)^{1/2} \right]$$

يجد :

$$R = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T}$$

نحذف عن R ب :

أخيراً على :

$$\ln P = \frac{4e}{\hbar} \left(\frac{m}{\pi\epsilon_0} \right)^{1/2} Z^{1/2} R_0^{1/2} - \frac{e^2}{\hbar\epsilon_0} \left(\frac{m}{2} \right)^{1/2} Z T^{-1/2}$$

(٤٨ ١٢)

ولو عوضنا عن الثوابت المختلفة في هذه المعادلة يكون لدينا :

$$\ln P = 2.97Z^{1/2} R_0^{1/2} - 3.95ZT^{-1/2}$$

حيث T (الطاقة الحركية لجسيمة الفا) مقاسة بوحدة MeV ، و R_0 (نصف قطر النواة) مقاسة بوحدة 10^{-15} m ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$) ، على حين Z تمثل العدد الذري النهائي للنواة بعد بعثها جسيمة الفا ان ثابت الانحلال λ هو :

$$\lambda = \nu P$$

$$= \frac{v}{2R_0} P$$

وعليه فان :

$$\ln \lambda = \ln \left(\frac{v}{2R_0} \right) + 2.97Z^{1/2} R_0^{1/2} - 3.95ZT^{-1/2} \quad (12-49)$$

ولكي نكتب هذه المعادلة بدلالة اللوغارتمات الاعتيادية ، نلاحظ أولاً أن

$$\ln A = \frac{\log_{10} A}{\log_{10} e} = \frac{\log_{10} A}{0.4343}$$

وبذلك يكون لدينا

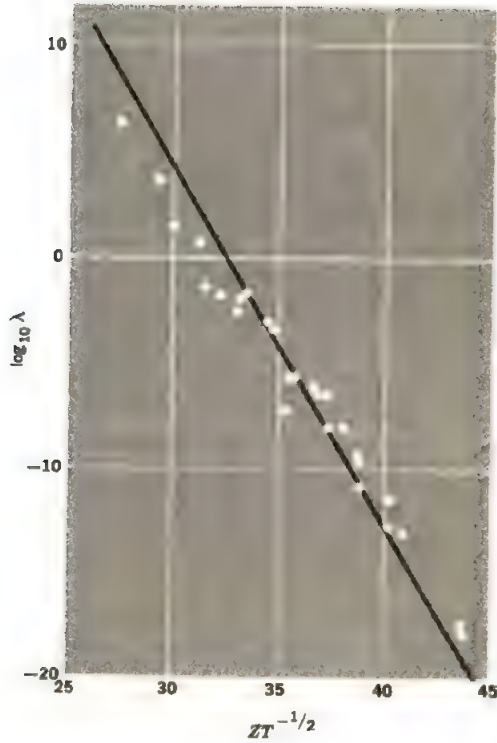
$$\begin{aligned} \log_{10} \lambda &= \log_{10} \left(\frac{v}{2R_0} \right) + 0.4343(2.97Z^{1/2} R_0^{1/2} - 3.95ZT^{-1/2}) \\ &= \log_{10} \left(\frac{v}{2R_0} \right) + 1.29Z^{1/2} R_0^{1/2} - 1.72ZT^{-1/2} \end{aligned}$$

والشكل (١٢-١١) يمثل رسماً بيانياً بين $\log_{10} \lambda$ و $ZT^{-1/2}$ لعدد من النويدات

المشعة لجسيمات الفا . ويساوي ميل الخط المستقيم الذي يمر خلال النقاط التجريبية -1.72 . وهذه القيمة تتفق بصورة جيدة مع التوقعات النظرية . يمكننا ايضا ايجاد نصف قطر النواة R_0 من تقاطع الخط المستقيم مع المحور الصادي . وتتفق نتيجة هذه الحسابات تماما مع القيمة التجريبية لـ R_0 المأخوذة ، مثلاً من تجربة راذرفورد . فنجد $R_0 \sim 10 \text{ fm}$ لحالة النوى الثقيلة جداً . وهذه الطريقة تمثل وسيلة أخرى لحساب أحجام النوى .

ان التحليلات الكمية لأنبعاث جسيمات الفا والتي تؤدي الى نتائج تتفق تماما مع المشاهدات العملية لها مغزى مهم ، وذلك لسببين . أولهما أن هذه التحليلات تساعدنا على فهم التغير الشاسع بين أنصاف أعمار النوى المشعة لجسيمات الفا واعتمادها على طاقة الانحلال . وأبداً نويدة تبعث جسيمة الفا هي : ${}_{90}^{232}\text{Th}$ التي عمرها النصفى 1.3×10^{10} years . ومع أن طاقة انحلال ${}_{90}^{232}\text{Th}$ (4.05 MeV) هي نصف طاقة انحلال ${}_{84}^{212}\text{Po}$ (8.95 MeV) ، فان العمر النصفى للنويدة الأولى أكبر حوالي 10^{24} مرة

من نصف عمر النويدة الثانية . ويتفق هذا السلوك تماما مع التوقعات النظرية في المعادلة (١٢-٤٩) .



الشكل (١١-١٢) الالبت العمل لنظرية انبعاث الفا

والصفة الثانية المهمة لنظرية انحلال الفا هي تفسيرها لهذه الظاهرة بدلالة اختراق جسيمة الفا لحاجز جهد أعلى من الطاقة الحركية المتوفرة للجسيمة ، في حين أن هذا الاختراق غير مسموح به كلاسيكيا ؛ اذ لورميننا كرة على حائط متين فان هناك من الناحية الكلاسيكية احتمالية صفر للكرة في أن تخترق الحائط . على حين هنا في ميكانيك الكم توجد احتمالية معينة (وان كانت صغيرة جدا جدا) للكرة أن تخترق ذلك الحائط .

١٢ - ٦ انحلال بيتا * BETA DECAY

ان انحلال بيتا ، كانحلال ألفا ، في أنه وسيلة تستطيع بواسطتها النواة أن تغير النسبة Z/N التابعة لها لكي تحصل على استقرارية أكبر. ولكن انحلال بيتا يشكل مسألة مختلفة

(المترجمين)

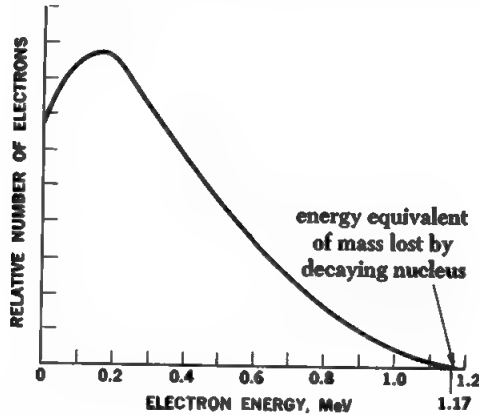
• أي الانحلال الناتج من انبعاث جسيمات بيتا

للفيزيائيين الذين يبحثون عن تفسير الظواهر الطبيعية . وأهم الصعوبات التي تواجه تفسير انحلال بيتا هو أن النواة تبعث إلكترونات ، على حين (كما وضعناه في الفصل السابق) لا يمكن أن يوجد إلكترونات داخل النواة . ولما كان انحلال بيتا يمثل تحولا تلقائيا لنويات بيتا إلى بروتونات وإلكترونات ، فيمكن فهم هذه الظاهرة بفرض أن الإلكترون يترك النواة بعد تكوينه مباشرة . وثمة مشكلة أكثر خطورة لانحلال بيتا ، هي أن هذه الظاهرة تبدو لا تتفق مع قوانين حفظ الطاقة ، والزخم ، والزخم الزاوي .

فتمتد طاقة الإلكترونات المنبعثة من نوييدة معينة خلال انحلال بيتا بين 0 وقيمة عظمى T_{max} خاصة بالنوييدة تحت الدرس . والشكل (١٢-١٢) يوضح طيف طاقة الإلكترونات المنبعثة خلال انحلال بيتا لـ $^{210}_{83}\text{Bi}$. ففي هذه الحالة $T_{max} = 1.17 \text{ MeV}$ وفي كل حالة الطاقة العظمى

$$E_{max} = m_0c^2 + T_{max}$$

للالكترونات المنبعثة تساوي الطاقة المكافئة لفرق الكتلة بين نواة الأم والنواة الوليدة . في حالات نادرة فقط نجد أن الإلكترون المنبعث يحمل طاقة تساوي T_{max}



الشكل (١٢ - ١٢) طيف طاقة الإلكترونات المنبعثة خلال انحلال بيتا لـ $^{210}_{83}\text{Bi}$

ولقد افترض في بداية الأمر أن الطاقة المفقودة هي نتيجة التصادمات بين الإلكترونات المنبعثة والالكترونات الذرية التي تحيط بالنواة . ولكن تجربة عملية أجريت عام 1927 أوضحت أن هذه الفرضية غير صحيحة . ففي هذه التجربة وضعت عينة من نوييدات مشعة لجسيمات بيتا في مسعر حراري . calorimeter وتم قياس الحرارة المتولدة بعد وقت معين . فيساوي معدل طاقة كل انحلال الحرارة المتولدة مقسومة على عدد انحلالات بيتا خلال تلك الفترة . ولقد وجد لحالة $^{210}_{83}\text{Bi}$ أن معدل الطاقة المتحررة يساوي 0.35 MeV . وهذه

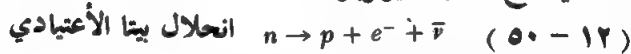
القيمة قريبة جدا من 0.39-MeV التي تمثل معدل الطيف في الشكل (١٢-١٢) ، ولكنها بعيدة نسبيا من T_{max} التي تساوي 1.17 MeV . والاستنتاج الذي نحصل عليه من هذه التجربة هو أن طيف طاقة جسيمات بيتا المشاهد عمليا يمثل التوزيع الحقيقي للالكترونات المنبعثة من النواة خلال انحلال بيتا .

ولقد وجد كذلك أن الزخم الخطي والزوايا غير محفوظين خلال انحلال بيتا . فيمكن مشاهدة اتجاه الالكترون المنبعث والنواة المرتدة لبعض انحلالات بيتا . حيث لوحظ انهما لا يأخذان اتجاهين متعاكسين في جميع الحالات تقريبا . وهذه المشاهدات تتناقض مع قانون حفظ الزخم . وكذلك يمكن استنتاج صفة عدم حفظ الزخم الزاوي خلال انحلال بيتا من ملاحظة أن برم كل من الالكترون ، البروتون والنيوترون المتضمنة خلال هذه العملية يساوي $\frac{1}{2}$. ولما كان انحلال بيتا يتضمن تحويل نيوترون نووي الى بروتون والكترون :



وان برم كل من هذه الجسيمات يساوي $\frac{1}{2}$ ، فان هذا التفاعل لا يمكن أن يتفق مع قانون حفظ الزخم الزاوي .

لقد اقترح باولي عام 1930 أنه يمكن إزالة التناقضات السابقة بفرض أن هناك جسيمة أخرى غير مشحونة كتلتها صغيرة جدا أو تساوي صفرا وبرمها $\frac{1}{2}$ تنبعث مع الالكترون خلال انحلال بيتا ؛ وسُميت بالنيوترينو *neutrino* ، حيث افترض ان هذه الجسيمات تحمل طاقة تساوي الفرق بين T_{max} والطاقة الحركية للالكترون المنبعث (لاحظ أن النوى المرتدة تحمل طاقة حركية مهملة) . وفي هذه العملية يعادل زخم النيوترينو المنبعث تماما زخم الالكترون والنواة الوليدة المرتدة . ولقد وجد أن هناك نوعان من النيوترينو تنبعث خلال انحلال بيتا : النيوترينو نفسه (ذو الرمز ν) وضديد النيوترينو *antineutrino* (ذو الرمز $\bar{\nu}$) . وسوف نناقش الفرق بين هذين الجسيمين في الفصل الثالث عشر . ففي حالة انحلال بيتا الاعتيادي ينتج ضديد النيوترينو :



ولقد حققت نظرية النيوترينو نجاحا كبيرا في تفسير انحلال بيتا . وعلى أساس أن T_{max} تساوي (بحدود الأخطاء التجريبية) الطاقة المحسوبة من فرق كتلة نوية الأم والنوية الوليدة . نجد أن كتلة النيوترينو لا تزيد عن جزء قليل من كتلة الالكترون . وتعتبر كتلة النيوترينو اليوم بأنها تساوي صفرا . وسبب عدم التحسس بالنيوترينو لغاية وقت قريب ، هو ضعف تفاعل هذه الجسيمات من المادة . فنتيجة لتعادها الكهربائي وكونها لا تحمل مجالا كهرومغناطيسيا فان النيوترينو يستطيع أن يخترق بسهولة طبقة سميكة من المادة . ويجب أن يخترق النيوترينو بالمتوسط مسافة أكبر من 100 سنة ضوئية من الحديد الصلب قبل أن يتفاعل مع الوسط

والتفاعل الوحيد الذي يعمل به النيوتريون من المادة هو معكوس انحلال بيتا ، والذي سندرسه في البند التالي .

تم اكتشاف الالكترونات الموجبة ، البوزترونات *positrons* ، عام 1932 . وبعد سنتين وجد أن هذه الجسيمات تنبعث بصورة تلقائية من بعض النوى وتشابه صفات البوزترونات مع الالكترونات عدا أنها تحمل شحنات $+e$ بدلا من $-e$. وينتج البوزترون خلال عملية تحول بروتون الى نيوترون وبوزترون ونيوتريون .

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu \quad (12-51) \quad \text{انبعاث البوزترون}$$

ويمكن لنيوترون طليق أن يتحول تلقائيا الى بروتون يبعث جسيمة بيتا سالبة ذلك لأن كتلته أكبر من كتلة البروتون . ولكن لا يمكن لبروتون طليق ، الذي هو أخف قليلا من النيوترون ، أن يتحول الى نيوترون . ويؤدي انبعاث البوزترون الى نواة وليدة ذات عدد ذري Z أوطأ ، في حين أن العدد الكتلي A يبقى ثابتا .

وثمة ظاهرة ترتبط بانبعاث البوزترون ، ألا وهي اقتناص الالكترون *electron capture* في هذه الظاهرة تمتص نواة أحد الالكترونات المدارية الداخلية ويتحول أحد البروتونات النووية الى نيوترون ، وينبعث نيوتريون في نفس الوقت . لذا فإن هذا التفاعل يتضمن :

$$p + e^- \rightarrow n + \nu \quad (12-22) \quad \text{اقتناص الكترون}$$

ان عملية اقتناص الالكترون تتنافس مع انبعاث البوزترون ، حيث ان كليهما يؤديان الى نفس التحول النووي . ان اقتناص الالكترون يحدث في أغلب الأحيان في حالة النوى الثقيلة ؛ ذلك لأن انصاف اقطار المدارات الالكترونية لهذه الذرات تكون صغيرة وبالتالي فإن هناك احتمالية كبيرة لتفاعل الالكترونات من النواة . ولما كانت معظم النوى غير المستقرة ذات عدد ذري Z كبيراً ، لذلك فإن انبعاث البوزترونات قد اكتشفت بضعة عقود بعد اكتشاف ظاهرة انبعاث الالكترونات ، لأن اقتناص الالكترونات يتنافس مع انبعاث البوزترونات .

INVERSE BETA DECAY

١٢ - ٧ معكوس انحلال بيتا

ان انحلال بيتا يتضمن التفاعل التالي

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu \quad (12-53)$$

ولما كان امتصاص الكترون من قبل النواة يكافئ انبعاث بوزترون ، فإن اقتناص الالكترون

$$p + e^- \rightarrow n + \nu \quad (12-54)$$

يكافئ تقريبا انحلال بيتا في المعادلة (١٢-٥٣) . ونفس الطريقة يكافئ امتصاص ضديد

النيوتريو انبعاث النيوتريو . وبذلك فالفاعل :

$$p + \bar{\nu} \rightarrow n + e^+ \quad (12-55)$$

يتضمن نفس العملية الفيزيائية كما في المعادلة (12-53) . ويدعى التفاعل في المعادلة (12-55) : بمعكوس انحلال بيتا *inverse beta decay* . وهذا التفاعل مهم لأنه يشكل وسيلة للتحقق من وجود النيوتريو .

فمنذ بداية عام 1953 أجريت تجارب عديدة من قبل راينز F. Reines ، كاوان C. L. Cowan ، وآخريين للتحسس بفيض النيوتريو الكبير المنبعث من المفاعلات النووية *nuclear reactors* . حيث وضع محلول مركب الكاديوم في الماء في وعاء كبير ليجهزنا بالبروتونات اللازمة للفاعل . وأحيط الوعاء بكاشفات اشعة كاما .

فبعد امتصاص ضديد النيوتريو من قبل البروتون يتكون مباشرة بوزترون ونيوترون . ويلتقي البوزترون بالكترون من الوسط حيث يغني *annihilate* بعضهما الآخر . ينبعث نتيجة التفاعل الأخير فوتونات طاقة كل منهما 0.51-MeV حيث يتم التحسس بهما بواسطة كاشفات أشعة كاما المحيطة بالوعاء . بعد تكوين النيوترون ببضعة أجزاء من المليون من الثانية يتفاعل مع نواة كاديوم . فتلفض نواة الكاديوم الثقيلة الجديدة طاقة تهيج حوالي 8 MeV ، موزعة على ثلاثة أو أربعة فوتونات . وتتحسس كاشفات أشعة كاما بالفوتونات الأخيرة بعد بضعة أجزاء من المليون من الثانية من كشف الفوتونات الناتجة من فناء بوزترون والكترون . ومن الناحية المبدئية أن مشاهدة تسلسل كشف الفوتونات يشكل برهاناً على حدوث التفاعل في المعادلة (12-55) . ولكي يتم تحاشي أي احتمال خطأ ، تم اجراء التجارب بحيث ان المفاعل يعمل ويتوقف على التناوب . ويمكننا أن نعتبر اليوم أن وجود النيوتريو مثبت عملياً . ان معكوس انحلال بيتا يكون طريقة اساساً للتحري عن تفاعلات النيوتريو وضديد

النيوتريو مع المادة :

$$\begin{aligned} +s + n &\leftarrow \bar{\nu} + q \\ -s + q &\leftarrow \nu + n \end{aligned}$$

واحتمالية هذه التفاعلات هي صغيرة جداً ، ولذلك فالنيوتريو يستطيع ان يخترق سمكاً كبيراً جداً من المادة قبل ان يتم امتصاصه . فالنيوتريو بصورة طليقة في الفضاء وفي داخل المواد مكونة ما يشبه عالمًا مستقلاً عن الجسيمات الاخرى في الكون .

١٢ - انحلال كاما* : GAMMA DECAY

وكما في حالة الذرات ، يمكن للنوى ان توجد في حالات متهيجة . ونرمز لنواة

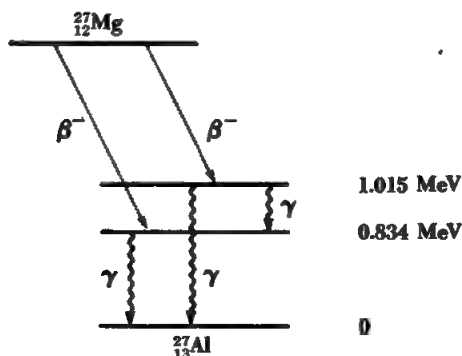
• أي الانحلال التثبيء عن انبعاث فوتون كاما

متهيجة بإشارة نجمة (*). فمثلا ، $^{87}_{38}\text{Sr}^*$ ترمز الى $^{87}_{38}\text{Sr}$ في حالة متهيجة. وتبعث النوى المتهيجة فوتونات طاقاتها تساوي فرق الطاقة بين الحالة الابتدائية والحالة النهائية للنواة . وتمتلك الفوتونات المنبعثة طاقة تمتد لغاية بضعة MeV . وتدعى هذه الفوتونات بأشعة كاما *gamma rays*

يوضح الشكل (١٢-١٣) تحول $^{27}_{12}\text{Mg}$ الى $^{27}_{13}\text{Al}$ عن طريق انحلال بيتا. ان نصف عمر الاضمحلال هو حوالي 9.5 دقيقة . وهذا انحلال يؤدي الى احدى حالتين متهيجتين لـ $^{27}_{13}\text{Al}$. وبعد ذلك انحلال نواة $^{27}_{13}\text{Al}^*$ الناتجة يبعث فوتون او فوتونين أشعة كاما لتصل الى حالتها الارضية .

ولمة وسيلة اخرى للفظ طاقة تهيج النواة هي اعطاء هذه الطاقة لأحد الالكترونات المدارية في الذرة ويمكن تصور هذه العملية ، والتي تدعى بتحول داخلي *internal conversion* ، باعتبارها تشبه ظاهرة الكهروضوئية ، يتم خلالها امتصاص الفوتون النووي من قبل الكترون ذري . لكن من الناحية العملية علينا ان نفهم ان التحول الداخلي يمثل انتقالا مباشرا لطاقة تهيج النواة الى الكترون مداري . ان الطاقة الحركية للالكترون المنبعث ، تساوي الطاقة المنبعثة من النواة ناقصا طاقة ترابط الالكترون في الذرة.

ومعظم النوى المتهيجة لها اعمار نصفية قصيرة جدا يتم خلالها لفظ طاقات تهيج النوى. لكن هناك نوى قليلة تبقى متهيجة لفترة تتجاوز بضعة ساعات. ان نواة متهيجة ذات عمر نصف طويل تدعى ايسومير *isomer* النواة في حالتها الارضية . فالنواة المتهيجة $^{87}_{38}\text{Sr}^*$ لها عمر نصف 2.8 h وعليه فانها ايسومير $^{87}_{38}\text{Sr}$

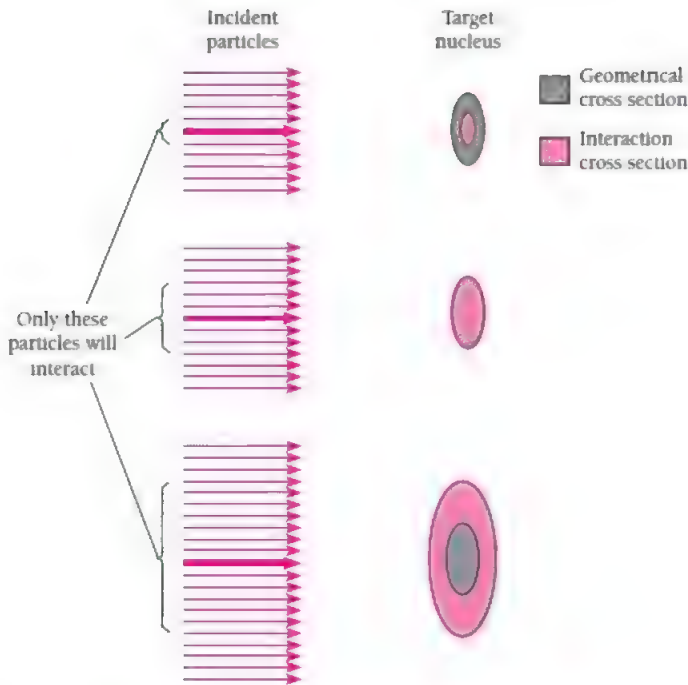


الشكل (١٢-١٣) انبعث بيتا وكاما المتتابع في انحلال $^{27}_{12}\text{Mg}$ الى $^{27}_{13}\text{Al}$

١٢ - ٩ مساحة مقطع التفاعل : CROSS SECTION

ان التفاعلات النووية ، مثل التفاعلات الكيميائية ، تزودنا بمعلومات ووسائل يمكن استخدامها عمليا لتفسير الظواهر الفيزيائية. ولقد تم الحصول على معظم المعلومات عن النواة من خلال تجارب عملية تتضمن تصادم جسيمات ذات طاقة عالية مع نواة ساكنة. والطريقة المناسبة لتحديد احتمالية تفاعل معين بين جسيمة ساقطة ونواة الهدف ، هي استخدام فكرة مساحة مقطع التفاعل interaction cross section التي اوردها في الفصل الرابع عند مناقشتنا لتجربة تشتت راذرفورد. نتصور ان كل جسيمة هدف تشكل مساحة معينة بالنسبة للجسيمة الساقطة تدعى بمساحة المقطع (لاحظ الشكل ١٢-١٤).

واذا توجهت جسيمة نحو هذه المساحة سوف تتفاعل مع جسيمة الهدف ، وعليه كلما زادت مساحة المقطع زادت احتمالية التفاعل بين الجسيمة الساقطة وجسيمة الهدف. وتباين مساحة مقطع التفاعل لجسيمة الهدف تبعا لطبيعة التفاعل وطاقة الجسيمة الساقطة. وهذه المساحة يمكن ان تكون أكبر او أصغر من مساحة المقطع الهندسي لجسيمة الهدف .



الشكل (١٢-١٤) مفهوم مساحة مقطع التفاعل . يمكن أن تكون مساحة مقطع التفاعل أصغر أو مساوية أو أكبر من المقطع الهندسي .

لنتصور ان هناك صفيحة من مادة مساحتها A ، وسمكها dx (لاحظ الشكل ١٢-١٥).
 فاذا كان هناك n ذرة لوحدة الحجم فان عدد النوى في الصفيحة يساوي $nAdx$ (حجم
 الصفيحة يساوي Adx). لكن كل نواة تمثل مساحة مقطع تفاعل معين يساوي σ ،
 وعليه فان مجموع مساحة مقطع التفاعل لجميع النوى في الصفيحة هو $nA\sigma dx$. واذا
 كان هناك N من الجسيمات الساقطة، فنسبة عدد الجسيمات dN التي تتفاعل مع نوى
 الصفيحة الى العدد الكلي للجسيمات الساقطة هو:

$$\frac{\text{مساحة مقطع التفاعل الكلية لنوى الهدف}}{\text{مساحة الهدف}} = \frac{\text{عدد الجسيمات المتفاعلة}}{\text{عدد الجسيمات الساقطة}}$$

$$\frac{dN}{N} = \frac{nA\sigma dx}{A} \quad \text{أو:}$$

(١٢-٥٦) $n\sigma dx$ = مساحة مقطع التفاعل
 وتكون المعادلة (١٢-٥٦) صحيحة لحالة صفيحة رقيقة جداً فقط. وبتكامل dN/N
 نحصل على نسبة الجسيمات المتفاعلة مع هدف ذي سمك معين. واذا افترضنا ان كل جسيمة
 ساقطة تواجه في الاكثر مساحة مقطع تفاعل لنواة معينة، فان dN تمثل عدد الجسيمات
 المفقودة من الحزمة عند اختراقها مسافة dx من المادة. ولذا علينا ان نضع اشارة سالبة امام
 dN/N في المعادلة (١٢-٥٦)؛ ذلك لكي نأخذ بنظر الاعتبار ان عدد الجسيمات
 يتناقص مع المسافة. أي أن:

$$-\frac{dN}{N} = n\sigma dx$$

واذا كان العدد الابتدائي للجسيمات الساقطة هو N_0 فان:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -n\sigma \int_0^x dx$$

$$\ln N - \ln N_0 = -n\sigma x$$

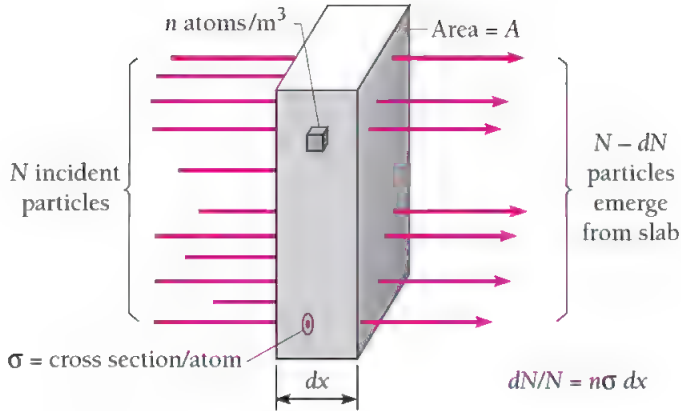
$$N = N_0 e^{-n\sigma x} \quad (١٢-٥٧)$$

من هذه المعادلة نجد أن عدد الجسيمات N المتبقية يتناقص أسياً مع سمك الصفيحة x .
 ان وحدة مساحة مقطع التفاعل هي وحدة المساحة الهندسية. والوحدة المناسبة لهذا
 هو البارن (b) $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$. ان مساحة المقطع الهندسي للنواة هي بحدود
 البارن. وتعتمد مساحة مقطع التفاعل لمعظم النوى على طاقة الجسيمات الساقطة. ويوضح
 الشكل (١٢-١٦) كيف ان مساحة مقطع $^{113}_{48}\text{Cd}$ لامتصاص النيوترون تتغير مع
 طاقة النيوترون. ان الذروة الضيقة عند 0.176 eV تنتج من وجود مستوى طاقة معين في
 معين في نواة $^{114}_{48}\text{Cd}$

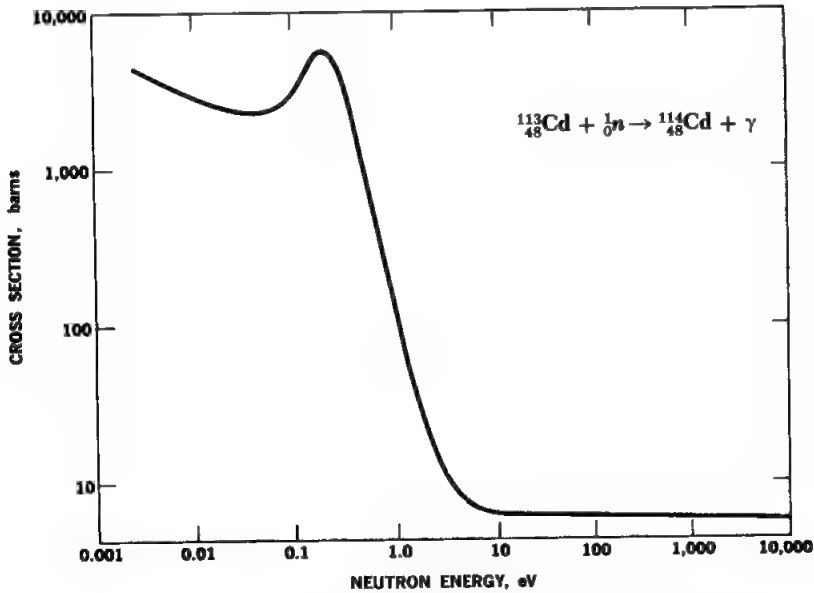
نعرف متوسط المسار الحر l (mean free path) لجسيمة في مادة بأنه متوسط المسافة
 التي تقطعها الجسيمة بين تصادم وآخر مع نوى المادة. ان احتمالية تفاعل جسيمة ساقطة مع

صفحة سمكها Δx هي :
(٥٨ - ١٢)

$$f = n\sigma \Delta x$$



الشكل (١٢ - ١٥) العلاقة بين مساحة مقطع التفاعل وتغير شدة الحزمة الساقطة .



الشكل (١٢ - ١٦) تغير مساحة مقطع ^{113}Cd امتصاص النيوترون مع طاقة النيوترون .

ان معدل عدد المرات التي تخترق فيها الجسيمة الصفحية قبل تفاعلها هو :

$$H = \frac{1}{n\sigma \Delta x} \quad (٥٩ - ١٢)$$

وعليه فمعدل المسافة التي تقطعها الجسيمة قبل تفاعلها يكون

$$H \Delta x = \frac{1}{n\sigma}$$

هذه المسافة حسب التعريف السابق تمثل متوسط المسار الحر. أي أن :

$$l = \frac{1}{n\sigma}$$

ان مساحة مقطع تفاعل النيوترون مع نواة يساوي تقريباً 10^{-27} m^2 . وعليه دعنا نستخدم المعادلة (١٢-٦٠) ليجاد متوسط المسار الحر للنيوترون في الحديد الصلب. ان الوزن الذري للحديد هو 55.9 ، ولذا فكتلة ذرة الحديد تكون :

$$\begin{aligned} m_{Fe} &= 55.9 \text{ u/atom} \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg/u} \\ &= 9.3 \times 10^{-26} \text{ kg/atom} \end{aligned}$$

ولما كانت كثافة الحديد هي $7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ فإن عدد بوز لوحدة الحجم يساوي :

$$\begin{aligned} n &= \frac{7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}{9.3 \times 10^{-26} \text{ kg/atom}} \\ &= 8.4 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3 \end{aligned}$$

ومن هذا نجد أن متوسط المسار الحر للنيوترون في الحديد هو :

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{n\sigma} = \frac{1}{8.4 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3 \times 10^{-27} \text{ m}^2} \\ &= 1.2 \times 10^{18} \text{ m} \end{aligned}$$

ان كل سنة ضوئية (وهي المسافة التي يقطعها الضوء في الفراغ خلال سنة واحدة) تساوي $9.46 \times 10^{15} \text{ m}$ ولذا فمتوسط المسار الحر للنيوترون في مادة الحديد الصلب

$$l = \frac{1.2 \times 10^{18} \text{ m}}{9.46 \times 10^{15} \text{ m/light-year}} = 130 \text{ light-years}$$

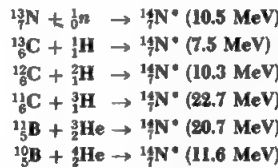
ونتيجة للتفاعلات النووية في قلب الشمس والنجوم الأخرى يتكون فيض ضخم من النيوترونات. وهذا الفيض ينتشر في الفضاء تقريباً بصورة حرة من دون أن يتأثر بوجود المادة. هناك عدد من النيوترونات في الكون أكبر بكثير من عدد الذرات. بالإضافة الى ذلك فإن عدد النيوترونات يتزايد باستمرار مع الوقت. ويمكن اعتبار الطاقة التي يحملها النيوترونات مفقودة من الكون ، لأنها لا تتحول بسهولة الى أي شكل آخر من أشكال الطاقة

THE COMPOUND NUCLEUS

١٢ - النوى المركبة

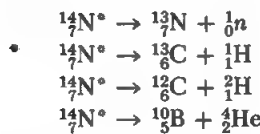
ان معظم التفاعلات النووية تحدث على مرحلتين. أولاً ، الجسيمة الساقطة ونواة الهدف يكونان نواة جديدة تدعى بنواة مركبة *compound nucleus* ، ويساوي

العدد الذري والكتلي للنواة الأخيرة ، على التوالي ، مجموع العدد الذري والعدد الكتلي للجسيمتين الأصليتين . ولاتعرف النواة المركبة تاريخ تكوينها ، ذلك لأن نوياتها يمتزج بعضها مع بعض من دون الإشارة الى أصل هذه النويات وكذلك فإن طاقة الجسيمة الساقطة تتوزع بين جميع الذرات في النواة المركبة . ويمكن لنواة مركبة أن تتكون بعدة طرق وبين الجدول (١٢-٢) ستة تفاعلات تؤدي الى تكوين نواة مركبة $^{14}\text{N}^*$ (ان النجمة تشير الى حالة متهيجة ، حيث أن النواة المركبة بصورة عامة يجب أن تكون متهيجة بمقدار يساوي في الأقل طاقة ترابط الجسيمة الساقطة مع النواة المركبة) . ان ^{13}C و ^{13}N نوى تنحل بإشعاع جسيمات بيتا . ومع أن الأعمار النصفية لهذه النوى قصيرة جداً ، فإن التفاعلين الأول والرابع يمكن أن يحدثان في الأقل من الناحية المبدئية .



الجدول (١٢-٢) التفاعلات النووية التي تؤدي الى تكوين نواة $^{14}\text{N}^*$. ان طاقات التهيج محسوبة على أساس الفرق بين كتل الجسيمات المتضمنة في التفاعل . وتؤدي الطاقة الحركية للجسيمة الساقطة الى زيادة طاقة تهيج النواة المركبة بمقدار يعتمد على التفاعل نفسه .

ان العمر النصفى للنواة المركبة هو بحدود 10^{-16} s . هذا العمر قصير جداً بحيث لا يمكن مشاهدة النواة المركبة عملياً . ومع هذا فإن هذه الفترة طويلة بالنسبة للفترة الزمنية 10^{-21} s اللازمة لجسيمة ذات طاقة مقدارها عدة MeV لأن تخرق النواة . وفي المرحلة الثانية من التفاعل النووي تنحل النواة المركبة بطريقة أو أكثر معتمدة بذلك على طاقة تهيجها . فمثلاً ، $^{14}\text{N}^*$ ذات طاقة تهيج 12 MeV يمكن أن تنحل بالطرق التالية :



أوبمجرد بث فوتون واحد أو أكثر من أشعة كاما التي مجموع طاقتها 12 MeV . ولكن لا يمكن لهذه النواة المركبة أن تبث جسيمة تريوتون (^3H) أو جسيمة (^3He) ؛ ذلك لأنها لا تمتلك الطاقة الكافية لبعث هذه الجسيمات . ومن المعتاد أن نجد نواة ذات حالة تهيج معينة تميل الى الانحلال بطريقة معينة أكثر من غيرها .

ويمكننا توضيح تكوين وانحلال النواة المركبة بسهولة على أساس نظرية قطرة السائل

المشروحة في الفصل الحادي عشر . فحسب هذه النظرية ، نواة متهيجة تشبه قطرة سائل ساخنة وان طاقة تروابط الجسيمة المنبعثة تمثل حرارة تبخر جزيئة السائل . ان قطرة السائل الساخنة تبخر جزيئة أو أكثر لتتخلص من حرارتها الفائضة . وتحدث عملية التبخر نتيجة التوزيع العشوائي بين جزيئات القطرة . وحيث في لحظة معينة تكون لاحدى الجزيئات طاقة كافية تساعد على أن تهرب من القطرة بنفس الطريقة يمكن لمجموعة من النويات أن تكتسب في لحظة معينة نسبة كافية من طاقة التهييج تؤهلها لأن تهرب من النواة المركبة . ان الفترة الزمنية بين تكوين وانحلال نواة مركبة تتفق بصورة جيدة مع نظرية قطرة السائل

ويمكن تبسيط التفاعل بين جسيمة متحركة ساقطة ونواة ساكنة باستخدام نظام احداثيات يتحرك مع مركز كتلة الجسيمين المتصادمين . بالنسبة لمشاهد في هذا النظام ، يكون زخما الجسيمتين متساويين بالقيمة ومتعاكسين في الاشارة (لاحظ الشكل ١٢-١٧) . وفي حالة تصادم جسيمة كتلتها m_1 وذات سرعة v ، مع جسيمة ساكنة كتلتها m_2 ، فإن سرعة مركز كتلتهما V بالنسبة للمختبر تحقق العلاقة :

$$m_1(v - V) = m_2 V$$

$$V = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v$$

وفي معظم التفاعلات النووية تكون $v \ll c$ ، ولذلك فالعلاقات غير النسبية تكون والية بهذا الغرض ان الطاقة الحركية الكلية بالنسبة للمختبر تساوي الطاقة الحركية للجسيمة الساقطة :

$$T_{lab} = \frac{1}{2} m_1 v^2$$

وبالنسبة لنظام احداثيات يتحرك من مركز كتلة الجسيمتين تكون كلتا الجسيمتين في حالة حركة ، ولذلك فانهما تساهمان في تحديد الطاقة الحركية الكلية في هذا النظام :

$$T_{cm} = \frac{1}{2} m_1 (v - V)^2 + \frac{1}{2} m_2 V^2$$

$$= \frac{1}{2} m_1 v^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2$$

$$= T_{lab} - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2$$

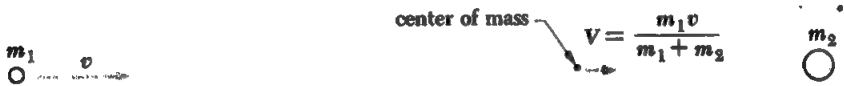
$$= \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) T_{lab} \quad (١٢-٩١)$$

ان الطاقة الحركية الكلية للجسيمتين بالنسبة لمركز كتلتهما تساوي الطاقة الحركية الكلية بالنسبة للمختبر ناقصا الطاقة الحركية $\frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2$ لمركز الكتلة . ولذا يمكن اعتبار T_{cm} تمثل الطاقة الحركية للحركة النسبية بين الجسيمتين . وعند تصادم جسيمتين ، فان أكبر مقدار

طاقة يتحول الى طاقة تهيج النواة المركبة مع بقاء الزخم محفوظا ، هو T_{cm} . وهذه الطاقة هي دائما اقل من T_{lab}

تعطينا التفاعلات النووية والانحلالات الاشعاعية معلومات مهمة عن مستويات طاقة النوى ويمكن التحسس بمستوى الطاقة من ملاحظة وجود ذروة في مساحة مقطع التفاعل عند طاقة معينة ، كما هو موضح في الشكل (١٢-١٦) لحالة اقتران نيوترون . وهذه الذروة تدعى بالرنين *resonance* ، وهي تشبه الرنين في حالة الصوت ودوائر التيار المتناوب . ذلك أن احتمالية تكوين نواة مركبة هي أكبر ما يمكن عندما تكون الطاقة المتوفرة تساوي تماما طاقة تهيجها .

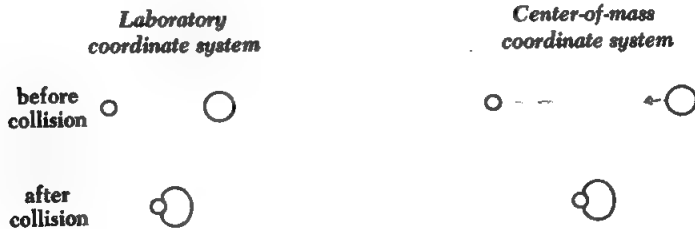
(a) Motion in the laboratory coordinate system before collision.



(b) Motion in the center-of-mass coordinate system before collision.



(c) A completely inelastic collision as seen in laboratory and center-of-mass coordinate systems.



الشكل (١٢ - ١٧) نظام احداثيات المختبر ومركز كتلة جسيمين .

فالتفاعل في المعادلة (١٢-١٦) له رنين عند 0.176 eV ذي عرض $\Gamma = 0.115 \text{ eV}$ (ان عرض الرنين يمثل الفرق بين الطاقتين اللتين على جانبي الذرة واللتين يبلغ ارتفاعهما نصف ارتفاع الذرة) . ونستطيع من مبدأ عدم التحديد للطاقة والزمن : $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ ، أن نجد من قيمة Γ متوسط عمر النواة المركبة τ ، ذلك أن Γ تمثل الخطأ ΔE في تحديد طاقة الحالة ومتوسط العمر τ تمثل الخطأ Δt في تحديد لحظة انحلال النواة . وبصورة عامة نعرف متوسط عمر حالة متهيجة بالملاقة :

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \quad (١٢-٦٢)$$

متوسط عمر حالة متهيجة

وفي حالة اقتناص النيوترون المين في الشكل (١٢-٣٦) نجد أن $\Gamma = 0.115 \text{ eV}$. وهذا يعني أن متوسط عمر النواة المركبة هو :

$$\tau = \frac{1.054 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{0.115 \text{ eV} \times 1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} \\ = 5.73 \times 10^{-15} \text{ s}$$

NUCLEAR FISSION

١٢-١١ الانشطار النووي

هناك تفاعل نووي آخر يدعى بالانشطار النووي *nuclear fission* يمكن تحليله على أساس إنموذج قطرة السائل . في هذا التفاعل ، تنشط نواة ثقيلة (ذات عدد كتلي $A > \sim 230$) الى نواتين خفيفتين . وللمقارنة نجد أنه عند تهيج قطرة سائل فانها تنذب بطرق مختلفة . الشكل (١٢-١٨) يوضح احدى هذه التذبذبات ، حيث تأخذ القطرة بصورة متناوبة شكلا شبه كروي متطاول ، وشكلا كرويا ، وشكلا شبه كروي مفلطحا ، شكلا كرويا ، ثم مرة ثانية شكلا شبه كروي متطاولا ، وهكذا ان الشد السطحي يحاول دائما أن يعيد القطرة الى شكل كروي ، ولكن استمرارية حركة جزيئات القطرة تجعلها تجتاز الشكل الكروي المنتظم الى شكل منحور في حالة قصوى معاكسة .

وبالاضافة الى تأثير الشد السطحي للنواة الذي يجعلها تنذب كقطرة سائل تكون في حالة متهيجة ، فإن هناك قوى تنافر الكهروستاتيكية تحاول على تمزيق النواة . فعند تحويل نواة من شكل كروي فإن القوة المعبدة القصيرة المدى المولدة للشد السطحي يجب أن تعادل قوة التنافر الالكهروستاتيكية البعيدة المدى بالاضافة الى توقيف استمرارية حركة مادة النواة . واذا كان التحوير صغيراً فإن قوة الشد السطحي تكون كافية لهذا الغرض . عند ذلك تنذب النواة ذهاباً وإياباً حتى تفقد تهيجها ببعث فوتون أشعة كاما . ولكن اذا كان التحوير كبيراً نسبياً فإن الشد السطحي لا يكون كافياً لارجاع النواة الى شكل كروي وبالتالي فانها سوف تنشط الى جزئين . الشكل (١٢-١٩) يوضح عملية الانشطار هذه .

وتدعى النوى الناتجة من الانشطار النووي بشظايا الانشطار *fission fragments* . وبصورة عامة تكون شظايا الانشطار غير متساوية في الحجم (لاحظ الشكل ١٢-٢٠) . ولكون النوى الثقيلة تمتلك نسبة نيوترونات الى بروتونات أكبر مما هي عليه لحالة النوى الخفيفة ، فإن شظايا الانشطار سوف تحتوي على فائض من النيوترونات . وللتخلص من هذا الفائض ينبعث نيوترونات أو ثلاثة من شظايا الانشطار حال تكونها . وبعد انبعث النيوترونات كذللك يتم إشعاع جسيمات بيتا . وبذلك تقترب نسبة النيوترونات الى البروتونات في الشظايا من نسبة التوازن .



الشكل (١٢ - ١٨) تذبذب قطرة سائل :

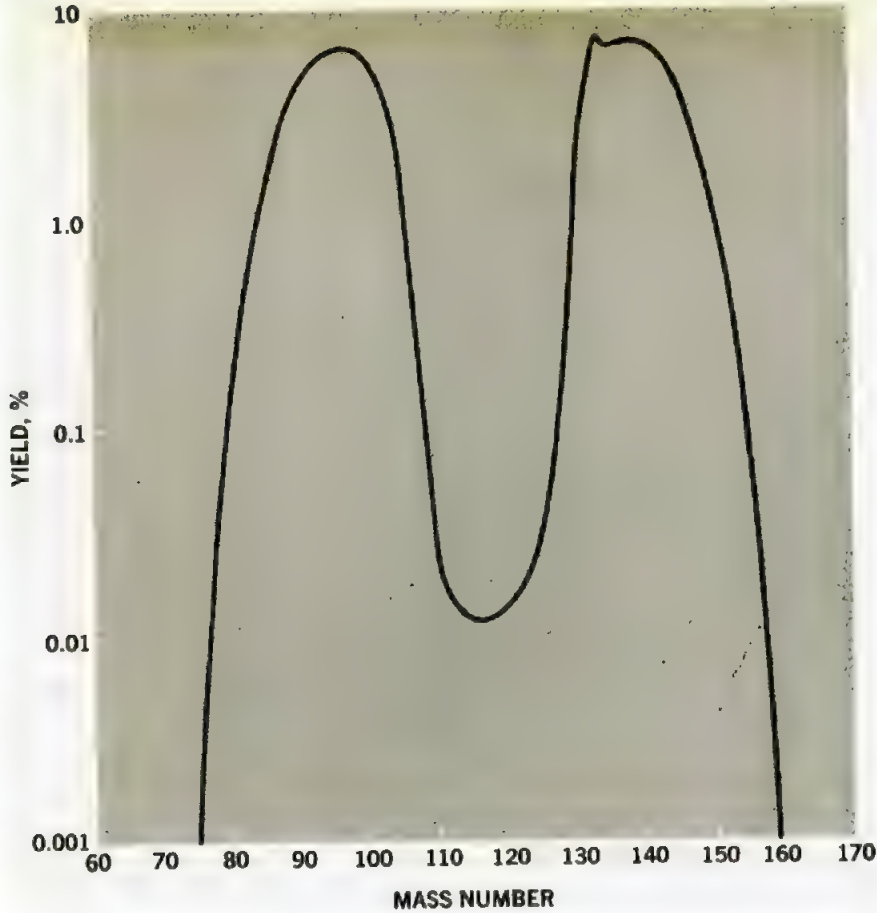
يتم انشطار نواة عندما تكتسب طاقة تهيج كافية (بحدود 5 MeV) تجعلها تذبذب بعنف. وتهيج بعض النوى - $^{235}_{92}\text{U}$ لحد الانشطار بمجرد امتصاص نيوترون إضافي ، ونوى أخرى ك- $^{238}_{92}\text{U}$ (التي تشكل 99.3 % من اليورانيوم الطبيعي ، على حين $^{235}_{92}\text{U}$ تشكل النسبة الباقية) لا يمكنها أن تنشط بامتصاص النيوترون . تستطيع هذه النوى أن تنشط في حالة تفاعلها مع نيوترون سريع طاقته الحركية بحدود 1 MeV . ويمكن أن تنشط النواة عن طريق تهيجها بطرق أخرى (بالإضافة إلى امتصاص النيوترون) : هي امتصاص فوتون أشعة كاما أو بروتون سريع . وبعض النوى تكون غير مستقرة جداً بحيث يمكن أن تنشط تلقائياً أقل من احتمالية بعثها لجسيمة ألفا ، ولذلك لا نشاهد الانشطار التلقائي عملياً .

إن أهم ما يميز الانشطار النووي هو تحرير الطاقة الهائلة خلال هذه العملية . ويمكننا بسهولة حساب هذه الطاقة : طاقة ترابط النوى الثقيلة القابلة للانشطار (ذات العدد الكتلي حوالي 240) هي 7.6 MeV ~ لكل نوية . في حين أن شظايا الانشطار (ذات العدد الكتلي بحدود 120) لها طاقة ترابط 8.5 MeV ~ لكل نوية . ولذا سوف تتحرر طاقة مقدارها 0.9 MeV مقابل كل نوية في نواة الأم . وتشكل هذه الطاقة حوالي 200 MeV لمجموع 240 نوية في النواة ! أما التفاعلات الكيميائية الاعتيادية كاحتراق الفحم أو الزيت تحرر بضعة eV فقط لكل عملية تفاعل . وحتى التفاعلات النووية (عدا الانشطار النووي) تحرر مالا يزيد عن بضع MeV . ومعظم الطاقة المتحررة خلال الانشطار النووي تكون على شكل طاقة حركية لشظايا الانشطار . والنيوترونات المنبعثة وأشعة بيتا وكاما تحمل بحدود 20% من الطاقة الكلية .

وبعد اكتشاف الانشطار النووي عام 1939 مباشرة ، تم ملاحظة أنه نتيجة انبعاث نيوترونات ثانوية من انشطار نووي بفعل امتصاص نيوترون ، يمكن (في الأقل من حيث المبدأ) أن تستمر الانشطارات النووية بصورة متوالية . وشرط حدوث هذا التفاعل المتسلسل chain reaction في عينة من نوى قابلة للانشطار ، هو أنه بالمعدل في الأقل نيوترون واحد ناتج من كل انشطار يسبب انشطار جديداً . وإذا كان عدد النيوترونات المتحررة التي



الشكل (١٢ - ١٩) الانشطار النووي حسب نموذج قطرة السائل



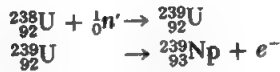
الشكل (١٢-٢٠) توزيع الاعداد الكتلية بين شظايا انشطار ^{235}U

تسبب انشطارات نووية جديدة أقل من عدد النيوترونات الاصلية ، فان التفاعل النووي يتباطىء وبالتالي يتوقف عن الاستمرار . واذا كان هناك بالمعدل نيوترون واحد بالضبط يسبب انشطاراً جديداً نتيجة انشطار سابق فالتفاعل يؤدي الى تحرير طاقة بمعدل ثابت (كما في حالة المفاعلات النووية) . واذا كانت سرعة الانشطار النووي تتزايد فالطاقة المتحررة سوف تتزايد باستمرار حتى يحصل الانفجار (كما في حالة القنبلة الذرية) . وهذه الحالات ندعى

على التوالي دون الحالة الحرجة *subcritical* ، الحالة الحرجة *critical* ، وفوق الحالة الحرجة *supercritical*

١٢ - ١٢ عناصر ما بعد اليورانيوم : TRANSURANIC ELEMENTS

ان العناصر ذوات اعداد ذرية أكبر من 92 (يمثل العدد الذري لليورانيوم) لها أنصاف اعمار قصيرة جداً ، بحيث لو انها تكونت في بداية تكون الطبيعة لا خفت منذ وقت طويل . ويمكن تكوين عناصر ما بعد اليورانيوم مختبرياً بواسطة قذف بعض النويدات الثقيلة بالنيوترونات . فمثلاً يمكن لـ $^{238}_{92}\text{U}$ ان يمتص نيوتروناً ليصبح $^{239}_{92}\text{U}$ فتشع النوية الجديدة جسيمة بيتا (بعمر نصفي 23 min) لتتحول الى $^{239}_{93}\text{Np}$ الذي يمثل عنصراً ما وراء اليورانيوم :



وينحل نظير النبتونيوم $^{239}_{93}\text{Np}$ ببث جسيمة بيتا بعمر نصفي 2.3 d الى نظير عنصر آخر ما بعد اليورانيوم يدعى بالبلوتونيوم :



والبلوتونيوم بدوره ينحل ، ببث جسيمة ألفا بعمر نصفي 24,000 yr ، الى $^{235}_{92}\text{U}$



ومن المهم ان نلاحظ ان كلامنا عن $^{239}_{94}\text{Pu}$ و $^{235}_{92}\text{U}$ هي نويدات قابلة للنشاط ، ويمكن استعمالها في المفاعلات والأسلحة النووية . ان للبلوتونيوم صفات كيميائية تختلف عن الصفات الكيميائية لليورانيوم ، ولذلك فان فصله عن $^{238}_{92}\text{U}$ بعد التنشيط النيوتروني أسهل بكثير من فصل $^{235}_{92}\text{U}$ عن $^{238}_{92}\text{U}$.

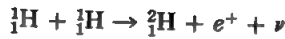
ولعناصر ما بعد اليورانيوم والتي تأتي بعد الاينشتينيوم einsteinium (Z = 99) ، اعمار نصفية قصيرة جداً بحيث لا يمكن فصلها بكميات ملموسة . ومع هذا يمكن تمييز هذه العناصر كيميائياً . ان أكبر عدد ذري لعناصر ما بعد اليورانيوم مكتشفه لحد الان هو Z = 105

١٢ - ١٣ الحرارة النووية : THERMONUCLEAR ENERGY

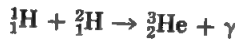
ان التفاعلات النووية في داخل النجوم التي تنتج عنها حرارة (مصدر معظم الطاقة في الكون) تتضمن اندماج نوى الهيدروجين لتكوين نوى الهيليوم . وتتم هذه التفاعلات

تحت ظروف درجات الحرارة في قلب النجوم بطريقتين مختلفتين ، احدهما تدعى دورة البروتون - بروتون *proton-proton cycle* ، وتتضمن تصادم بروتونات لتكون نوى أثقل . ثم تصادم الجسيمات المختلفة فيما بينها لتكون نوى الهليوم . والطريقة الثانية تدعى دورة الكربون *carbon cycle* ، وتتضمن سلسلة من المراحل فيها نوى الكربون تمتص بروتونات بصورة متتابعة حتى تبعث جسيمات ألفا لتصبح نوى كربون مرة ثانية

التفاعل الابتدائي في دورة البروتون - بروتون هو :



اذ نتيجة اندماج بروتونين يتكون ديوتريون مع انبعاث بوزترون ونيوترينو . وبعد ذلك يتحد الديوتريون مع بروتون لتكون نواة ${}^3_2\text{He}$:



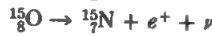
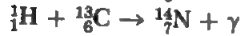
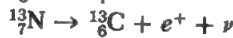
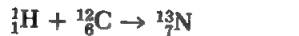
وأخيراً تتفاعل نواتا ${}^3_2\text{He}$ لتكون ${}^4_2\text{He}$ زائداً بروتونين :



ان مجموع الطاقة المتحررة في هذه التفاعلات تساوي $(\Delta m)c^2$ ، ذلك ان Δm تمثل الفرق بين كتلة اربع بروتونات وكتلة جسيمة ألفا زائداً بوزترونين . ولقد وجد ان هذه الطاقة تساوي 24.7 MeV .

ويوضح الشكل (١٢ - ٢١) دورة البروتون - بروتون .

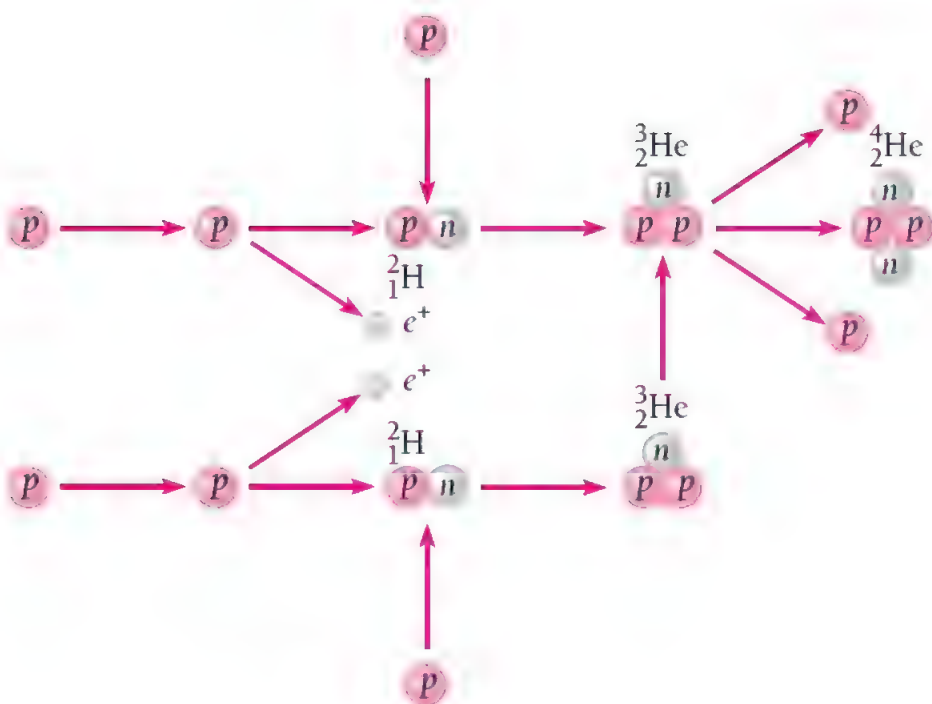
أما دورة الكربون فتتضمن التفاعلات التالية :



والنتيجة النهائية تتضمن ايضاً تكوين جسيمة ألفا زائداً بوزترونين من اندماج اربعة بروتونات ، مع تحرير 24.7 MeV . ان نوى ${}^{12}_6\text{C}$ تعمل كعامل مساعد في التفاعل حيث انها تظهر مرة ثانية في نهاية التفاعلات (الشكل ١٢ - ٢٢) .

ويمكن حدوث اندماج نووي ذاتي تحت ظروف قصوى تتضمن درجات حرارة وضغط عالين . وهذه الظروف ضرورية لتوفير طاقة كافية للبروتونات لتتغلب على قوة التنافر الالكتروستاتيكية ولجعل التفاعل يستمر بسرعة كافية ، ويعوض عن الطاقة المفقودة

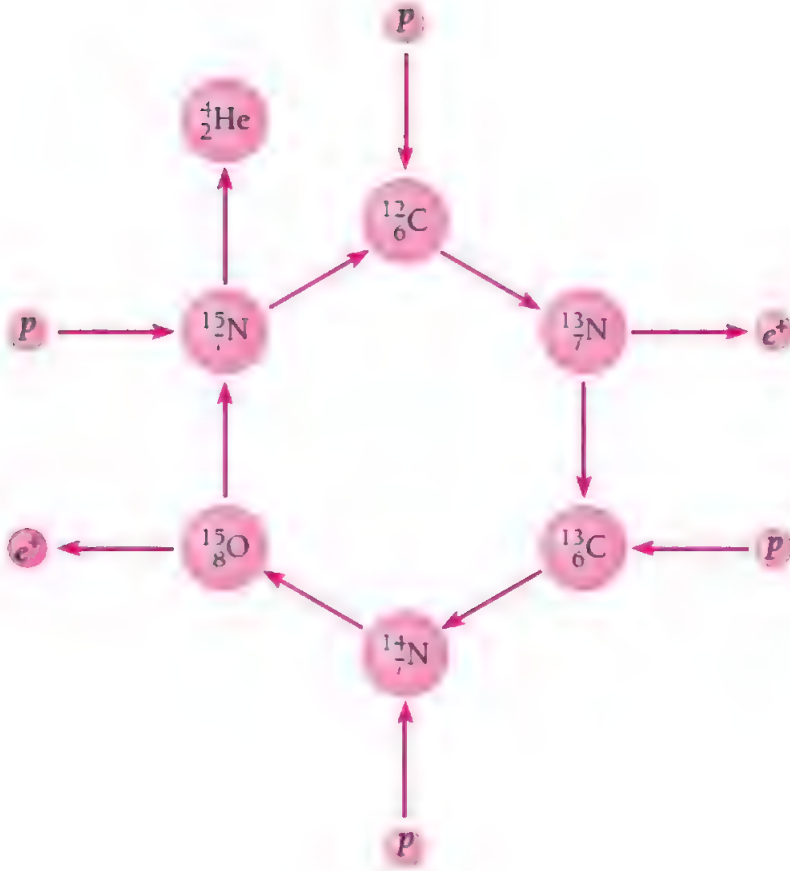
للمحيط الخارجي . ان هذه الشروط تتحقق في قلب النجوم . وفي قلب الشمس . حيث



الشكل (١٢-٢١) دورة البروتون - بروتون . هذه الدورة هي احدى سلسلاتي التفاعل التي تحدث في الشمس والتي تتضمن اندماج أربع نوى هيدروجين لتكوين نواة الهيليوم مع انبعاث طاقة

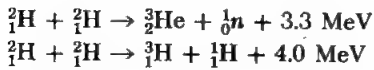
درجة الحرارة بحدود $2 \times 10^6 \text{ K}$ ، تكون احتمالية حدوث دورة البروتون - بروتون عالية نسبياً . وبصورة عامة تكون احتمالية حدوث دورة الكربون كبيرة عند درجات حرارة عالية ، على حين تكون احتمالية حدوث دورة البروتون - بروتون كبيرة عند درجات حرارة أوطأ . وعليه فالنجوم الاسخن من الشمس تولد حرارتها عن طريق دورة الكربون ، في حين تولد النجوم الابرد من الشمس حرارتها عن طريق دورة البروتون - بروتون . وتحمل النيوترينات neutrinos حوالي 10% من الطاقة المتولدة في النجوم .

والطاقة المتحررة من اندماج نوى خفيفة لتكوين نوى أثقل ، تدعى غالباً بالحرارة النووية *thermonuclear energy* . ولا يمكن استخدام دورة البروتون - بروتون او

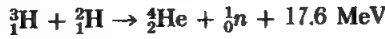


الشكل (١٢-٧٧) دورة الكربون تتضمن اندماج أربع نوى هيدروجين لتكوين نواة الهيليوم مع تحرير طاقة . تظهر نواة ^{12}C مرة ثانية في نهاية التفاعل ولذلك فهي تمثل عاملاً مساعداً في التفاعل .

دورة الكربون مختبرياً لتحرير طاقة ؛ ذلك لأنها تتضمن عدة مراحل وتستغرق وقتاً طويلاً . وهناك اندماجان نوويان يبعثان الأمل في تحرير الطاقة النووية مختبرياً . وكل من هذين التفاعلين يتضمن اندماج ديوتريونين :



هناك تفاعل ثالث يتضمن اندماج ديوتريوم مع تريتون لتكوين جسيمة ألفا :



ان استخدام هذه التفاعلات عمليا يتصعب مصدرا رخيصا للديوتريوم . والبحار والمحيطات هي مصادر مناسبة للديوتريوم ، حيث ان نسبته في الماء تشكل 0.015% . اي ان هناك ما يقارب 10^{15} طنا من الديوتريوم في ماء البحار والمحيطات . ان التفاعلات التي في أعلاه تتطلب طرقا كثافا لاتمام عملية الاندماج من دون اللجوء الى قذف نوى على نوى هدف باستخدام معجلات ذرية . حيث ان المعجلات الذرية مكلفة وتستهلك طاقة أكثر بكثير من الطاقة المتحررة من بضعة تفاعلات يمكن ان تحدث في مادة الهدف . والطريقة الحالية المتبعة لحل هذه المشكلة هي استخدام بلازما حارة hot plasma (التي هي عبارة عن غازات متأينة جدا) من الديوتريوم او مزيج الديوتريوم - الترييوم . ويمكن جمع هذه المادة باستخدام مجال مغناطيسي عال غير منتظم . والغاية من درجات الحرارة العالية هي تأهيل نوى ${}^3_1\text{H}$ و ${}^2_1\text{H}$ لتندمج بعضها مع بعض على الرغم من وجود قوة التنافر الالكتروستاتيكية ، على حين يعمل المجال المغناطيسي على حفظ الغاز من ان يمس جدران مادية الذي يمكن ان يلوث او يبرد الغاز . وهناك احتمالية ضئيلة لانصهار جدران الوعاء ؛ ذلك لأن كثافة طاقة البلازما هي قليلة جدا على الرغم من ان درجة حرارته قد تصل الى بضعة مليونات درجة كلفن . وتواجه المفاعلات الاندماجية صعوبات عملية أكثر من المفاعلات الانشطارية ، وعليه فن المستبعد استخدام التفاعلات الاندماجية لتحرير طاقة في وقت قريب .

تمرينات

ان كتل النويدات المذكورة في المسائل التالية مقاسة بوحدة u هي الآتي :

$${}^3_2\text{He}, 3.016030; {}^3_1\text{H}, 3.016050; {}^1_1\text{H}, 1.007825;$$

$${}^7_4\text{Be}, 7.0169; {}^7_3\text{Li}, 7.0160; {}^4_2\text{He}, 4.002603;$$

$${}^{12}_6\text{C}, 12.0000; {}^{12}_5\text{B}, 12.0144; {}^{10}_5\text{B}, 10.0129;$$

$${}^{16}_8\text{O}, 15.9949; {}^{14}_7\text{N}, 14.0031; {}^{13}_6\text{C}, 13.0034;$$

(16.9994 ${}^{17}_8\text{O}$) . وتساوي كتلة النيوترون $1.008665 u$. والجدول (٧-١) يحتوي على الكتل الذرية للعناصر .

١- ينحل التريتيوم (${}^3_1\text{H}$) بأشعاع جسيمة بيتا بعمر نصفي 12.5 yr فانسبة التريتيوم المتبقية في عينة بعد 25 yr ؟

٢- العمر النصفي لـ ${}^{24}_{11}\text{Na}$ يساوي 15 h . ما الوقت اللازم لانهلال 93.75% من عينة من هذا النظير ؟

٣- النشاط الاشعاعي لغرام واحد من الراديوم يساوي بالتعريف 1 Ci . جد العمر النصفي للراديوم .

٤- كتلة ملي كوري من ${}^{214}_{82}\text{Pb}$ تساوي $3 \times 10^{-14} \text{ kg}$. جد ثابت انهلال ${}^{214}_{82}\text{Pb}$ (في التمارين ٤ الى ٦ ، افترض أن الكتلة الذرية بوحدة u تساوي العدد الكتلي للنواة) .

٥- ينحل ${}^{238}_{92}\text{U}$ ببعث جسيمة الفا بعمر نصفي يساوي $4.5 \times 10^9 \text{ yr}$. اعدد الانحلال في الثانية الواحدة في 1 g من ${}^{238}_{92}\text{U}$ ؟

٦- ينحل نظير البوتاسيوم ${}^{40}_{19}\text{K}$ ببعث جسيمة بيتا بعمر نصفي $1.83 \times 10^9 \text{ yr}$. جد عدد انحلال بيتا في الثانية في 1 g من ${}^{40}_{19}\text{K}$ النقي .

٧- تبعث جسيمة الفا بطاقة 5.78-MeV من الراديوم . فاذا كانت فطر نواة الراديوم يساوي $2 \times 10^{-14} \text{ m}$ ، ماعدد اطوال موجة ديبرولي لجسيمة الفا التي يمكن أن تغطي قطر النواة ؟

٨- احسب الطاقة العظمى للالكترونات المنبعثة في انهلال بيتا لـ ${}^{12}_5\text{B}$

٩- لماذا ينحل ${}^7_4\text{Be}$ عن طريق اقتناص الكترون بدلا من بعث بوزترون ؟ لاحظ أن ذرة ${}^7_4\text{Be}$ تحتوي على الكترون واحد اكثر من ذرة ${}^7_3\text{Li}$

١٠- ان انبعاث البوزترون يشبه انبعاث الالكترون من جميع النواحي عدا شكل طيف طاقيتهما : هناك نسبة كبيرة من الالكترونات تبعث بطاقة واطئة ، على حين تكون نسبة البوزترونات المنبعثة بهذه الطاقات قليلة ، فمعدل طاقة الالكترونات في انهلال بيتا يساوي تقريبا $0.3T_{\text{max}}$ على حين يساوي معدل طاقة البوزترونات في هذا الانحلال حوالي $0.4T_{\text{max}}$. ما سبب هذا الاختلاف ؟

١١- بالاستعانة بالشكل (١١-١٠) جد الطاقة الأرضية وطاقة أوطاً مستوى متجهج للبروتون رقم 39 في $^{89}_{39}\text{Y}$. استخدم هذه المعلومات والحقيقة المبينة في البند (٦-١٠) ان احتمالية الانتقالات الاشعاعية بين حالات ذات فرق زخم زاوي كبير تكون نادرة جداً ، لتوضيح سبب وجود ايسومير ل $^{89}_{39}\text{Y}$

١٢- جد أوطاً طاقة لنيوترون بالنسبة للمختبر اللازمة للتفاعل :



١٣- جد أوطاً طاقة لبروتون بالنسبة للمختبر اللازمة للتفاعل



١٤- جد أوطاً طاقة لجسيمة ألفا بالنسبة للمختبر اللازمة للتفاعل :



١٥- الشكل (١٢-٢٣) يبين بصورة تقريبية تغير مساحة مقطع تفاعل النيوترون والبروتون مع نواة بتغير الطاقة . فسر لماذا تتناقص مساحة مقطع تفاعل النيوترون مع النواة بزيادة الطاقة . على حين تتزايد مساحة مقطع تفاعل البروتون بزيادة الطاقة ؟

١٦- عند اقتناص نواة هدف لنيوترون ، تكون احتمالية بعث فوتون أشعة كاما من النواة المركبة أكبر من احتمالية بعث بروتون ، أوديونات أو جسيمة ألفا . لماذا ؟

١٧- هناك 6×10^{28} atoms تقريباً في كل متر مكعب من الألمنيوم . وجهت حزمة من النيوترونات ذات طاقة 0.5-MeV على صفيحة من الألمنيوم سمكها 0.1 mm . فإذا كانت مساحة مقطع اقتناص النيوترونات عند هذه الطاقة من قبل نوى الألمنيوم

تساوي : $2 \times 10^{-31} \text{ m}^2$ ، جد نسبة النيوترونات الممتصة من الحزمة الساقطة .
١٨- كثافة ^{10}B تساوي $2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. مساحة مقطع نواة ^{10}B لاقتناص نيوترون حراري thermal neutron (أي نيوترون ذي طاقة حركية تساوي معدل الطاقة الحرارية عند درجة حرارة الغرفة) تساوي 4,000 b . ما السمك اللازم لصفيحة من ^{10}B لكي تمتص 99% من حزمة نيوترونات حرارية ساقطة ؟

١٩- كثافة الحديد حوالي $8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ، ومساحة مقطع نواة الحديد لاقتناص نيوترون حوالي 2.5 b . جد نسبة النيوترونات الممتصة من حزمة ساقطة على صفيحة من الحديد سمكها 1 cm .

٢٠- مساحة مقطع نواة الحديد لاقتناص نيوترون تساوي 2.5 b . ما متوسط المسار الحر للنيوترون في الحديد ؟

٢١- يولد انشطار $^{235}_{92}\text{U}$ طاقة حوالي 200 MeV . ما نسبة الكتلة المفقودة من كتلة $^{235}_{92}\text{U} + n$

٢٢- تولّد بعض النجوم طاقتها عن طريق اندماج ثلاث جسيمات ألفا لتكوين نواة $^{12}_6\text{C}$.
ما مقدار الطاقة المتحررة في كل من هذه التفاعلات ؟

الفصل الثالث عشر

الجسيمات الأولية

بينما تبدو النوى تتكون من بروتونات ونيوترونات ، فإن هناك بعض المشاهدات تشير الى انبعاث جسيمات أولية elementary particles أخرى من النوى تحت ظروف خاصة . والحقيقة هي أنه قد تم اكتشاف هذه الجسيمات قبل أكثر من عقد من الزمن وأن عدد الجسيمات الأولية المستقرة المعروفة حتى اليوم يزيد على ثلاثين جسيما . وليس هناك طريقة بسيطة لتصنيف هذه الجسيمات ؛ فبعض الجسيمات كالإلكترون ، والنيوترينو وميزون π مفهومة نسبيا ، ولكن لا توجد نظرية عامة مقبولة كليا لتفسير الجسيمات الأولية . أنه من المناسب أن نختم هذا الكتاب بموضوع الجسيمات الأولية ليدكرنا أن هناك آفاق جديدة في الفيزياء تتطلب دراسات إضافية .

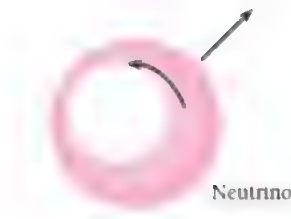
١٣ - ١ ضديدات الجسيمات ANTIPARTICLES

ان الإلكترون هو الجسيمة الأولية الوحيدة التي يوجد لها نظرية متكاملة . ولقد تم اكتشاف هذه النظرية عام 1928 من قبل ديراك P. A. M. Dirac ، الذي أعطانا معادلة موجية للإلكترون في مجال كهرومغناطيسي آخذا بنظر الاعتبار النظرية النسبية الخاصة . واتضح أنه عند التعويض عن شحنة وكتلة الإلكترون في حل هذه المعادلة ينتج أن الإلكترون يحمل زخما زاويا ذاتيا مقداره $\frac{1}{2} \hbar$ (أي ذا برم يساوي $\frac{1}{2}$) وعزما مغناطيسيا يساوي $eh/2m$ (مغنيط بور واحد) . ان هذه النتائج تتفق بصورة كلية مع المشاهدات العملية ، وهذا الاتفاق هو دليل قاطع على صحة نظرية ديراك .

ان نظرية ديراك تعطينا نتيجة غير متوقعة ؛ ذلك بأنها تتنبأ بوجود الكترون موجب بالإضافة الى الإلكترون السالب . واعتقد في بادئ الأمر أن البروتون هو الذي يمثل الإلكترون الموجب على الرغم من فرق الكتلة بينهما . وقد تم اكتشاف الإلكترون الموجب عام 1932 بصورة قاطعة من بين جسيمات الأشعة الكونية cosmic القادمة للأرض . وبينما سابقا أن الإلكترون الموجب يدعى بالبوزتون positron . لقد أتضح في البند (٢-٦) أن زوج الكترون - بوزترون يتولد من فوتون ذات طاقة مناسبة ($> 1.02 \text{ MeV}$) ، وعند التقاء الإلكترون بالبوزترون يفني بعضهما الآخر .

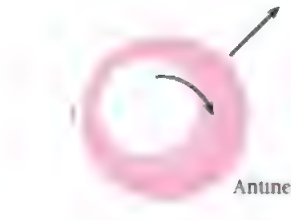
ان البوزترون هو ضد يد الالكترن : ذلك لانهما يعني بعضهما الآخر . وجميع الجسيمات الاولى الاخرى عدا الفوتونات وميزونات π^0 و π^+ لها جسيمات ضد يدة . ان ضد يدة جسيمة لها نفس كتلة وبرم والعمر النصفى (اذا كانت غير مستقرة) للجسيمة نفسها ، لكن شحنتها (إن وجدت) تكون عكس شحنة الجسيمة ، وكذلك فان اتجاه العزم المغناطيسى بالنسبة للبرم لضد يدة الجسيمة هو عكس ما هو عليه للجسيمة نفسها .

ان التمييز ما بين النيوترينو وضديد النيوترينو يلفت النظر . ويكون برم النيوترينو عندما يشاهد من الخلف بالاتجاه المعاكس لاتجاه حركته ، أي أن النيوترينو يدور عكس عقرب الساعة (لاحظ الشكل ١٣-١) . ومن ناحية أخرى يكون برم ضد يد النيوترينو عندما يشاهد من الخلف بنفس اتجاه حركته ، أي أنه يدور مع عقرب الساعة . لذلك يمكن تصور حركة النيوترينو في الفضاء تشبه حركة لولب يساري left-handed screw . وان حركة ضد يد النيوترينو تشبه حركة لولب يميني right-handed screw وكان الافتراض السائد قبل عام 1956 أن النيوترينو يستطيع أن يدور باتجاه أو عكس اتجاه عقرب الساعة ، وذلك على أساس أنه ليس هناك فرق بين النيوترينو وضديده عدا اتجاه برميها . وبذلك فالنيوترينو وضديده هما جسيمان متشابهان يترجع جذور هذا الافتراض الى وقت لايبنز Leibniz (معاصر نيوتن ، الذي اكتشف بصورة مستقلة حساب التفاضل والتكامل) . ويمكن توضيح أساس الافتراض على النحو التالي : من الناحية الأساسية ان الظواهر الفيزيائية المشاهدة مباشرة تكافئ الظواهر الفيزيائية المشاهدة معكوسة من مرآة . وحسب التعريف ، فان الظواهر الفيزيائية المختلفة يجب أن تتباين جوهريا فيما بينها والا فانها متشابهة . والفرق الوحيد بين الظواهر الفيزيائية المشاهدة مباشرة ونفس الظواهر مشاهدة معكوسة من مرآة هو تبديل اليسار باليمين واليمين باليسار ، وعليه فنظرية لايبنز تنص على أن يسار ويمين جميع الأشياء والحوادث يجب أن تحدث بنفس الاحتمالية . والحقيقة أن هذه النظرية محققة عمليا في حالة التفاعلات النووية والتفاعلات الكهرومغناطيسية . ومع هذا فهي لم تدرس لغاية عام 1956 لحالة التفاعلات التي ينتج عنها نيوتريونات . وفي هذه السنة اقترح لي T. D. Lee ويانك C. N. Yang بأنه يمكن ازالة كثير من التناقضات النظرية بافتراض أن النيوترينو وضديد النيوترينو هما برمان متعاكسان ، على الرغم من أنهما لا يمثلان صورة مرآة بعضهما للآخر . وأثبت التجارب التي أجريت حال اقتراح لي ويانك أن النيوترينو وضديد النيوترينو جسيمان مختلفان ، هما برم يساري وبرم يميني ، على التوالي . ونلاحظ أن عدم وجود تناظر يمين-يسار في النيوتريونات يظهر فقط في حالة أن كتلة النيوترينو تساوي صفرا . وعليه فنظرية لي ويانك تحقق القيمة التجريبية للنيوترينو والتي تساوي صفرا .



Neutrino

الشكل (١٣ - ١) ان النيوترون وضديد النيوترون لهما برمان متعاكسان .



Antineutrino

١٣ - ٢ نظرية الميزون للقوى النووية :

MESON THEORY OF NUCLEAR FORCES

لو كانت القوى النووية تجاذبية فقط ، لكانت حجوم النوى المستقرة صغيرة جدا (ذات نصف قطر حوالي 2 fm) ، بحيث ان كل نوية تتفاعل انيا مع جميع النويات الاخرى الموجودة . ونتيجة لذلك فان طاقة ترابط كل نوية سوف تتناسب مع A ، الذي يساوي عدد النويات الموجودة في النواة . لكن تجريبيا ان حجم النوى تتناسب مع A وان طاقة ترابط كل نوية هي ثابتة في جميع النوى . ونستنتج من هذا ان كل نوية تتفاعل مع عدد محدود من النويات المجاورة وان هناك قوة تنافر بين النويات تمنع النواة من ان تنقلص الى حجم صغير جدا (لاحظ الشكل ١١ - ٦) . ونستنتج من هذا ايضا ان القوى النووية لا تشبه قوة نيوتن أو القوى الكهربائية الاعتيادية .

لاحظنا في البند (٨ - ٣) ان القوة الموجودة في ايون H_2^+ هي نتيجة تبادل الالكترون بين البروتونين في هذا الايون . وتكون هذه القوة تجاذبية عندما تكون دالة موجة الالكترون متناظرة ، وتكون قوة تنافر عندما تكون دالة الموجة ضديدة التناظر . وعلى هذا الاساس يمكن أن نتصور ان القوى بين النويات انما هي نتيجة تبادل جسيمات . ان هذا التفسير يوضح استقرار الحالة الثلاثية للديوترون ذي الدالة الموجية المتناظرة (لأن برمي النويتين متوازن) ، وعدم استقرار الحالة الاحادية للديوترون ذي الدالة الموجية ضديدة التناظر . ولما كانت

النويات في نواة ، لها حالات كمية مختلفة (حسب مبدأ الانفراد) ، فان هناك قوى تجاذب وتنافر في النواة . ويمكن تفسير الصفات النووية على اساس وجود مزيج من قوى اعتيادية وقوى تبادل .

هناك سؤال ، ماالجسيمات المتبادلة بين النويات التي تسبب قوى التبادل ؟ اقترح هايزنبرك Heisenberg عام 1932 ان هذه الجسيمات هي الالكترونات والبوزترونات . وذلك على اساس ان النيوترون يبعث الكترونا ليصبح بروتونا ، بينما يمتص البروتون الكترونا ليصبح نيوترونا . لكن حسابات مبنية على اساس النتائج التجريبية لانحلال بيتا تشير الى ان القوى الناتجة من تبادل π^0 الالكترونات والبوزترونات هي اقل من 10^{14} مرة من القوى النووية المطلوبة . وفي عام 1935 اقترح العالم الياباني يوكاوا Hideki Yukawa انه يمكن تفسير القوى النووية بتبادل جسيمات اقل من الالكترونات تدعى بالميزونات *mesons* . واستطاع هذا العالم ان يثبت ان القوى الناتجة عن تبادل هذه الجسيمات هي بحدود القيمة الصحيحة .

وحسب نظرية الميزون للقوى النووية ، تتكون النويات من مراكز متشابهة تحيط بها سحابة من ميزون أو أكثر . ويمكن أن يكون الميزون متعادلاً أو يحمل شحنة موجبة أو سالبة . والفرق الاساسي بين البروتون والنيوترون يكمن في تركيب سحابة الميزون المحيطة . ان القوة بين نيوترونيين أو بروتونيين هي نتيجة تبادل ميزونات متعادلة (تدعى π^0) . على حين القوة بين نيوترون وبروتون هي نتيجة تبادل ميزونات مشحونة (π^+ و π^-) . فمثلاً ، يبعث نيوترون ميزون π^- ليتحول الى بروتون :

$$n \rightarrow p + \pi^-$$

و يمتص البروتون المقابل ميزون π^- المنبعث ليتحول الى نيوترون :

$$p + \pi^- \rightarrow n$$

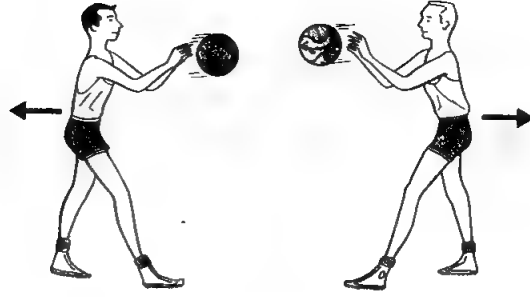
وكذلك يمكن لبروتون أن يبعث ميزون π^+ ليتحول الى نيوترون ، ويمتص النيوترون

المقابل ميزون π^+ المنبعث ليتحول الى بروتون :

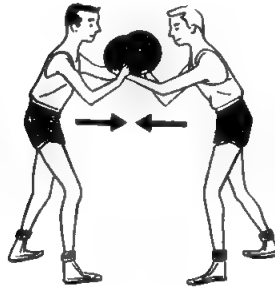
$$p \rightarrow n + \pi^+$$

$$n + \pi^+ \rightarrow p$$

والحقيقة هي أنه لايمكن ايجاد صيغة رياضية سهلة لتوضيح قوى التبادل بين النويات ومع هذا يمكن استيعاب هذه العملية بتشبيه فيزيائي مألوف . دعنا نتصور ولدتين يتبادلان كرات سلة كما في الشكل (١٣-٣) . فعند قذف الكرات سيندفع الولدان الى الخلف ويزداد ارتدادهما عند مسك الكرات المرمية عليهما . وعليه فان هذا التبادل لكرات السلة سيؤدي الى قوة تنافر بين الولدين . لكن اذا اختطف الولدان كرات السلة من بعضهما الآخر فيستكونا متكافئين قوة تجاذب بينهما .



repulsive force due to particle exchange



attractive force due to particle exchange

الشكل (١٣ - ٢) : تكوين تجاذب أو تنافر نتيجة تبادل جسيمات .

وهناك مسألة أساس تطرح نفسها : اذا كانت النويات تبعث وتمتص ميزونات باستمرار فلماذا تبقى كتل النيوترونات ثابتة ؟ وجواب هذا السؤال يعتمد على مبدأ عدم التحديد . ان القوانين الفيزيائية تخص الكميات التي يمكن قياسها تجريبيا ، في حين مبدأ عدم التحديد يحدد دقة قياس بعض الأزواج من هذه الكميات . ويمكن أن ينبعث ميزون من نوية مع بقاء كتلتها ثابتة وتمتص النوية ميزونا آخراً منبعثاً من نوية مجاورة بعد وقت قصير جداً ، بحيث لا يمكن الكشف عملياً ، ضمن الدقة المسموحة وفق مبدأ عدم التحديد ، فيما اذا حدث أي تغير حقيقي في الكتلة . ان مبدأ عدم التحديد للطاقة والزمن يأخذ الصيغة :

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

(١٣ - ١)

ومن هذا نجد أنه يمكن افناء او خلق طاقة مقدارها ΔE على شرط أن هذا الاخلال في قانون حفظ الطاقة لا يستمر لفترة زمنية أطول من $\hbar/\Delta E$.

ونحن نعرف أن مدى القوى النووية R هو بحدود 1.7 fm . وعليه لو افترضنا ان

الميزون يتحرك بسرعة الضوء c داخل النواة ، فزمن انتقال الميزون بين النويات يكون :

$$\Delta t = \frac{R}{c} \quad (١٣-٢)$$

ان انبعاث ميزون ذي كتلة m_π يمثل اخراق قانون حفظ الطاقة بمقدار :

$$\Delta E = m_\pi c^2 \quad (١٣-٣)$$

وبالتعويض عن $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ من المعادلتين (١٣-٢) و (١٣-٣) في العلاقة (١٣-١) نجد أن :

$$(m_\pi c^2) \left(\frac{R}{c} \right) \geq \hbar$$

وعليه فالكتلة الدنيا للميزون يجب أن تكون :

$$m_\pi \geq \frac{\hbar}{Rc} \quad (١٣-٤)$$

$$\geq 1.9 \times 10^{-28} \text{ kg}$$

وهذه الكتلة تمثل حوالي 200 مرة بقدر كتلة الالكترن .

PIONS AND MUONS

١٣-٣ البايونات والميونات

بعد اثنتي عشرة سنة من وضع نظرية الميزون للقوى النووية تم اكتشاف جسيمات طليقة خارج النواة ذات صفات تتفق مع الصفات المطلوبة لهذه النظرية . وتدعى هذه الجسيمات اليوم بميزونات π أو البايونات *pions* .

وهناك سببان لتأخر اكتشاف البايون الطليق . السبب الأول أن علينا أن نوفر طاقة كافية الى نوية لكي تبعث بايونا مع تحقيق قانون حفظ الطاقة . حيث نحتاج طاقة مقدارها في الاقل $m_\pi c^2$ أو 140 MeV لتحرير البايون . ولتجهيز نوية ساكنة بهذا المقدار من الطاقة عن طريق التصادم ، يجب أن تمتلك الجسيمة الساقطة طاقة حركية أكثر بكثير من $m_\pi c^2$ ذلك لكي يبقى قانونا حفظ الطاقة والزخم سارين .

أي ان الجسيمات الساقطة يجب أن تمتلك بضع مئات من MeV لتحرير البايونات . مثل هذه الجسيمات توجد في الطبيعة على شكل حزم متشعبة مكونة مايسمى بالاشعة الكونية *cosmic radiation* . لهذا السبب تطلب اكتشاف البايون تطوير طرق دقيقة لدراسة

تفاعلات الاشعة الكونية . وفي الآونة الاخيرة تم تشغيل المعجلات الذرية التي تستطيع تعجيل جسيمات الى الطاقات اللازمة ، وبذلك أمكن تكوين البايونات مختبريا بصورة سهلة .

والسبب الثاني لتأخر اكتشاف البايونات عمليا ، هو عدم استقرارية هذه الجسيمات . ان نصف عمر البايون المشحون هو فقط $1.8 \times 10^{-8} \text{ s}$ ، ونصف عمر البايون المتعادل هو

$7 \times 10^{-17} \text{ s}$ ولما كان العمر النصفى π^0 قصير جدا ، فإن اكتشافه لم يتم حتى عام 1950 .
وتحلل البايونات المشحونة تقريبا كليا الى ميزونات أخف تدعى بميزونات μ (او الميونات

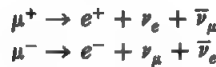


وهذه النيوترينات ليست نفس النيوترينات التي تنبعث خلال انحلال بيتا ، ولذلك أخذت الرموز ν_μ و $\bar{\nu}_\mu$ بدلا من ν و $\bar{\nu}$. ان البرهان العملي لهذا الاختلاف قد تم في عام 1962 . فلقد قذف هدف معدني ببروتونات ذات طاقة عالية اذ تكون عن ذلك فيض غزير من البايونات . لوحظ أن النيوترينات الناتجة من انحلال هذه البايونات تؤدي الى تفاعلات معكوسة ينتج عنها ميونات فقط ولا تتكون الكترونات . لذلك فان هذه النيوترينات يجب أن تختلف عن النيوترينات المصاحبة لانحلال بيتا . وينحل البايون المتعادل الى زوج من فوتونات أشعة كاما :



الكتلة السكونية لميزونات π^+ و π^- هي $273 m_e$ والكتلة السكونية لميزون π^0 هي $264 m_e$. ان π^- هو ضديد π^+ و π^0 هو ضديد نفسه . والصفة الاخيرة تشمل الفوتونات وميزونات η^0 أيضا .

يمكن بسهولة فهم وجود البايونات حيث تم التنبؤ بها قبل عدة سنوات قبل اكتشافها عمليا . لكن الميونات تشكل معضلة لم تحل لحد الآن . ان صفات هذه الجسيمات معروفة بصورة دقيقة . الكتلة السكونية للميونات الموجبة والسالبة هي $207 m_e$ ، وكلاهما يمتلكان برماً يساوي $\frac{1}{2}$ ويستحيل كل منهما بعمر نصفى $1.5 \times 10^{-8} \text{ s}$ الى الكترون وزوج من نيوترينو وضديد النيوترينو :

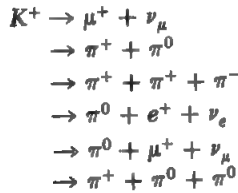


كما في حالة الالكترونات ، ان الميون الموجب هو ضديد الميون السالب وان ليس هناك ميون متعادل . وبمعكس حال البايونات التي تتفاعل بقوة مع النوى ، نجد ان الميونات تتفاعل مع المادة بقوة كهرومغناطيسية فقط . وعليه فالميونات تتوغل لمسافات طويلة داخل المادة قبل ان يتم امتصاصها . ان معظم جسيمات الاشعة الكونية التي تصل سطح الارض هي ميونات تنشأ من انحلال بايونات متكونة نتيجة التفاعلات النووية بين جسيمات الاشعة الكونية الابتدائية ونوى الذرات في الاجواء العليا من الارض . اما بقية جسيمات الاشعة الكونية فهي اما ان تنحل او تفقد طاقتها بسرعة بحيث تمتص عند ارتفاعات عالية من سطح الارض .

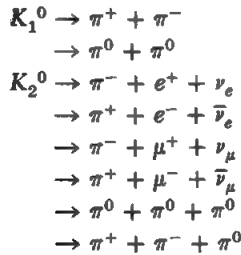
ان معضلة وجود الميون هو عدم وجود دور ظاهري تلعبه في الطبيعة . وأهم فرق بين الميونات والالكترونات هو كتلتها وعدم استقراريتها . لذلك يمكن تصور الميون بأنه نوعاً ما الكترون ثقيل بدلا من ان يمثل وحدة متميزة . وهناك صفة أخرى سنناقشها في هذا الفصل ايضا ليست واضحة ، وهي لماذا تنحل البايونات كليا تقريبا الى ميونات بدلا من ان تنحل مباشرة الى الكترونات ؟ فهناك 0.01% فقط من البايونات التي تنحل مباشرة الى الكترونات ونيوترينات .

١٣ - ٤ الكايونات والهايبرونات : KAONS AND HYPERONS

ان البايونات والميونات لا تمثل جميع الجسيمات الأولية التي كتلتها بين كتلة الالكترون والبروتون . فلقد تم اكتشاف مجموعة ثالثة من الميزونات تدعى بميزونات K (أو الكايونات kaons) . وتنحل هذه الميزونات بطرق مختلفة . وللكايونات المشحونة كتل سكونية $966m_e$ ، وربما يساوي 0 ، واعداد نصفية $8 \times 10^{-9} s$. ويمكن لميزون K^+ ان ينحل بالطرق الآتية :



وهذه الانحلالات مرتبة حسب احتمالية كل عملية ، بحيث ان الاضمحلال الاول يشكل أكبر احتمالية . ويبدو ان هناك نوعان من الميزونات المتعادلة ، K_1^0 و K_2^0 . كل منهما له كتلة سكونية $974m_e$ ورم يساوي 0 . لكن K^0 له نصف عمر حوالي $7 \times 10^{-11} s$ على حين K_2^0 عمر نصفه حوالي $4 \times 10^{-8} s$. وتنحل ميزونات K المتعادلة بالطرق التالية :



مرة أخرى ان هذه العمليات مرتبة حسب احتمالية كل منهما .

وبالاضافة الى التفاعلات الكهرومغناطيسية مع المواد تظهر ميزونات K تفاعلات نووية بدرجات متفاوتة ، فتتفاعل الميزونات K^+ و K^0 بقوة ضعيفة نسبيا مع نوى الذرات ، على حين تشتت ضديداتها او تمتص بسهولة من قبل هذه النوى .

وتدعى الجسيمات الأولية ذات الكتل الأكبر من كتلة البروتون بالهايرونات *hyperons* .
وتقع الهايرونات المعروفة ضمن أربع مجاميع . هذه المجاميع حسب تسلسل كتلتها هي :
هايرونات Λ ، Σ ، Ξ و Ω (الرموز Λ ، Σ و Ξ و Ω هي حروف اغريقية كبيرة
تلفظ : لامدا ، سكما ، وكساي وأومكا) . وجميع هذه الهايرونات غير مستقرة وذات
انصاف أعمار قصيرة جدا ، وجميعها لها برم يساوي $\frac{1}{2}$ عدا هايرونات Ω التي برمها
يساوي $\frac{3}{2}$. والجدول (٣-١) يحتوي على كتل ، واعمار نصفية ، وطرق انحلال
كل هايرون .

وتشبه الهايرونات البايونات والكايونات (وليست الميونات) كونها تظهر تفاعلات نووية .
فثلا ، هايرون Λ^0 يمكنه ان يقوم بدور نووية . وتدعى النواة التي تحتوي على هايرون Λ^0
بشظية هايرونية *hyperfragment* . وبطبيعة الحال ان Λ^0 في نواة تنحل في النهاية
الى نووية وميزون π . والجسيمات الناتجة اما ان تتفاعل مع نواة الأم او تتركها كليا .

١٣ - ٥ تصنيف الجسيمات الأولية :

SYSTEMATICS OF ELEMENTARY PARTICLES

على الرغم من تعدد الجسيمات الأولية واختلاف صفاتها ، فمن الممكن تمييز بعض
التناسق بين هذه الجسيمات . ان وجود هذا التناسق يحد ذاته لا يمثل نظرية للجسيمات
الأولية ، بقدر ان التناسق في الاطيف الذرية لا يمثل نظرية للذرة . حتى ان التناسق الملاحظ
بين صفات الجسيمات الأولية لا يبعث الا بالامل في ايجاد نظرية موحدة للجسيمات الأولية
تشبه النظرية الكمية للذرات . ولحد الان لم تظهر صورة واضحة للجسيمات الأولية على الرغم
من حداقة الطرق المقترحة لوصف هذه الجسيمات . وسندرس فيما تبقى من هذا الفصل
التناسق الموجود بين الجسيمات الأولية واهميتها الظاهرية .

فالجدول (١٣-٢) يحتوي على الجسيمات الأولية المستقرة نسبيا ، حسب تسلسل
كتلتها السكونية . ونلاحظ في هذا الجدول جميع الجسيمات الأولية المنوه عنها سابقا زائدة
ميزون η الذي سنناقشه قريبا . نقصد بالمستقرة نسبيا هو أن أنصاف أعمار تلك الجسيمات
أكبر بكثير من الزمن اللازم للضوء ليقطع مسافة تساوي قطرها . وهذا القطر هو بحدود
 10^{-15} m ، وعليه فالزمن اللازم للضوء ليقطع هذه المسافة هو بحدود 10^{-23} s . لذلك
تستطيع جميع الجسيمات في الجدول (١٣-٢) أن تتحرك في الفضاء على شكل وحدات
متميزة ويمكن ملاحظتها بواسطة اجهزة كاشفة كحجرة الفقاعات *bubble chamber* .
وهناك شواهد تجريبية كثيرة تشير الى وجود « جسيمات » مختلفة ذوات اعمار نصفية

| Particle | Mass, m_e | Half life, s | Decay |
|-------------|-------------|-----------------------|---|
| Λ^0 | 2,184 | 1.7×10^{-10} | $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ $\rightarrow n + \pi^0$ |
| Σ^+ | 2,328 | 0.6×10^{-10} | $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$ $\rightarrow n + \pi^+$ |
| Σ^- | 2,342 | 1.1×10^{-10} | $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$ |
| Σ^0 | 2,334 | $< 10^{-14}$ | $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ |
| Ξ^- | 2,585 | 1.2×10^{-10} | $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$ |
| Ξ^0 | 2,573 | 2.0×10^{-10} | $\Xi^0 \rightarrow \Lambda + \pi^0$ |
| Ω^- | 3,276 | $\sim 10^{-10}$ | $\Omega^- \rightarrow \Lambda + K^-$ $\rightarrow \Xi^0 + \pi^-$ |

الجدول (١٣ - ١) صفات الهايرونات

مقدارها حوالي 10^{-23} s فماذا يمكن أن يعني جسيم ذو عمر نصف بهذا المقدار ؟ أو كيف يمكن قياس زمن 10^{-23} s ؟ بطبيعة الحال لا يمكن مشاهدة هذه الجسيمات في حجرة الفقاعات أو أي جهاز آخر ، ولكنها تظهر على شكل حالات رنين resonant states في التفاعل بين جسيمات أكثر استقرارا . وتظهر حالات الرنين في الذرات على شكل مستويات طاقة ولتوضيح ذلك ، لاحظنا في الفصل الرابع أن تجربة فرانك وهيرتز Franck-Hertz تظهر مستويات طاقة ذرة عن طريق تصادمات غير مرنة للإلكترون عندما يمتلك طاقات معينة . أن ذرة في حالة متهيجة معينة لا تشبه نفس الذرة في حالتها الأرضية أو في حالة متهيجة أخرى . ولكن من المعتاد الانشراح إلى الحالات الذرية المختلفة للذرة معينة بأنها تشكل مجموعة خاصة من الجسيمات . وسبب ذلك هو أن التفاعلات التي تؤدي إلى الحالات المتهيجة (تفاعلات كهرومغناطيسية) هي معروفة جدا . وعكس ذلك يصح لحالة الجسيمات الأولية ، حيث أن التفاعلات المختلفة عدا الكهرومغناطيسية منها معروفة جزئيا ، وأن معظم معلوماتنا حول الجسيمات الأولية تأتي من دراسة صفات الرنينات resonance

دعنا نلاحظ ماذا ينطوي الرنين في حالة الجسيمات الأولية . نتصور أنه أجريت تجربة بقدف بروتونات بميزونات π^+ الموجبة . وعند دراسة التفاعل

$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$$

نجد أن تفاعل π^+ من بروتون يولد ثلاثة باريونات جديدة . في كل من هذه التفاعلات تمتلك الميزونات الجديدة طاقة كلية معينة تمثل طاقاتها السكونية زائدا طاقاتها الحركية بالنسبة لمركز كتلتها . ولورسمنا منحني بين عدد التفاعلات الناتجة كدالة للطاقة الكلية للميزونات الجديدة لحصلنا على توزيع يشبه الشكل (١٣-٣) . فلاحظ أن هناك ميلا قويا لأن تكون الطاقة الكلية للميزونات الجديدة تساوي 785 MeV ، وأن هناك ميلا كبيرا ولكنه نوعا ما أضعف ؛ لأن تكون الطاقة الكلية لهذه الميزونات هي : 548 MeV . ونستطيع القول أن

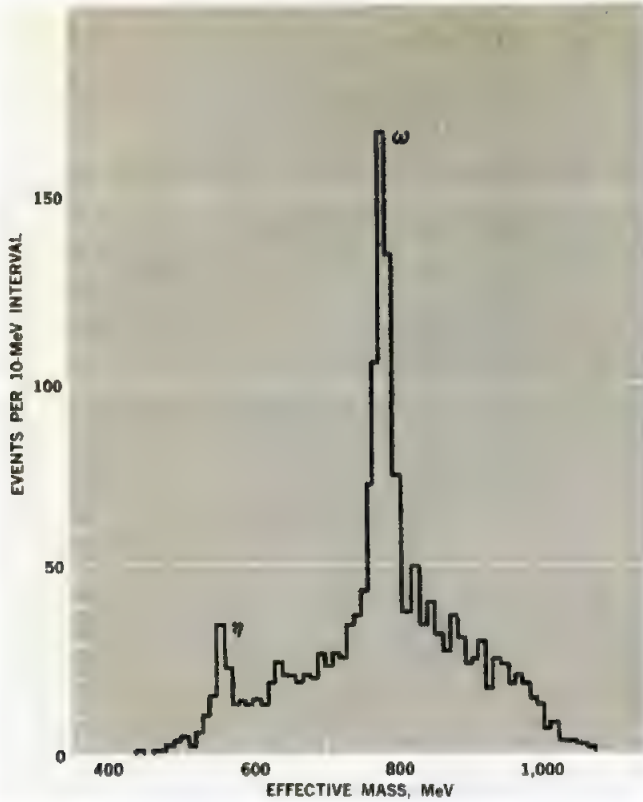
| Class | Name | Particle | | | Antiparticle | | | Spin | Rest mass, m_e | Rest mass, MeV | Half life, s | L M B S Y I (Antiparticles have opposite signs) | | | | | |
|--------|-------------------|----------|-------------|---------|--------------|-------------------|---------|---------------|---------------------|-------------------|---------------------------------------|--|----|----|----|----|---------------|
| | | +e | 0 | -e | +e | 0 | -e | | | | | | | | | | |
| PHOTON | photon | | γ | | | (γ) | | 1 | 0 | 0 | stable | 0 | 0 | 0 | | | |
| LEPTON | e-neutrino | | ν_e | | | $\bar{\nu}_e$ | | $\frac{1}{2}$ | 0 | 0 | stable | +1 | 0 | 0 | | | |
| | μ -neutrino | | ν_μ | | | $\bar{\nu}_\mu$ | | $\frac{1}{2}$ | 0 | 0 | stable | 0 | +1 | 0 | | | |
| | electron | | | e^- | | e^+ | | $\frac{1}{2}$ | 1 | 0.51 | stable | +1 | 0 | 0 | | | |
| | μ meson | | | μ^- | | μ^+ | | $\frac{1}{2}$ | 207 | 106 | 1.5×10^{-6} | 0 | +1 | 0 | | | |
| MESON | π meson | | π^0 | | | (π^0) | | 0 | 264 | 135 | 7×10^{-17} | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | | π^+ | | | | | π^- | 0 | 273 | 140 | 1.8×10^{-8} | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | K meson | | K^0 | | | \bar{K}^0 | K^- | 0 | 966 | 494 | 8×10^{-9} | 0 | 0 | 0 | +1 | +1 | $\frac{1}{2}$ |
| | | K^+ | | | | | | 0 | 974 | 498 | $7 \times 10^{-11}; 4 \times 10^{-8}$ | 0 | 0 | 0 | +1 | +1 | $\frac{1}{2}$ |
| | η meson | | η^0 | | | (η^0) | | 0 | 1,073 | 548 | $\sim 10^{-18}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| BARYON | nucleon proton | | p | | | \bar{p} | | $\frac{1}{2}$ | 1,836 | 938 | stable | 0 | 0 | +1 | 0 | +1 | $\frac{1}{2}$ |
| | neutron | | n | | | \bar{n} | | $\frac{1}{2}$ | 1,839 | 940 | 6.5×10^2 | 0 | 0 | +1 | 0 | +1 | $\frac{1}{2}$ |
| | Λ hyperon | | Λ^0 | | | $\bar{\Lambda}^0$ | | $\frac{1}{2}$ | 2,164 | 1,116 | 1.7×10^{-10} | 0 | 0 | +1 | -1 | 0 | 0 |
| | Σ hyperon | | Σ^0 | | | $\bar{\Sigma}^0$ | | $\frac{1}{2}$ | 2,328 | 1,192 | 0.6×10^{-10} | 0 | 0 | +1 | -1 | 0 | 1 |
| | | | Σ^- | | | $\bar{\Sigma}^+$ | | $\frac{1}{2}$ | 2,334 | 1,194 | $< 10^{-12}$ | 0 | 0 | +1 | -1 | 0 | 1 |
| | | | | | | | | $\frac{1}{2}$ | 2,342 | 1,197 | 1.1×10^{-10} | 0 | 0 | +1 | -1 | 0 | 1 |
| | Ξ hyperon | | Ξ^0 | | | $\bar{\Xi}^0$ | | $\frac{1}{2}$ | 2,571 | 1,310 | 2.0×10^{-10} | 0 | 0 | +1 | -2 | -1 | $\frac{1}{2}$ |
| | | | Ξ^- | | | $\bar{\Xi}^+$ | | $\frac{1}{2}$ | 2,585 | 1,321 | 1.2×10^{-10} | 0 | 0 | +1 | -2 | -1 | $\frac{1}{2}$ |
| | Ω hyperon | | Ω^- | | | $\bar{\Omega}^+$ | | $\frac{3}{2}$ | 3,276 | 1,674 | $\sim 10^{-10}$ | 0 | 0 | +1 | -3 | -2 | 0 |

الجدول (١٣ - ٢) الجسيمات الأولية المستقرة بالنسبة لانهالات نتيجة للتفاعلات النووية القوية .

التفاعل يظهر رنيناً عند 548 MeV و 785 MeV أو ان هذا التفاعل يجري عن طريق تكوين جسيمات وسيطة كتلتها: 548 MeV و 785 MeV. وتدعى هذه الجسيمات بميزونات η و ω ، على التوالي . ونستطيع أيضاً من الشكل (١٣-٣) ان نحدد متوسط عمر هذه الجسيمات . فبناء على مبدأ عدم التحديد ، تكون العلاقة بين عدم التحديد في زمن انحلال الجسيمة : τ ، وعدم التحديد في قياس طاقاتها : ΔE هي

$$\tau \Delta E \approx \hbar \quad (١٣-٥)$$

ففي هذه الحالة τ تمثل متوسط عمر الجسيمة الوسيطة ، و ΔE تمثل عرض الذروة عند منتصف الارتفاع . وبهذه الطريقة يمكن حساب متوسط عمر η و ω . ان متوسط عمر η هو طويل لحد كاف بحيث يمكن اعتبار هذه الجسيمة مستقرة نسبياً وضمها في الجدول (١٣-٢) لكن متوسط عمر ω اصغر بكثير من متوسط عمر η وسنعود الى دراسة جسيمات الرنين resonance particles، في نهاية هذا الفصل .

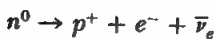


الشكل (١٣-٣) تحدث حالات الرنين في التفاعل $\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ عند كل فعلية 548 MeV و 785 MeV. وللقصود بالكتلة الفعلية هي الطاقة الكلية للميزونات الجديدة الثلاثة ، بضمنها طاقاتها السكونية ، بالنسبة لمركز كتلتها .

وتبدو الجسيمات في الجدول (١٣-٢) لتقع في أربعة مجاميع متميزة . ويشكل الفوتون بحد ذاته احد هذه المجاميع ، الذي يمثل جسيما مستقرا كتلته السكونية تساوي صفرا وبرمه يساوي واحدا . لوكان هناك كرافيتون *graviton* ، الذي يمثل كم *quantum* مجال الجذب الكتلي ، بنفس المعنى الذي يمثل الفوتون كم المجال الكهرومغناطيسي أو البايون الذي يمثل كم مجال القوة النووية ، لأصبح هذا الجسيم (أي الكرافيتون) احد مكونات هذه المجموعة . لحد الآن لم يتم التحسس بالكرافيتون ولكنه نظريا عديم الكتلة ، ومستقر ، وله برم يساوي 2 . ان تفاعله مع المادة ضعيف جدا ، ولذلك نجد أن الطرق التجريبية الحالية قاصرة على التحسس به . (يمكن استنباط القيمة 0 لكتلة الكرافيتون من الحقيقة : ان مدى قوة نيوتن غير محدود ، ذلك كما لاحظنا في البند (١٣-٢) أن القوى بين الاجسام تنتج عن تبادل جسيمات بينها . ان تحقيق قانون حفظ الطاقة ومبدأ عدم التحديد يؤدي الى أن مدى القوة يتناسب عكسيا مع كتلة الجسيمات المتبادلة . وعليه يمكن أن تكون قوة نيوتن ذات مدى يساوي مالا نهاية ، على شرط أن الكتلة السكونية للكرافيتون تساوي صفرا . والحقيقة هي أنه يمكن تطبيق نفس التحليلات للتحقق من أن الكتلة السكونية للفوتون تساوي صفرا) .

ويلى الفوتون في الجدول (١٣-٢) نيوترينو e -neutrino ، ونيوترينو μ -neutrino ، والالكترون والميون ، التي لها جميعاً برم يساوي $\frac{1}{2}$. وتدعى هذه الجسيمات باللبتونات *leptons* . وتدعى الجسيمات π ، K و η التي لها برم 0 بالميزونات *mesons* . (وعلى الرغم من التسمية فيزون μ له صفات مشتركة مع اللبتونات أكثر من مجموعة ميزونات π ، K و η) . وتدعى النويات والهايبرونات التي تمتاز بكبر كتلتها بالباريونات *baryons* .

بينما اعتمد هذا التصنيف على أساس كتل وبرم الجسيمات فهناك شواهد تجريبية تؤكد أهميته . دعنا ندخل ثلاثة أعداد كمية جديدة L ، M و B كالآتي : نعطي الالكترون ونيوترينو e قيمة $L = 1$ ولضديداتها $L = -1$ ، على حين نعطي لجميع الجسيمات الأخرى $L = 0$. ونعطي ميزون μ ونيوترينو μ قيمة $M = 1$ ولضديداتها $M = -1$ ، بينما لجميع الجسيمات الأخرى $M = 0$. وأخيرا نعطي الباريونات قيمة $B = 1$ ، ولضديداتها $B = -1$ ، ولجميع الجسيمات الأخرى $B = 0$. ان أهمية هذه الأعداد تكمن في أنها تبقى محفوظة في جميع التفاعلات بين الجسيمات الأولية . ان قوانين الحفظ الكلاسيكية للطاقة ، والزخم الزاوي ، والشحنة الكهربائية وقوانين الحفظ ل L و M و B تساعدنا على التحقق اذا كانت عملية معينة ممكنة أم لا . مثال ذلك هو انحلال النيوترون .



فدبتنا L يساوي 0 لكل من النيوترون والبروتون ، على حين L يساوي 1 للالكترون

ويساوي 1- لضديد النيوترون. وعليه فمجموع L يساوي 0 قبل وبعد الانحلال. وينفس الطريقة لدينا $B = 1$ لكل من النيوترون والبروتون ، ولذلك فان مجموع B يساوي 1 قبل وبعد الانحلال .

ان استقرار البروتون هو نتيجة قانون حفظ الطاقة والعدد الباريوني baryon-number . وبما أنه ليس هناك باريون ذو كتلة أصغر من البروتون ، لا يمكن للبروتون أن ينحل .

١٣ - ٦ عدد الغرابة STRANGENESS NUMBER

على الرغم من ادخال الأعداد الكمية L و M و B فان هناك بعض صفات الجسيمات الأولية لا يمكن تفسيرها على أساس هذه الأعداد ، فمن الصعب أن نفهم مثلاً لماذا بعض الجسيمات الثقيلة تنحل الى جسيمات أخف مع بعث أشعة كاما ، على حين لا تنحل جسيمات أخرى على الرغم من كونها ظاهرياً تمتلك نفس الصفات . فمثلاً نجد أن باريون Σ^0 ينحل الى باريون Λ^0 وفوتون أشعة كاما :

$$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$$

في حين أن باريون Σ^+ لم يشاهد أنه ينحل الى بروتون وفوتون أشعة كاما .

وهناك ملاحظة أخرى هي أن العمليات الفيزيائية التي تحرركمية كبيرة من الطاقة تحدث بصورة عامة أسرع من العمليات الفيزيائية التي تحرركميات قليلة من الطاقة . ومع هذا نجد أن هناك عدداً كبيراً من الجسيمات الشاذة التي تحرركميات كبيرة من الطاقة عند انحلالها في حين أن لها اعماراً نصفية طويلة جداً (أكثر من بليون مرة من القيمة النظرية المتوقعة) . وثمة صفة ثالثة غريبة هي أن تلك الجسيمات الشاذة في تصرفها لا تنتج بصورة منفردة ، بل تتكون جسيمتان أو أكثر من هذه الجسيمات في كل مرة . وتقودنا هذه الصفات و صفات أخرى الى ادخال كمية تدعى بعدد الغرابة S strangeness number . فالجدول (١٣-٢) يبين قيم S للجسيمات الأولية المختلفة . ونلاحظ أن L و B و S تساوي 0 للفوتون وميزونات π^0 و η^0 . ولما كانت هذه الجسيمات عديمة الشحنة فإنه لا يمكن التمييز بينها وبين ضديدها . ولهذا السبب يعتبر الفوتون وكذلك ميزونات π^0 و η^0 بأنها ضديدات نفسها . وقبل أن نوضح معنى عدد الغرابة علينا أن ندرس التفاعلات المختلفة بين الجسيمات الأولية

هناك ظاهرياً أربعة أنواع من التفاعلات بين الجسيمات الأولية التي تسبب العمليات الفيزيائية في الكون . وأضعف هذه التفاعلات هي قوة نيوتن في الجذب الكتلي gravitational interaction ، يلي ذلك ما يدعى : التفاعل الضعيف weak interaction الذي يوجد بين اللبتونات وبين اللبتونات والميزونات ، وبين

اللبتونات والباريونات . ان هذه القوة هي غير القوة الكهرومغناطيسية بين الجسيمات المشحونة . وتكون التفاعلات الضعيفة مسؤولة عن انحلال الجسيمات التي ينتج عنها نيوتريونات كما في انحلال بيتا . ان شدة التفاعلات الكهرومغناطيسية تلي شدة قوة نيوتن والقوة الضعيفة . وتوجد هذه التفاعلات بين الجسيمات المشحونة والجسيمات التي تمتلك عزما كهربائيا أو مغناطيسيا . وأخيرا تأتي القوة النووية nuclear forces التي تدعى عادة بالقوة القوية strong forces . وتوجد هذه القوة بين الميزونات ، والباريونات ، وبين الميزونات والباريونات .

ان الشدة النسبية بين القوى القوية ، والقوى الكهرومغناطيسية ، والقوى الضعيفة وقوة نيوتن هي $1:10^{-2}:10^{-14}:10^{-40}$. وبطبيعة الحال أن مدى هذه القوى يختلف كليا . فالقوة النووية بين نويتان متقاربتان هي أكبر بكثير جدا من قوة نيوتن بينها . لكن عندما تكون هاتان الجسيمتان على مسافة متر بينهما ، فان نسبة شدة القوتين تكون معكوسة بالنسبة للحالة الأولى . ان تركيب النوى يتحدد بصفات القوة النووية وتركيب الذرات يتحدد بالقوى الكهرومغناطيسية . وتكون الكتل المادية متعادلة كهربائيا والقوى القوية والضعيفة تخمد على مسافات بحدود أبعاد الأجسام المادية ، وذلك نتيجة قصر مدى تلك القوة . وعليه فان قوة نيوتن التي تكون مهمة في العالم المجهرى تصبح القوة المهمة الوحيدة في العالم العياني . ان دور القوى الضعيفة في تركيب المادة يبدو مجرد اضطراب طفيف perturbation يعمل على تعديل نسبة النيوترونات والبروتونات عن طريق انحلال بيتا .

ونعود الآن الى مناقشة عدد الغرابة S . لقد لوحظ أنه في جميع العمليات الفيزيائية التي تنتج عن التفاعلات القوية والتفاعلات الكهرومغناطيسية ، ان عدد الغرابة يكون محفوظا . فالانحلال المشاهد عمليا :

$$\begin{array}{rcl} \Sigma^0 & \rightarrow & \Lambda^0 + \gamma \\ S = -1 & -1 & 0 \end{array}$$

يحفظ S على حين أن الانحلال الآتي :

$$\begin{array}{rcl} \Sigma^+ & \rightarrow & p^+ + \gamma \\ S = -1 & 0 & 0 \end{array}$$

لا يحفظ S ولذلك لم يشاهد عمليا . وتتكون الجسيمات الغريبة خلال التفاعلات النووية التي تتضمن طاقات عالية . ان تعدد الجسيمات الغريبة المتكونة خلال التفاعلات القوية هو نتيجة قانون حفظ S . ويمكن تفسير ببطء انحلال جميع الجسيمات الأولية عدا ميزون π^0 وميزون η^0 بفرض أن القوة الضعيفة تلعب دورا في انحلال الميزونات

والباريونات والليبتونات . والحقيقة هي أن التفاعلات القوية والتفاعلات الكهرومغناطيسية تكون اعتياديا متغلبة في حالة الباريونات والميزونات . ولكن التفاعلات القوية والتفاعلات الكهرومغناطيسية تحفظ S على حين لا تحفظ التفاعلات الضعيفة هذه الكمية . فان جميع

الانحلالات التي تخرق قانون حفظ S يجب أن تنتج من تفاعلات ضعيفة فقط . ان العمليات الفيزيائية التي تنشأ من تفاعلات ضعيفة تجري بصورة بطيئة ، ولهذا نجد أن انحلالات الباريونات التي لا تحقق قانون حفظ S تكون ذات أعمار طويلة نسبياً . حتى التفاعلات الضعيفة لا تغير S بمقدار أكبر من +1 أو -1 . لذلك نلاحظ أن هايبرون Ξ^- لا ينحل مباشرة إلى نيوترون ، حيث :

$$\Xi^- \not\rightarrow \pi^0 + \pi^-$$

$$S = \begin{matrix} -2 & 0 & 0 \end{matrix} \quad \text{لكن يمكن أن يحدث هذا التحول على مرحلتين}$$

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$$

$$S = \begin{matrix} -2 & -1 & 0 \end{matrix}$$

$$\Lambda^0 \rightarrow n^0 + \pi^0$$

$$S = \begin{matrix} -1 & 0 & 0 \end{matrix}$$

وهناك كمية أخرى مفيدة لتحديد صفات الجسيمات الأولية تدعى بالشحنة غير الاعتيادية *hypercharge* ويومزها بالحرف Y . وقيمة الشحنة غير الاعتيادية لجسيمة تساوي مجموع عدد الشذوذ والعدد الباريوني للجسيمة :

$$Y = S + B \quad (١٣ - ٦)$$

وقيمة الشحنة غير الاعتيادية في حالة الميزونات تساوي عدد الشذوذ S . والجدول (١٣-٣) يبين قيم الشحنة غير الاعتيادية للجسيمات الأولية .

١٣ - ٧ برم النظاره ISOTOPIC SPIN

نلاحظ من الجدول (١٣-٢) أن هناك مجاميع من الجسيمات لها كتل وتفاعلات متشابهة مع كون شحناتها مختلفة . وتدعى هذه المجاميع بالمضاعفات *multiplets* . ومن المناسب ان نعتبر مكونات كل من هذه المضاعفات بأنها حالات مختلفة للشحنة . وتصنف المضاعفات تبعاً للعدد الكمي I للشحنة ، بحيث ان عدد مكونات المضاعف يساوي $2I + 1$. فمثلاً ، مضاعف النويات له $I = \frac{1}{2}$ ، ولذلك فإن هناك $2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 2$ حالة مختلفة في هذا المضاعف ، اللتين هما النيوترون والبروتون . ومضاعف ميزون π له $I = 1$ ، ولذلك فإن هناك $2 \cdot 1 + 1 = 3$ حالة مختلفة في هذا المضاعف ، التي هي ميزونات π^+ ، π^- و π^0 . والميزون η له $I = 0$ لأنه الوحيد في مجموعته حين $2 \cdot 0 + 1 = 1$. ونلاحظ أن هناك تشابهاً بين تعدد هذه الحالات وانشطار حالات الزخم الزاوي ذات العدد الكمي المداري I إلى $2I + 1$ حالة ثانوية . ان هذا التشابه أدى إلى ادخال التسمية « العدد الكمي البرمي النظائري » *isotopic spin quantum number* للكمية I .

ومن التشابه الموضح في أعلاه نستطيع أن نتصور أن برم النظارة يتمثل بمتجه I في فضاء البرم النظائري * "isotopic spin space". وتتحدد مركبة هذا المتجه باتجاه معين بالعدد الكمي I_3 . والقيم المسموحة لـ I_3 هي $-I, -(I-1), \dots, 0, \dots, I-1, I$ ومن هذا نجد أن I_3 تساوي نصف عدد صحيح فردي إذا كانت I نفسها نصف عدد صحيح فردي ، وتساوي عددا صحيحا أو صفرا إذا كانت قيمة I عددا صحيحا. والعدد البرمي النظائري للنوية هو $I = \frac{1}{2}$ ، ولذلك فإن قيم I_3 هي $\frac{1}{2}$ أو $-\frac{1}{2}$. والحالة الأولى تمثل البروتون والأخيرة تمثل النيوترون. وفي حالة ميزونات π تكون $I = 1$ ، $I_3 = 1$ تمثل ميزون π^+ ، $I_3 = 0$ تمثل ميزون π^0 و $I_3 = -1$ تمثل ميزون π^- . ونفس الطريقة نعين قيم I_3 للميزونات والباريونات الأخرى . وتتحدد شحنة الميزون أو الباريون بالعدد الباريوني B ، عدد الغرابة S ومركبة برمه النظائري I_3 ، حسب العلاقة :

$$q = e \left(I_3 + \frac{B}{2} + \frac{S}{2} \right) \quad (٧-١٣)$$

لذلك فالاتجاهات المسموحة لبرم النظارة I تحدد شحنات مكونات كل مضاعف. وفي حالة مضاعف النويات يمتلك البروتون $I_3 = \frac{1}{2}$ ، و $B = 1$ و $S = 0$ ، ولذلك فإن شحنة البروتون $q = e$. في حين أن النيوترون يمتلك $I_3 = -\frac{1}{2}$ ، $B = 1$ ، $S = 0$ ، وعليه فإن شحنته $q = 0$. وفي حالة مضاعف ميزون π لدينا $B = S = 0$ ، على حين القيم الثلاثة المختلفة لـ I_3 التي تساوي 1 ، 0 ، و -1 ، تعطينا على التوالي : $q = e$ ، 0 ، و $-e$. ان الشحنة الكهربائية والعدد الباريوني B هما محفوظان خلال جميع التفاعلات. وعليه فإن I_3 يجب أن تكون محفوظة في التفاعلات التي فيها S محفوظة ، على وجه التحديد في التفاعلات النوية والتفاعلات الكهرومغناطيسية. وفي حالة التفاعلات الضعيفة فقط نجد أن I_3 غير محفوظة.

وهناك قانون حفظ آخر يمكن ملاحظته من الصفة التجريبية وهو أن التفاعلات القوية strong interaction بين النويات لا تعتمد على شحنة هذه الجسيمات ؛ ذلك أن تغير طاقة الترابط ومستويات طاقة نوية نتيجة تبديل نيوترون بروتون أو العكس هو صغير جدا ويمكن تفسيره كليا على اساس تغير القوة الكهرومغناطيسية. وتشير هذه الصفة الى أن التفاعلات القوية لا تعتمد على شحنة الباريونات. لكن الفرق بين البروتون والنيوترون يكمن في اتجاه I في فضاء البرم النظائري فقط ، وعليه يمكن القول ان عدم اعتماد التفاعلات القوية على الشحنة يعني ان هذه التفاعلات لا تعتمد على اتجاه I في فضاء البرم النظائري. ان قانون حفظ

. وهذا الفضاء داخلي في عالم الجسيمة وليس الفضاء المكاني الاعتيادي

الزخم ينتج من عدم اعتماد التفاعلات بين الاجسام على اتجاه الزخم الكلي لتلك الاجسام . أي أن هذه التفاعلات تبقى نفسها بالنسبة لجميع المراجع الثابتة بعضها بالنسبة للآخر ، على الرغم من اختلاف مركبة الزخم الكلي باتجاه z لكل منها . وعلى هذا الاساس ومن النتيجة المبينة في اعلاه نستنتج ان برم النظارة يكون محفوظا خلال التفاعلات القوية . ان هذه الصفة تتحقق عمليا حيث وجد ان العدد الكمي البرمي النظائري I يكون محفوظا في التفاعلات القوية ، ولكنه غير محفوظ في التفاعلات الضعيفة او التفاعلات الكهرومغناطيسية . وسوف نعود في البند التالي الى دراسة العلاقة بين قوانين الحفظ ووجود التناظرات في الظواهر الطبيعية . وعلى الرغم من أن I_3 محفوظ في التفاعلات الكهرومغناطيسية ، فإن I نفسه ليس من الضروري ان يكون محفوظاً . مثال على ذلك هو انحلال π^0 الى فوتونين :

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

فلاحظ ان ميزون π^0 له $I = 1$ و $I_3 = 0$ ، في حين $I = I_3 = 0$ لحالة الفوتونات . ان هذا التفاعل يتفق مع قانون حفظ I_3 ولكنه لا يحقق حفظ I .

١٣-٨ التناظر وقوانين الحفظ

SYMMETRIES AND CONSERVATION PRINCIPLES

لاحظنا في البند السابق ان عدم اعتماد التفاعلات القوية على الشحنة الكهربائية هو نتيجة تناظر فضاء البرم النظائري . ونتيجة لهذا التناظر وبالمقارنة مع تناظر الفضاء المكافئ الذي يؤدي الى حفظ الزخم الزاوي ، استنتجنا ان برم النظارة يجب ان يكون محفوظاً خلال التفاعلات القوية . والحقيقة هي ان جميع قوانين الحفظ في الفيزياء هي نتيجة وجود تناظر ما في فضاء معين . ولندرس اولاً بعض التفاصيل العلاقة بين التناظر وقانون الحفظ . ماهو التناظر ؟ هناك جواب بسيط لهذا السؤال هو انه اذا كان هناك تغير ما يترك شيئاً معيناً بدون تأثير فيمكن القول ان هناك تناظراً في الشيء بالنسبة لذلك التغير . فمثلاً نقول ان شمعة متناظرة حول المحور العمودي لأن شكل الشمعة يبقى ثابتاً مهما دورنا الشمعة حول ذلك المحور . والجدول (١٣ - ٣) يبين التغيرات الاساس التي تترك في بعض اوجميع الحالات قوانين الفيزياء من دون تغيير . وبسط أنواع التناظرات هو التناظر بالنسبة للانتقال translation

ان قوانين الفيزياء تبقى نفسها من دون أن تعتمد على موقع نقطة أصل الاحداثيات المكانية . ويمكن الاثبات ، بطرق رياضية خارج نطاق هذا الكتاب ، بان التناظر الاخير يؤدي الى قانون حفظ الزخم الخطي . وثمة تناظر اخر بسيط هو التناظر بالنسبة لتغير الزمن . وهذا يعني ان قوانين الفيزياء لا تعتمد على اختيار اللحظة التي عندها $t = 0$. ونتيجة لهذا التناظر نحصل على قانون حفظ الطاقة . ومثال اخر للعلاقة بين التناظر وقوانين الحفظ ، هو

إن الزخم الزاوي يكون محفوظا نتيجة تناظر الفضاء المكاني بالنسبة للدوران .

| Symmetry operation | Conserved quantity |
|---|---|
| <i>All interactions are dependent of:</i> | |
| Translation in space | Linear momentum p |
| Translation in time | Energy E |
| Rotation in space | Angular momentum L |
| Electromagnetic gauge transformation | Electric charge q |
| Interchange of identical particles | Type of statistical behavior |
| Inversion of space, time, and charge | Product of charge parity, space parity, and time parity CPT |
| ? | Baryon number B |
| ? | Lepton number L |
| ? | Lepton number M |
| <i>The strong and electromagnetic interactions only are independent of:</i> | |
| Inversion of space | Parity P |
| Reflection of charge | Charge parity C , isotopic spin component I_3 , and strangeness S |
| <i>The strong interaction only is independent of:</i> | |
| Charge | Isotopic spin I |

الجدول (١٣ - ٣) : بعض التناظرات وقوانين الحفظ الناتجة عنها .

إن قانون حفظ الشحنة الكهربائية ينتج من أن المعادلات الفيزيائية تبقى نفسها من دون أن تتأثر بتغيير الجهد الكهرومغناطيسي العددي V scalar potentials والجهد الكهرومغناطيسي المتجه A vector potentials (فكما هو مبين في كتب الكهرومغناطيسية يمكن وصف المجال الكهرومغناطيسي بدلالة الجهدين V و A ، حيث $E = -\nabla V$ و $B = \nabla \times A$. وتغيير V و A ضمن علاقات معينة يدعى بتبديل المعيار Gauge transformation . ولما كان E و B عبارة عن تظاهرات معينة V و A ، ينتج أن المجال الكهرومغناطيسي يمكن أن يبقى نفسه بتغيير هذين الجهدين ضمن مواصفات معينة . إن هذا التناظر يؤدي إلى قانون حفظ الشحنة .

إن دالة موجة نظام من جسيمات تتغير في الأكثر بالاشارة فقط بتبديل مواقع الجسيمات المتماثلة . فتكون دالة الموجة متناظرة أو ضد دالة التناظر بتبادل الجسيمات المتماثلة . وفي الحالة الأولى لا تخضع الجسيمات لمبدأ الانفراد ولذلك فهي تتبع قانون احصاء بوز وآينشتين . وفي الحالة الثانية تخضع الجسيمات لمبدأ الانفراد وبذلك تتبع قانون احصاء فيرمي وديراك . إن قانون حفظ الاحصاء يعني أنه لا يمكن أن تكون هناك عملية فيزيائية داخل نظام معزولة تستطيع أن تغير التصرف الاحصائي للنظام ؛ أي لا يمكن لنظام يتبع قانون توزيع بوز وآينشتين أن يتحول تلقائيا إلى نظام يتبع قانون توزيع فيرمي وديراك ، وبالعكس . وهناك

تطبيق مباشر لقانون الحفظ هذا في الفيزياء النووية ، حيث وجد ان النوى التي تمتلك عدداً فردياً من النويات (A يساوي عدداً فردياً) تتبع قانون توزيع فيرمي وديراك ، والنوى التي تحتوي على عدد زوجي من النويات تتبع قانون توزيع بوز واينشتين . وعليه نجد ان شرط حدوث تفاعل نووي معين ، هو ان يحقق قانون حفظ الاحصاء .

ان قوانين حفظ العدد الباريوني B ، والعدد اللبثوني L ، والعدد الميزوني M هي الحالات الوحيدة التي تبدو لا تنتج من وجود تناظرات .

وما عدا عدم اعتماد التفاعلات النووية على الشحنة الكهربائية وقانون الحفظ الناتج عنها ، نجد أن جميع قوانين الحفظ في الجدول (١٣-٣) تنتج من تناظر الفضاء الزمن - المكاني . ويدعى تناظر دالة الموجة بالنسبة لانعكاس الاحداثيات بالتناظر الانعكاسي . ونعني هنا بالانعكاس : تبديل الاحداثيات المكانية $x \rightarrow -x$ ، و $y \rightarrow -y$ و $z \rightarrow -z$. واذا بقيت دالة الموجة ψ نفسها تحت هذا الانعكاس :

$$\psi(x, y, z) = \psi(-x, -y, -z)$$

فان ψ تدعى ذات (بريتي) موجب even parity على حين اذا تغيرت اشارة ψ ، حيث :

$$\psi(x, y, z) = -\psi(-x, -y, -z)$$

فتدعى ψ ذات (بريتي) سالب odd parity . فمثلاً ، الدالة $\cos x$ لها (بريتي) موجب لأن $\cos x = \cos(-x)$ على حين للدالة $\sin x$ (بريتي) سالب لأن $\sin x = -\sin(-x)$. ولوكبتنا :

$$\psi(x, y, z) = P\psi(-x, -y, -z)$$

لمثلت P عدداً كيمياً يصف ψ ويأخذ القيمة +1 لحالة دالة موجية ذات (بريتي) موجب و -1 لحالة دالة موجية ذات (بريتي) سالب . وكل جسيمة أولية لها (بريتي) معين ، وقيمة (البريتي) لنظام من جسيمات كالذرات ، مثلاً ، تمثل حاصل ضرب (بريتي) الدالة الموجية المكانية و (بريتي) الجسيمات المكونة للنظام . ولما كانت $|\psi|^2$ لا تعتمد على P فان (بريتي) نظام ليس له معنى فيزيائي مباشر . ومع هذا (بريتي) نظام معزول يبقى ثابتاً من دون أن يتأثر بالعمليات التي تحدث داخله . حيث لوحظ أنه لا يمكن أن تنتج حالات نهائية من تفاعل تخرق قانون حفظ (البريتي) conservation of parity . لان نظاماً ذا (بريتي) موجب يبقى ذا (بريتي) موجب ونظاماً ذا (بريتي) سالب يبقى ذا بريتي سالب .

ان قانون حفظ (البريتي) هو نتيجة تناظر الفضاء بالنسبة لانعكاس الاحداثيات المكانية . اذ أن القوانين الفيزيائية لا تعتمد على اختيار احداثيات يمينية right-handed أو يسارية left-handed لوصف الحوادث . لكن لاحظنا في البند (١٣-١) أن

النيوترينو له برم يساري وضديد النيوترينو له برم يميني ، وعليه فان هناك فرقاً كبيراً بين صورة كل من الجسيمتين والجسيمة نفسها . ان عدم التناظر هذا يعني أن التفاعلات التي تدخل فيها النيوتريونات وضديداتها (أي التفاعلات الضعيفة) لا تحقق قانون حفظ (البريتي) . أن قانون حفظ (البريتي) يكون صحيحاً في التفاعلات القوية والكهرومغناطيسية فقط . وتأريخياً تم اكتشاف عدم تناظر الفضاء بالنسبة لانعكاس الاحداثيات المكانية في التفاعلات الضعيفة عن طريق دراسة انحلال ميزون K^+ . وبعد ذلك أثبت عملياً أن ν و $\bar{\nu}$ لهما برممان متعاكسان .

هناك في الجدول نوعان آخرون من البريتي: بريتي الزمن T time parity وبريتي الشحنة C charge parity . وهذان النوعان من البريتي يصفان ، على التوالي ، تصرف دالة الموجة عند تبديل ϵ بـ $-\epsilon$ و q بـ $-q$. ان التناظر الذي يؤدي الى قانون حفظ البريتي الزمني يدعى : التناظر بالنسبة لانعكاس الزمن time reversal symmetry وهذا التناظر يعني ان اتجاه تغير الزمن هو ليس مهما ، حيث ان معكوس العمليات الفيزيائية يمكن ان يكون عمليات فيزيائية ايضاً تحدث في الكون . أو بعبارة أخرى ، انه لا يمكن التمييز فيما اذا كان تسجيل سينمائي يتحرك الى الامام أو الى الخلف . ومع هذا فقد اكتشف عام 1964 أنه يمكن لميزون K_2^0 ان ينحل الى ميزونات π^+ و π^- ، حيث خلال هذا الانحلال يكون T غير محفوظ . وعليه فان التناظر بالنسبة لانعكاس هو غير أكيد في الوقت الحاضر . ان التناظر الذي يؤدي الى قانون حفظ بريتي الشحنة يدعى : التناظر بالنسبة لتبديل الشحنة بمراقفها $charge conjugation symmetry$ فهذا التناظر يعني عدم التغير نتيجة تبدل كل جسيمة في نظام بضديدها . وفي التفاعلات الضعيفة نجد أن بريتي الشحنة C ، كبريتي الفضاء P ، غير محفوظ . ومع أن قوانين الحفظ L ، C ، P و T غير شاملة ، فإن هناك توقعات نظرية تشير الى الاعتقاد بأن حاصل الضرب CPT لكل نظام يكون محفوظ دائماً . ان قانون حفظ CPT يعني أن لكل حدث هناك حدثاً مرادفاً يتضمن جسيمات مضادة مسجلة على شريط سينمائي يتحرك الى الخلف ويشاهد معكوساً من مرآة . ان قانون الحفظ هذا يبقى ساري المفعول ، على الرغم من أن مكوناتها الثلاثة لا تكون في بعض الاحيان محفوظة كل على انفراد .

١٣-٩ نظريات الجسيمات الأولية THEORIES OF ELEMENTARY PARTICLES

بالاضافة الى الجسيمات المبنية في الجدول (١٣-٢) هناك عدد كبير من الجسيمات ذات أعمار قصيرة جداً يمكن التحسس بها عن طريق الرينيات في تفاعلات جسيمات ذات أعمار أطول . وتنصف حالات الرنين هذه بقيم معينة للكتلة ، والشحنة ، والبرم الزاوي وبرم

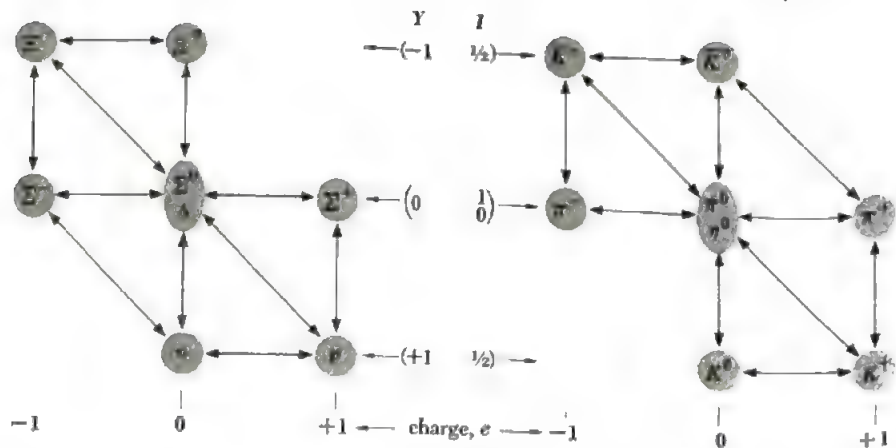
النظارة ، والبريتي ، الغرابة ... وهكذا. ولذلك فليس من المنطق أن نعتبر الرنينات حالات متهيجة لجسيمات أكثر استقراراً ، مثلاً كأن نعتبر النيوترون حالة متهيجة للبروتون . والحقيقة هي أنه يمكن تبني الفكرة الأخيرة وتعميمها على جميع الجسيمات الاخرى باعتبارها حالات متهيجة لجسيمات اولية حقيقية قليلة يمكن ان تكون غير مكتشفة . وهذا البرنامج يشكل احدى النظريات السائدة للجسيمات الاولية . لكن اذا اعتبرنا الجسيمات في الجدول كجسيمات أولية حقيقية ، فمن الضروري أن نضيف الى هذا الجدول حالات الرنين ونبحث عن نظرية عامة تأخذ بنظر الاعتبار جميع هذه الجسيمات التي يزيد عددها المائة .

وثمة اقتراح اخر لتفسير الجسيمات الاولية ، هو ان هذه الجسيمات تتكون من لبنات اساس تدعى بالكواركات quarks . فلقد افترض ان هناك ثلاثة انواع من الكواركات بالاضافة الى ضدياتها ، حيث أن جميع الجسيمات الأولية تتألف من كواركات وضدياتها. والصفة الجذرية في هذه النظرية هو ان اثنين من الكواركات يجب ان يمتلك شحنة $-\frac{1}{3}e$ والكوارك الثالث يجب ان يمتلك شحنة $+\frac{2}{3}e$. وبناء على هذه النظرية يتكون باريون من ثلاثة كواركات وكل ميزون يتكون من زوج من الكوارك وضديدة . وعلى الرغم من المحاولات الكثيرة للتحرري عن وجود الكوارك الا انه لم يكتشف لحد الان . ان قوة نظرية الكوارك في تفسير كثير من صفات الجسيمات الاولية تدفع العلماء بصورة مستمرة للتحرري عن وجود هذه اللبنات .

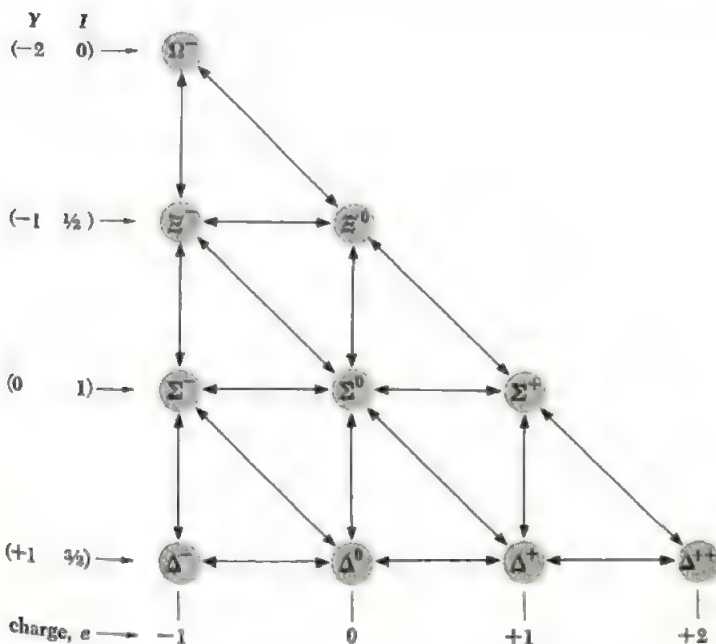
وهناك عدد من التصنيفات للجسيمات الاولية التي تتفاعل بقوة قوية مبنية على نظرية المجموعات في الرياضيات group theory . وتدعى احدى هذه التصنيفات بالطريقة الثمانية $eightfold\ way$ ، وتعمل على ضم مضاعفات برم النظارة ضمن مضاعفات عظمى $supermultiplets$ تمتلك مكوناتها نفس البرم والبريتي $parity$ ، ولكن تختلف فيما بينها بالشحنة الكهربائية والشحنة غير الاعتيادية $hypercharge$ ، (لاحظ الشكين ١٣ - ٤ و ١٣ - ٥) . وتعطينا هذه النظرية عدد مكونات كل مضاعف أعظم ، كذلك فرق الكتلة بين هذه المكونات . أن أهم سبب نجاح الطريقة الثمانية هو تنبؤها بوجود هايرون Ω^- الذي لم يكن معروفاً سابقاً . ولقد تم اكتشاف الجسيمة المتوقعة عملياً عام 1964 وهناك نظرية اخرى مبنية على نظرية المجموعات تعمل على ايجاد العلاقة بين المضاعفات العظمى في نظرية الطريقة الثمانية وتحاول ان تأخذ بنظر الاعتبار النظرية النسبية في حساباتها . ان نجاح نظرية الطريقة الثمانية في تصنيف الجسيمات الاولية ذات التفاعلات النووية يشير الى ان التناظر المعتمد في تركيب المجموعات الرياضية group له مايرادفة في الطبيعة .

فلاحظ انهما تعمقنا في دراسة الطبيعة حصلنا على دلائل اخرى تشير الى وجود تنسيقات تشكل الخطوط العريضة لمشاهداتنا العملية المعقدة . وعلى الرغم من حداقة النتائج التي تنتج من

وجود هذه التناظرات فان مسألة التفاعلات بين الجسيمات الاولية مازالت غير محلولة ؛ اذ ما معنى هذه التفاعلات ؟ ما العلاقة بينها وبين صفات الجسيمات المتفاعلة ؟ كل هذه الاستفهامات ليست محلولة لحد الان .



الشكل (١٣ - ٤) : المضاعفات العظمى للباريونات ذات البرم ١/٢ والميزونات ذات البرم ٠، المستقرة بالنسبة لانحلالات الناتجة عن التفاعلات القوية . وتشير الاسهم الى التحويلات الممكنة حسب نظرية الطريقة الثمانية .



الشكل (١٣ - ٥) المضاعف الاعظم للباريونات التي تمتلك مكوناته برم ١/٢ ، هذه جسيمات (عدداً ١٥) عبارة عن جسيمات الرنين ذات الاعمار القصيرة جداً . والجسيمات Ξ و Σ اقل ، وذات برم يختلف من الجسيمات المبينة في الجدول (١٣ - ٢) . وتشير الاسهم الى التحويلات الممكنة حسب نظرية الطريقة الثمانية . والحقيقة هي أنه لم اكتشاف الجسيمة Ω^- بالاستناد الى هذا المخطط .

تمرينات

١. (أ) - جد الطاقة الحركية العظمى للإلكترون منبعث من نيوترون طليق خلال عملية انحلال بيتا . (ب) ما طاقة الترابط الدنيا التي يجب ان يساهم بها نيوترون في نواة لكي لا ينحل ؟ قارن هذه الطاقة مع طاقات الترابط لكل نوية المشاهدة عمليا في النوى المستقرة .
٢. ان قوة فاندرويلز هي قصيرة المدى جدا ، ولا تتبع قانون التربيع العكسي . ومع هذا لم يقترح احد ان هذه القوة تنتج من تبادل جسيمات كبتادل الميزونات في حالة القوى النووية ، فلماذا ؟
٣. ما طاقة كل فوتون اشعة كاما الناتجة من انحلال π^0 ؟ هل يجب ان تكون طاقات هذه الفوتونات متساوية ؟
٤. ما الطاقة الدنيا اللازمة للفوتون لكي يتحول الى زوج نيوترون - ضدنيوترون ؟ اثبت ان هذا التحول لا يمكن ان يحدث من دون وجود جسيمة اخرى ، والا فيسقط هذا التحول اما قانون حفظ الطاقة او قانون حفظ الزخم الخطي .
٥. لماذا لا يمكن لنيوترون طليق ان ينحل الى زوج الكترون - بوزترون ؟ والى زوج بروتون - ضدنيوترون ؟
٦. ميزون π^0 طاقته الحركية تساوي طاقته السكونية ينحل وهو في الحالة الحركية . جد الزاوية بين فوتوني اشعة كاما الناتجين ؟
٧. يصطدم بروتون طاقته الحركية T_0 مع بروتون ساكن وينتج عن التصادم زوج بروتون - ضدنيوترون . وعلى فرض ان زخم البروتون الساقط يتوزع بصورة متساوية بين الجسيمات الاربعة النهائية ، جد القيمة الدنيا للطاقة T_0 .
٨. اتبع انحلال جسيمة Ξ^0 لغاية الجسيمات المستقرة النهائية .
٩. يصطدم ميزون μ^- مع بروتون وينتج عن التصادم نيوترون وجسيمة اخرى . ما الجسيمة الاخرى ؟
١٠. نفترض احدى نظريات تكوين الكون بأن الطاقة خلق بصورة فجائية في الفضاء اذا تحولت هذه الطاقة الى ازواج نيوترون - ضدنيوترون . ما قوانين الحفظ التي سوف تخرق ؟

١١. أي من التفاعلات هي الممكنة في المعادلات التالية ؟ عين قوانين الحفظ التي تخرق في التفاعلات غير الممكنة .

$$p + p \rightarrow n + p + \pi^+ \quad (أ)$$

$$p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + \Sigma^+ \quad (ب)$$

$$e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \pi^- \quad (ج)$$

$$\Lambda^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- \quad (د)$$

$$\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0 \quad (هـ)$$

١٢. ان ميزون π^0 لا يمتلك شحنة كهربائية او عزما مغناطيسيا . وهذه الصفة تجعل من الصعب ان نفهم كيف تستطيع هذه الجسيمة ان تنحل الى زوج من الفوتونات . احدى طرق تفسير هذه العملية هي افتراض ان π^0 يصبح شبه "virtual" زوج نوية — ضدادة النوية . وبعد ذلك تتفاعل هاتان الجسيمتان لتكوين فوتونين مجموع طاقتيهما يساوي طاقة كتلة π^0 . ما الفترة الزمنية حسب مبدأ عدم التحديد التي عندها يظهر شبه زوج نوية — ضدادة النوية ؟ هل ان هذه الفترة طويلة نسبيا لمشاهدة العملية ؟

١٣. يمكن فهم تفاعل فوتون مع فوتون بفرض ان كل فوتون يصبح شبه زوج الكترون — بوزترون في الفضاء وبعد ذلك تتفاعل هذه الجسيمات فيما بينها كهرومغناطيسيا . (أ) اذا كان $h\nu < 2m_0c^2$ (الكتلة السكونية للالكترون) ، ما الفترة الزمنية التي يسمع بها مبدأ عدم التحديد لظهور شبه زوج الكترون — بوزترون ؟ (ب) اذا كان $h\nu > 2m_0c^2$ فهل يمكنك ان تستخدم فكرة تكوين شبه زوج الكترون — بوزترون لتوضيح دور النواة في تكوين زوج الكترون — بوزترون حقيقيين عدا دورها في الحفاظ على الطاقة والزخم الخطي ؟

أَجْوَبَةُ الْمَسَائِلِ الْفَرْدِيَّةِ

الفصل الأول

- ١- 213 m
٣- 2.6×10^8 m/s
٥- 6 ft; 2.6 ft
٧- 4.2×10^7 m/s
٩- 0.8c; 0.988c; 0.9c; 0.988c
١١- 4.2×10^7 m/s
١٣- 1.87×10^8 m/s; 1.64×10^8 m/s
١٥- 8.9×10^{-28} kg
١٧- 0.294 MeV
١٩- 2.7×10^{11} kg
٢١- 4.4×10^9 kg
٢٣- $F = \frac{m_0 (dv/dt)}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$
٢٥- تكون النتائج مختلفة لأن جميع المشاهدين يجدون نفس القيمة لسرعة الضوء ،
بينما سرعة الصوت تعتمد على سرعة المشاهد في الوسط .
٢٧- (أ) 6, 10 (ب) 8, 10 نعم

الفصل الثاني

- ١- 1,800 Å
٣- 5,400 Å; 3.9 eV
٥- 2.83×10^{-19} J
٧- 1.71×10^{30} photons/s

- $6.82 \times 10^{-10} \text{ lb/in.}^2$ (أ) -٩
 $4.24 \times 10^{21} \text{ photons/m}^2\text{-s}$ (ب)
 $3.9 \times 10^{28} \text{ watts; } 1.2 \times 10^{38} \text{ photons/s}$ (ج)
 $1.41 \times 10^{13} \text{ photons/m}^3$ (د)
 $1.24 \times 10^5 \text{ V}$ -١١
 3.14 Å -١٣
 $5 \times 10^{18} \text{ Hz}$ -١٥
 0.015 Å -١٧
 $2.4 \times 10^{19} \text{ Hz}$ -١٩
 0.585 Å -٢١
 $2 \times 10^{-3} \text{ eV}$ (أ) -٢٣
 $2 \times 10^{-25} \text{ eV}$ (ب)
 $3.5 \times 10^{18} \text{ Hz; } 7.7 \times 10^3 \text{ Hz}$ (ج)

الفصل الثالث

- $6.86 \times 10^{-12} \text{ m}$ -١
 $1.24 \text{ GeV; } 616 \text{ MeV}$ -٣
 $\lambda = 12.27 \left[V \left(\frac{eV}{2m_0c^2} + 1 \right) \right]^{-1/2}$ -٥
 $u = w/2$ -٩
 6.2% -١١

، تتوسع جموع الموجات

الضيقة الابتدائية بصورة كبيرة خلال ثانية واحدة ، ذلك لأن سرعة الموجات المتضمة تعتمد على قيمة k وان هناك مدى واسع للعدد الموجي في مجموعة الموجات الابتدائية .

١٧- كل ذرة في جسم صلب تكون محصورة في حيز ضيق من الفضاء ، والا فان مجموعة الذرات لا يمكن ان تكون جسما صلبا . عليه فان عدم التحديد (الخطأ) في موقع كل ذرة يكون محدودا فان زخم وبالتالي طاقة هذه الذرات لا يمكن ان تساوي صفرا . ليس هناك أي تحديد في موقع جزيء في غاز مثالي . عليه فان عدم التحديد في الموقع يساوي فعليا مالا نهاية ومنها زخما ، وبالتالي فان طاقة الجزيئات يمكن أن تساوي صفرا .

الفصل الرابع

- ١- 10°
- ٣- 0.876
- ٧- $1.14 \times 10^{-13} \text{ m}$
- ٩- $m/m_0 = 1.002$
- ١١- $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Qe}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$ في حالة ذرة الهيدروجين، $f = 6.6 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ التي تساوي تقريباً أعلى تردد في طيف ذرة الهيدروجين.
- ١٣- 920 Å
- ١٥- 12 V
- ١٧- $8.2 \times 10^6 \text{ rev}$
- ١٩- $1.05 \times 10^5 \text{ K}$
- ٢١- 2.4 Å
- ٢٣- 1.04 MeV
- ٢٥- $E_n = -\frac{m'Z^2e^4}{8\epsilon_0^2h^2} \left(\frac{1}{n^2}\right)$ (أ)
- (ب) $E = 0$
- | | | | |
|--------------|-------|-----------------|-------|
| $n = \infty$ | H | He ⁺ | |
| $n = 4$ | _____ | $n = 8$ | _____ |
| $n = 3$ | _____ | $n = 6$ | _____ |
| | | $n = 5$ | _____ |
| $n = 2$ | _____ | $n = 4$ | _____ |
| | | $n = 3$ | _____ |
| $n = 1$ | _____ | $n = 2$ | _____ |
- الطاقة
- (ج) $2.28 \times 10^{-8} \text{ m}$

الفصل الخامس

- ٣- 2.1 MeV
- ٥- $2.07 \times 10^{-15} \text{ eV}$
- ٧- كلاسيكياً، $\bar{T} = \bar{V} = E/2$ ، حيث \bar{T} و \bar{V} يمثلان معدل الطاقة الحركية والكامنة ، على التوالي ، خلال دورة واحدة .
- ١١- b, d, f.

الفصل السادس

$$r = (3 \pm \sqrt{5})a_0 \quad -5$$

$$25\% \quad 68\%; \quad -7$$

$$13\% f, 18\%; d, 29\%; p, \quad -9$$

الفصل السابع

182 -1

٣- ان حجم ذرات المعادن القلوية يكون اكبر مايمكن ضمن كل دورة في الجدول الدوري . ذلك لأن تركيبها الالكتروني يتألف من الكترون واحد خارج قشرات داخلية مغلقة التي تحجب شحنة النواة جميعها عدا $+e$. عليه فان هناك نقصان متظم في حجوم الذرات ضمن كل دورة بزيادة الشحنة النووية . هذه الزيادة في الشحنة تعمل على سحب الالكترونات الخارجية اكثر فاكثر نحو النواة . هناك زيادة ملحوظة في حجوم الذرات عند نهاية كل دورة ذلك لوجود تنافر بين الالكترونات الخارجية .

$$1.39 \times 10^{-4} \text{ eV} \quad -5$$

$$0.0283 \text{ A} \quad -7$$

| الحالة | \underline{S} | \underline{L} | \underline{J} | -9 |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|----|
| 1S_0 | 0 | 0 | 0 | |
| 3P_2 | 1 | 1 | 2 | |
| $^2D_{3/2}$ | $\frac{1}{2}$ | 2 | $\frac{3}{2}$ | |
| 5F_5 | 2 | 3 | 5 | |
| $^6H_{5/2}$ | $\frac{5}{2}$ | 5 | $\frac{5}{2}$ | |

١١- ليس هناك مستويات مسموحة أخرى

$$^2P_{1/2} \quad -13$$

$$5\mu_B; 3 \quad -15$$

$$18.5 \text{ T} \quad -17$$

١٩- الكولت : (Z = 27); الموليبيديوم (Z = 42)

الفصل الثامن

$$3.5 \times 10^4 \text{ K} \quad -1$$

$$\text{F}_2^+; \text{F}_2^- \quad -3$$

$$\text{C}^{13} \quad -5$$

$$1.27 \text{ \AA} \quad -7$$

$$2.23 \text{ \AA} \quad -9$$

$$\text{كلا} \quad -11$$

$$1.24 \times 10^{14} \text{ Hz} \quad -13$$

الفصل التاسع

$$2/\sqrt{\pi} v_p \quad -3$$

$$1.6 \times 10^9 \text{ neutrons/m}^3 \quad -5$$

$$0.027:0.22:0.89:1.68 \text{ (أ)} \quad -7$$

$$1533 \text{ K نعم (ب)}$$

$$1.00:2.3 \times 10^{-10}:6.2 \times 10^{-12}:2.3 \times 10^{-12} \quad -9$$

$$5800 \text{ K} \quad -11$$

١٣- ان غاز من جسيمات فيرمي يبذل اكبر ضغط لأن هناك اكبر نسبة من الجسيمات تمتلك طاقة عالية في توزيع فيرمي مما هي عليه في التوزيعات الاخرى ، وان غاز من جسيمات بوزييدل أقل ضغط لأن هناك اكبر نسبة من الجسيمات تمتلك طاقة وإطئة في توزيع بوزمما هي عليه في التوزيعات الاخرى .

١٥- 16.84 eV ; 18.70 eV نحتاج الى ذرات He للحفاظ على التوزيع المقلوب للطاقة في ذرات Ne ذلك عن طريق انتقال الطاقة بين هذه الذرات عن طريق التصادمات . هذه التصادمات تضيف الى التهييج المباشر للذرات Ne بواسطة الالكترونات .

الفصل العاشر

٢- (أ) ان قوى فاندرويلز تزيد طاقة التماسك لأنها قوى تجاذب . (ب) ان طاقة الصغر المطلق تقلل طاقة التماسك لأنها موجودة في الأواصر بين الذرات في المادة الصلبة وليست داخل الذرات او الايونات المنفردة .

٣- الحرارة المفقودة من غاز متمدّد تساوي الشغل المنجز ضدّ قوة فاندرويلز التجاذبية الموجودة بين الجزيئات .

٥- (أ) نجد الالكترونات التساهمية في المعادن مستويات طاقة متهيّجة غير مشغولة في حزمة التوصيل مهما اكتسبت هذه الالكترونات من طاقة قليلة .

(ب) فاصل الطاقة في الموصلات هو صغير ($\leq 1.5 \text{ eV}$) ، وعليه فانه يمكن لفوتون ضوء مرئي ان يهيج الكترونا تساهميا وينقله الى الحزمة الموصلة . لكن فوتونات الاشعة دون الحمراء لا تمتلك طاقة كافية لهذه العملية .

(ج) فاصل الطاقة في المواد العازلة يكون كبيرا بحيث لا يمكن لفوتون ضوء مرئي ان ينقل الكترونا تساهميا الى الحزمة الموصلة .

٧- شبه موصل من نوع p

٩- ان kT صغيرة جدا بالنسبة لـ ϵ_F وعليه فان توزيع الطاقة للالكترونات تقريبا لا يتأثر بدرجة الحرارة .

$$11- 1.9 \text{ eV}; 7.6 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$13- 7.29 \text{ eV}; n = 8.4$$

$$17- 3.3 \text{ eV}; 2.56 \times 10^4 \text{ K}; 1.08 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$19- 11 \text{ eV}$$

$$21- 2$$

٢٣- 50 \AA ان طاقة تأين الالكترونات تساوي 0.009 eV . هذه الطاقة هي أصغر بكثير من فاصل الطاقة في بلورة الجرمانيوم ولكنها مقاربة لـ 0.025 eV قيمة kT عند

درجة 20°C .

٢٥- لأن $m^*/m = 1.01$ في حالة الماس .

الفصل الحادي عشر

$$1- 8.83 \text{ cm}$$

$$3- 19 \text{ percent } B^{10}, 81 \text{ percent } B^{11}$$

$$5- 34.97 \text{ u}$$

$$7- 7.98 \text{ MeV}$$

$$9- 15.6 \text{ MeV}$$

١١- لا يمكن للقوى النووية أن تعتمد بصورة كبيرة على الشحنة .

١٣- ان الطاقة الحركية للنوية التابعة لعدم التحديد في الزخم المقابلة لعدم تحديد الموقع بمقدار 2 fm هي 5.2 MeV . هذه الطاقة تتفق بصورة جيدة مع الافتراض بان عمق

منخفض الجهد يساوي 35 MeV

$$-١٥ \quad 34 \text{ MeV} ; u_F = \frac{(3/\pi)^{4/3} \hbar^2}{32mR_0^2}$$

الفصل الثاني عشر

$$-١ \quad 1/4$$

$$-٣ \quad 1,620 \text{ yr}$$

$$-٥ \quad 1.23 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$$

$$-٧ \quad 3.37$$

٩- ان كتلة ${}^7\text{Be}$ هي ليست اكبر من كتلة ${}^7\text{Li}$ لحد كاف لتسمح لها بابحاث بوزترون.

١١- ملاحظة : ان البروتون رقم 39 في ${}^{89}\text{Y}$ يكون اعتياديا في الحالة $p_{1/2}$ والحالة المثيعة

التالية هي $g_{9/2}$

$$-١٣ \quad 3.33 \text{ MeV}$$

١٥- مساحة مقطع تفاعل النيوترون تتناقص بزيادة الطاقة ذلك لان احتمالية اقتران النيوترون تعتمد على طول الفترة الزمنية التي يقضيها النيوترون قرب النواة ، وهذا الزمن يتناسب عكسياً مع سرعة النيوترون . ان مساحة مقطع تفاعل البروتون تكون صغيرة عند الطاقات الواطئة ذلك لوجود قوة التنافر بينه وبين نواة الذرة . هذا التنافر يوكد حاجز جهد ، والذي على البروتون ان يخترقه .

$$-١٧ \quad 1.2 \times 10^{-6}$$

$$-١٩ \quad 0.21$$

$$-٢١ \quad 0.1\%$$

الفصل الثالث عشر

١- 1.29 MeV ; 0.78 MeV . التي أصغر بكثير من طاقات الترابط لكل نوية في

نواة مستقرة .

٣- 68 MeV : نعم ، ذلك لكي يبقى الزخم محفوظاً .

٥- هذا الاضمحلال لا يحقق حفظ العدد الباريوني أو البرم ، هذا الاضمحلال لا يحقق حفظ العدد الباريوني ، البرم والطاقة .

5,630 MeV - ٧

نيوترينو - ٩

١١ - (i) و (هـ) يمكن أن يحدثان ، (ب) لا يحقق حفظ العدد الباريوني والبرم ، (ج)

لا يحقق حفظ L, M والبرم ، (د) لا يحقق حفظ العدد الباريوني والبرم .

١٣ - $6.4 \times 10^{-22} \text{ s}$ ، أن المجال الكهربائي القوى للنواة يفصل الإلكترون

والبوزترون بعيداً عن بعضها الآخر بحيث لا يمكن أن يتحدان ثانية لتكوّن الفوتون .

المصطلحات العلمية

| | |
|--------------------------|-----------------|
| amorphous | غير متبلور |
| acceptor | الكاسب |
| antiparticles | ضديدات الجسيمات |
| azimuth | الزوال |
| bremsstrahlung | اشعاع التوقف |
| bond | آصرة |
| band theory | نظرية الحزم |
| beta decay | انحلال بيتا |
| Bohr Magneton | مغنيط بور |
| correspondence principle | مبدأ التقابل |
| continuous | مستمر |
| confugration | تركيب (توزيع) |
| crystallin | متبلور |
| cohesive | نماسك |
| cross section | مساخنة المقطع |
| contour lines | خطوط المناسيب |
| covalent | تساهمي |
| discrete | غير متواصل |
| degeneracy | تضاعف |
| degenerate gas | غاز منحل |
| decay | انحلال |
| divalent | ثنائي التكافؤ |
| donnor | المانح |
| duality | إزدواجية |
| doppler effect | ضاهرة دوبلر |

| | |
|--------------------------|--------------------------------|
| expectation value | المعدل : القيمة المتوقعة |
| eigen value | القيمة المسموحة |
| eigen function | الدالة المسموحة |
| exclusion principle | مبدأ الانفراد |
| energy levels | مستويات الطاقة |
| emission line spectra | خطوط طيف الانبعاث |
| excitation | تهيج |
| forbidden | ممنوع |
| group velocity | سرعة المجموعة |
| ground state | الحالة الأرضية |
| grid | شبكة |
| gauge | المعيار |
| gravitational red shift | الازهار الحمراء بمجال الجاذبية |
| hybridization | تهجين |
| hetronuclear | غير متجانسة النوى |
| indistinguishable | غير متميز بعضها عن بعض |
| induced | مستحث |
| isotopic spin | برم النظارة |
| inertial reference frame | مرجع قصوري |
| mpurity | شائب |
| lamb shift | انحراف لامب |
| Lorentz transformation | تحويلات لورنس |
| Microscopic | عالم مجهري . دقيق |
| macroscopic | عالم عياني . كبير |
| meta stable | شبه مستقر |
| monochromatic | أحادي الطول الموجي |
| modulation | تنعيم - تضمين |
| normalization | تقويم - تسوية |
| normal Zeeman effect | ظاهرة زيمان البسيطة |

| | |
|-----------------------|-----------------------------------|
| orbit | مدار |
| orbital | مداري |
| observable | كمية عملية - تجريبية |
| phase space | فضاء الحالة |
| pair production | تحول الفوتون الى الكترون وبوزترون |
| probability | احتمالية |
| postulate | فرضية |
| photoelectric effect | الظاهرة الكهروضوئية |
| quantum theory | النظرية الكمية |
| quantization | تككم |
| quadrupole moment | عزم رباعي القطب الكهربائي |
| relativistic. | نسبي |
| radiative transition | انتقال اشعاعي |
| reduced mass | الكتلة المصغرة |
| selection rules | قواعد الاختيار |
| spin | برم |
| spin - orbit coupling | شد البرم بالمدار |
| subshell | قشرة ثانوية |
| singlet | أحادي - فردي |
| scattering | تشتت |
| supermultiples | المضاعفات العظمى |
| stiffness | صلابة |
| time dilation | تمدد الزمن |
| threshold | عتبة |
| uncertainty principle | مبدأ عدم التحديد |
| vacuum fluctuation | تذبذب الفراغ |
| wave function | دالة الموجة |
| wave number | العدد الموجي |
| zenith | سمت |
| zero point energy | الطاقة الدنيا |

هنا يوسف العربي

تبع في الجمهورية العراقية
على مطابع مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر
في طبعة المجلد

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة
مكتبتي الخاصة
على موقع ارشيف الانترنت
الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

رقم الايداع في المكتبة الوطنية ببغداد ٥٣ لسنة ١٩٨٠

CONCEPTS OF MODERN PHYSICS

Second Edition

Arthur Beiser

هاسن ابراهيم

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

كل الحقوق محفوظة مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر